**Uma imagem contendo Padrão do plano de fundo

Descrição gerada automaticamente**

DOI: 10.30612/tangram.v7i4.18013

**Modelagem Matemática e Autonomia: análises das ações de alunos do Ensino Fundamental quando realizam atividades**

*Mathematical Modeling and Autonomy: analysis of the actions of elementary school students when carrying out activities*

*Modelación Matemática y Autonomía: análisis de las acciones de estudiantes de primaria al realizar actividades*

**Ronalti Walaci Santiago Martin**

Programa de Pós-Graduação em Educação e Ciências e Educação Matemática, Universidade Estadual do Oeste do Paraná - UNIOESTE

Cascavel, Paraná, Brasil

ronaltiwalaci@hotmail.com

https://orcid.org/0009-0001-8530-8607

**Rodolfo Eduardo Vertuan**

Departamento de Matemática/Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR

Toledo, Paraná, Brasil

rodolfovertuan@utfpr.edu.br

https://orcid.org/0000-0002-0695-3086

**Resumo:** Este artigo apresenta resultados de uma pesquisa, de caráter qualitativo, que tem como intenção investigar quais aspectos de autonomia são suscitados por alunos do Ensino Fundamental enquanto desenvolvem atividades de Modelagem Matemática, tomada na perspectiva da Educação Matemática. Integrada a uma pesquisa maior apoiada pelo CNPq (Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico), os dados foram coletados junto a escolas de uma cidade do oeste do Paraná, mais especificamente, dois quintos anos de duas escolas municipais e um sexto ano de um colégio estadual. Para o tratamento dos dados, utiliza como metodologia a Análise de Conteúdo. Para além da identificação de aspectos de autonomia nas ações dos alunos, destaca, como resultados do estudo, inferências acerca das práticas empreendidas pelos alunos e das possíveis intenções de seus usos, ao que estabelece cinco agrupamentos: solução de “problemas menores” para solucionar a problemática principal;

Forma, Padrão do plano de fundo

Descrição gerada automaticamente

produção de questões que ajudam a pensar e problematizar a atividade; comunicação como modo de validar ou organizar mentalmente uma ideia; engajamento manifestado na preocupação com a realização de experimentos; e autonomia manifestada no planejamento e implementação de encaminhamentos de resolução.

**Palavras-chave:** Ações de autonomia. Atividades de Modelagem Matemática. Educação Matemática.

**Abstract:** This article presents the results of a qualitative research, which aims to investigate which aspects of autonomy are raised by Elementary School students while developing Mathematical Modeling activities, taken from the perspective of Mathematics Education. Integrated into a larger survey supported by CNPq (National Council for Scientific and Technological Development), data were collected from schools in a city in western Paraná, more specifically, two fifth years of two municipal schools and a sixth year at a state school. To process the data, Content Analysis is used as a methodology. In addition to identifying aspects of autonomy in students' actions, it highlights, as results of the study, inferences about the practices undertaken by students and the possible intentions of their use, which establishes five groupings: solution of “minor problems” to solve the main problem; production of questions that help to think and problematize the activity; communication as a way of validating or mentally organizing an idea; engagement expressed in concern about carrying out experiments; and autonomy manifested in planning and implementing resolution steps.

**Keywords:** Autonomy actions. Mathematical Modeling Activities. Mathematical Education.

**Resumen:** Este artículo presenta los resultados de una investigación cualitativa, que tiene como objetivo indagar qué aspectos de la autonomía plantean los estudiantes de Educación Primaria durante el desarrollo de actividades de Modelación Matemática, desde la perspectiva de la Educación Matemática. Integrados en una encuesta más amplia apoyada por el CNPq (Consejo Nacional de Desarrollo Científico y Tecnológico), se recolectaron datos de escuelas de una ciudad del oeste de Paraná, más específicamente, dos quintos años de dos escuelas municipales y un sexto año de una escuela secundaria estatal. Para el procesamiento de los datos se utiliza como metodología el Análisis de Contenido. Además de identificar aspectos de autonomía en las acciones de los estudiantes, destaca, como resultados del estudio, inferencias sobre las prácticas realizadas por los estudiantes y las posibles intenciones de su uso, que establece cinco agrupaciones: solución de “problemas menores” para resolver el problema principal; producción de preguntas que ayuden a pensar y problematizar la actividad; la comunicación como forma de validar u organizar mentalmente una idea; compromiso expresado en preocupación por la realización de experimentos; y autonomía manifestada en la planificación e implementación de medidas de resolución.

**Palabras clave:** Acciones de autonomía. Actividades de modelización matemática. Educación Matemática.

**Recebido em**

20/06/2024

**Aceito em**

25/10/2024

**Considerações Iniciais**

Entendemos que ser professor implica estar atento às diferentes características dos estudantes, do contexto escolar, dos efeitos das atividades desenvolvidas em aula, enfim, estar atento àquilo que pode desencadear um ensino e uma aprendizagem efetivos. Neste contexto, interessamo-nos, de modo particular, pelo modo como os estudantes assumem atitudes autônomas e como se desenvolvem no ambiente de uma aula de Matemática, mais especificamente, ao realizarem atividades de Modelagem Matemática.

Partilhamos da perspectiva de atividades de Modelagem Matemática que priorizam a investigação de questões abertas e de temas de interesse dos estudantes, em que o diálogo e o trabalho em grupo são atividades essenciais (Almeida, Silva, & Vertuan, 2012). Consideramos que atividades que comungam destas características têm potencialidades para promover a proatividade dos alunos em sala de aula. Entendemos, como Aguiar e Malheiros (2020) que:

Apesar da resistência da utilização da Modelagem durante as aulas, existem diversos relatos de experiências que fazem uso dela no ambiente escolar e que mencionam a sua eficácia, inclusive em como esta tendência e suas características como, por exemplo, a criticidade e a autonomia, podem contribuir para uma aprendizagem significativa (Aguiar & Malheiros, 2020, p. 110).

Dessa maneira, a proatividade, que pode ser revelada em ações que denotam alguma autonomia, revela-se de interesse de nossas pesquisas, principalmente no que tange à transição do quinto para o sexto ano do Ensino Fundamental, momento delicado para muitos estudantes do estado do Paraná e do restante do Brasil, dado que o ensino que no quinto ano era de responsabilidade municipal e mediado por um professor polivalente, passa a ser de responsabilidade estadual no ano seguinte, em uma escola com cultura distinta daquela que vivenciava no nível escolar anterior. A autonomia, no caso destes estudantes, pode revelar-se habilidade essencial para o enfrentamento das rupturas inerentes ao processo de transição.

Para realizar a presente investigação sobre o tema Modelagem Matemática e Autonomia no contexto de transição dos anos iniciais para os finais do Ensino Fundamental, utilizamos da abordagem qualitativa e da Análise de Conteúdo de Bardin (2002) como método para organização e análise dos dados. Nos dedicamos a investigar a seguinte interrogação: *Quais ações que denotam autonomia, alunos de um quinto e de um sexto ano do Ensino Fundamental revelam ao realizar atividades de Modelagem Matemática?*

Ao nos dedicarmos à investigação desta interrogação, preocupamo-nos, ainda, em desvelar, a partir das ações dos alunos, possíveis intenções dessas ações no contexto de desenvolvimento de atividades de Modelagem[[1]](#footnote-1) desenvolvidas com estudantes de dois quintos e de um sexto ano do Ensino Fundamental. As três turmas foram selecionadas porque, embora sejam de escolas distintas, duas municipais e uma estadual, é comum os alunos, ao terminarem o quinto ano em uma destas duas escolas municipais, migrarem para o sexto ano da outra, devido à proximidade física entre as duas escolas[[2]](#footnote-2).

Salientamos, todavia, que no presente artigo nossa intenção não reside na diferenciação das ações reveladas por estudantes de quintos e de sextos anos, muito menos nas contribuições da presente investigação no que tange à especificidade da transição e, sim, nas manifestações de autonomia empreendidas pelos alunos e nas características das atividades de Modelagem que, inferimos, podem ter desencadeado tais manifestações.

Neste artigo, portanto, apresentamos, inicialmente, uma discussão acerca da nossa fundamentação teórica, Modelagem Matemática e Autonomia, com vistas a identificar, principalmente, quais ações dos estudantes, destacadas na literatura, podem ser consideradas indicativos de autonomia. Em seguida, apresentamos nosso encaminhamento metodológico. Duas das atividades de Modelagem Matemática desenvolvidas com as turmas de quinto e sexto anos são descritas na sequência, de modo que, junto à identificação de aspectos de autonomia suscitados pelos estudantes nas atividades, apresentamos reflexões sobre o fenômeno “Autonomia e Modelagem Matemática”. Finalmente, apresentamos nossas considerações finais.

**Modelagem Matemática e Autonomia**

A Modelagem Matemática se estabelece entre as áreas de pesquisa e as práticas de sala de aula da área de Educação Matemática, manifestando notória importância para os processos de ensino e de aprendizagem da matemática, bem como revelando-se expressiva no que tange às pesquisas, o que se observa na literatura sobre o assunto (Almeida & Vertuan, 2011; Barbosa, 2013; Burak, 2010; Klüber, 2010; Malheiros, Souza, & Forner, 2023, entre outros).

Dos diversos entendimentos de Modelagem Matemática presentes na literatura, nos alinhamos com o de Schrenk e Vertuan (2022) que entendem a Modelagem Matemática em sala de aula

[...] como uma prática pedagógica, realizada no âmbito de um grupo, que tem como objetivo colocar os estudantes em movimento de investigação de uma situação aberta, não necessariamente matemática, com recursos matemáticos (conceitos, estratégias e modelos) (Schrenk & Vertuan, 2022, p. 221).

Em Modelagem Matemática, portanto, o aluno realiza encaminhamentos que relacionam, dinâmica e continuamente, à situação investigada e à matemática que vislumbram para essa investigação. Trata-se da leitura da situação a partir de diferentes perspectivas, dentre as quais uma é a Matemática.

Almeida (2010), ao descrever uma atividade de Modelagem Matemática, apresenta-a em termos de uma situação inicial, problemática, e de uma situação final desejada, que se configura como uma solução para essa situação inicial, de modo que o caminho entre a situação inicial e a final se dá via conceitos e procedimentos matemáticos e extra matemáticos, nem sempre conhecidos a priori pelos estudantes. Trata-se de integrar a realidade extra matemática, em que se origina a situação inicial, com a Matemática, área em que se fundamentam os conceitos e procedimentos, havendo, assim, a retomada e/ou produção de conhecimentos matemáticos e não matemáticos.

No desenvolvimento das atividades de Modelagem Matemática, todavia, é preciso que os alunos se lancem às investigações, que tenham atitudes proativas.

Nesse sentido é que nos interessamos pela manifestação da autonomia no contexto das atividades de Modelagem. Para Benson (2001):

O conceito de autonomia baseia-se em uma tendência natural para que os alunos assumam o controle de sua aprendizagem. Como tal, a autonomia está disponível para todos, embora seja exibida de maneiras diferentes e em diferentes graus de acordo com as características únicas de cada aprendiz e cada situação de aprendizagem (Benson, 2001, p. 1-2, trad. nossa).

Freire (1996), por sua vez, afirma que:

Ninguém é sujeito da autonomia de ninguém. Por outro lado, ninguém amadurece de repente, aos 25 anos. A gente vai amadurecendo todo dia, ou não. A autonomia, enquanto amadurecimento, do ser para si, é processo, é vir a ser. Não ocorre em data marcada. É neste sentido que uma pedagogia da autonomia tem de estar centrada em experiências estimuladoras da decisão e da responsabilidade, vale dizer, em experiências respeitosas da liberdade (Freire, 1996, p. 41).

A autonomia se expressa junto à sensação de liberdade para buscar algo de modo independente. Freire (1996, p. 58) afirma que “É com ela, a autonomia, penosamente construindo-se, que a liberdade vai preenchendo o espaço antes habitado por sua dependência. Sua autonomia que se funda na responsabilidade que vai sendo assumida”.

Na tabela 1 atentamos para diferentes aspectos elencados da literatura, que podem ser associados às ações dos estudantes e ser indícios da manifestação de autonomia.

Tabela 1: Ações que denotam autonomia

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | **Ações de Autonomia** | **Descrição** |
| 1 | Planejamento e construção de encaminhamentos de resolução para um problema | Ação referente ao planejar e empreender estratégias na resolução de um problema e ao pensar em diferentes possibilidades de resolução para uma mesma situação, denotando flexibilidade de pensamento. Trata-se de ações destacadas na literatura como ações de autonomia, denominadas capacidade de planejar as próprias ações (Zatti, 2007) e construção de alternativas para a resolução de um problema (Berbel, 2011). |
| 2 | Realizar e orientar as ações planejadas | Ação que se refere aos momentos em que, para aprender um conceito, ou mesmo realizar uma atividade, os alunos precisam orientar suas próprias ações com vistas ao cumprimento de um objetivo ou realização de uma tarefa. Englobam as ações destacadas na literatura por Sant’ana (2009), imprimir orientação às suas ações, e por Zatti (2007), capacidade de realizar as ações planejadas. |
| 3 | Tomada de decisão (Freire, 1996) | Ação relativa ao posicionamento dos estudantes frente às atividades propostas, como quando decidem entre uma estratégia/encaminhamento ou outro, como quando mediam as discussões no grupo e buscam meios de dirimir os problemas relativos à investigação. É o momento de decidir com responsabilidade o que se vai fazer, bem como pensar e construir alternativas para a resolução de um problema. |
| 4 | Buscar respostas às próprias perguntas (Chaves, Filho, & Seixas, 2018) | Ação relativa ao momento em que o aluno se questiona, interroga e busca responder suas próprias dúvidas. Trata-se do momento em que, nessa formação para a autonomia, precisa de elementos construídos e produzidos pela humanidade, disseminados pela escola, para ter subsídios a partir dos quais as respostas serão baseadas. |

Fonte: Autores, 2019.

Essa tabela, tomado como ponto de partida para analisar as manifestações dos alunos no desenvolvimento das atividades de Modelagem Matemática em termos da autonomia, contribuiu sobremaneira nas reflexões relacionadas às intenções dos estudantes ao empreenderem ações de autonomia. Todavia, essas categorias, embora tomadas a priori para a análise dos dados, não limitou que outras ações fossem suscitadas como indicadores de autonomia no decorrer da investigação e análise dos dados. Reconhecemos, ainda, o caráter subjetivo da atividade de categorização que realizamos a partir da literatura.

**Encaminhamentos Metodológicos**

Para desenvolver a presente pesquisa tivemos em um projeto maior[[3]](#footnote-3) o espaço necessário para projetar nossa coleta de dados e a possibilidade de tecer considerações sobre o nosso fenômeno de interesse, autonomia de alunos no desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática, em um momento considerado, por muitos pesquisadores e profissionais da educação, aliás, como delicado, de rupturas e algumas continuidades: do quinto ao sexto ano do Ensino Fundamental.

Entramos em contato com a direção e equipe pedagógica de duas escolas municipais e um colégio estadual com vistas a desenvolver a pesquisa em duas turmas de quintos anos e uma turma de sexto ano. Para conhecer as professoras de cada turma e acertar o que pretendíamos realizar nas aulas, as procuramos e realizamos os devidos esclarecimentos. Para realizar as investigações foram propostas três atividades de Modelagem Matemática, duas das quais apresentamos neste artigo. A primeira atividade, “Carrinhos: Quem quer brincar?”, envolve a utilização de um carrinho de corda, destes que ao se rodar uma chaveta e ao se colocar o carrinho no chão, ele se desloca até perder velocidade e parar. Neste contexto, investigou-se possíveis relações entre a quantidade de voltas na chaveta e a distância percorrida pelo carrinho. Já na segunda atividade, intitulada “Tijolos: Como saber se não vejo?”, a intenção era de levar os alunos a investigarem quantos tijolos foram utilizados para construir as paredes de suas salas de aula.

Para o trabalho com as atividades, os alunos foram dispostos em grupos, sendo cada turma organizada em 6 grupos. Para iniciar a atividade, entregamos a cada grupo um gravador de áudio. Posicionamos, também, em um canto da sala, uma câmera para as filmagens.

Utilizamos a Análise de Conteúdo para organizar e analisar os dados produzidos, realizando as três fases descritas por Bardin (2002): pré-análise, exploração do material e o tratamento dos resultados (inferência e interpretação).

Nessa pesquisa, consideramos que a fase de pré-análise se deu a partir do olhar atento para o material produzido, seja na transcrição dos áudios - feita na íntegra -, seja nos vídeos produzidos e nas produções escritas dos alunos, buscando indícios/dados para a realização de inferências acerca da interrogação de pesquisa. A exploração do material se deu a partir de inferências realizadas com as produções dos alunos no que tange à autonomia em atividades de Modelagem Matemática. Essa fase também se caracterizou como um momento de perceber as ações que denotam autonomia e construir uma base de análise relacionando as ações dos alunos em atividades de Modelagem Matemática, as ações de autonomia destacadas na literatura e as intenções das ações de autonomia observadas. Assim, o tratamento dos resultados em nossa pesquisa se deu ao identificarmos e agruparmos as intenções das manifestações de autonomia emergentes no desenvolvimento das atividades e refletir sobre elas.

A escolha da Análise de Conteúdo como metodologia de análise deve-se ao entendimento de que a partir da estrutura de suas fases, o pesquisador reveste sua pesquisa com um arcabouço de procedimentos que o ajuda a organizar todo o material e a proceder sistematicamente com a análise dos dados.

Neste artigo, por conta da limitação de laudas, em vez de apresentar as análises específicas que realizamos, apresentamos apenas as categorias suscitadas a partir dessas análises específicas, fazendo uso das falas dos estudantes para ilustrar as categorias sempre que necessário. Antes, todavia, descrevemos as práticas de Modelagem desenvolvidas.

**Prática de Modelagem Matemática 1 – “Carrinhos: Quem quer brincar?”**

A atividade “Carrinhos: Quem quer brincar?” surge da reflexão de que tipo de tema poderia interessar à turma de alunos, da nossa intenção de desenvolver uma atividade em que os alunos pudessem coletar os dados, bem como do nosso objetivo de que a prática de Modelagem chamasse a atenção dos alunos e permitisse que eles pudessem estudar matemática brincando. Desse modo, visávamos tornar a participação dos estudantes algo voluntário e efetivo, pelo interesse em investigar a matemática da brincadeira.

Para a realização da atividade é preciso ter um carrinho com mecanismo de corda, instrumentos para medir distâncias, como régua ou fita métrica, espaço para brincar e uma folha para anotar as informações obtidas na brincadeira.



Figura 1: Carrinho para a atividade

Fonte: Autores, 2019.

Inicialmente, entregamos uma folha com o texto da atividade (Figura 2) para que os alunos fizessem a leitura e pensassem, sem que tivessem o carrinho em mãos, como poderiam dar encaminhamentos à atividade. Assim que findaram a leitura começaram a questionar como iriam proceder. Em conversas com os alunos, suscitaram a necessidade de se ter um carrinho para pensar sobre o problema. Desse modo, entregamos um carrinho para a turma de modo que pudessem analisar a situação e iniciar a coleta de dados. Dessa forma, os alunos formaram os grupos próximos à parede, deixando o meio da sala livre para “brincar” com o carrinho. Esse processo se deu em todas as turmas.

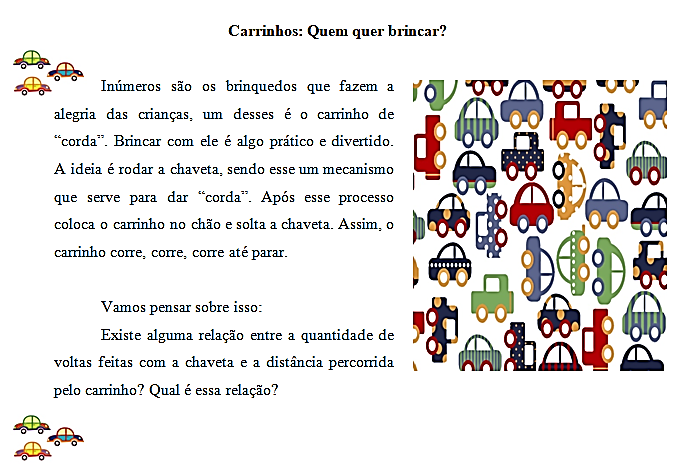


Figura 2: Atividade Carrinhos: Quem quer brincar?

Fonte: Autores, 2019.

De modo geral, ao serem questionados se conseguiriam realizar a atividade, os alunos começavam a levantar algumas hipóteses, muitas vezes antes mesmo de terem o carrinho de corda em mãos. Por exemplo, se rodar uma vez a chaveta o carrinho percorre uma distância X, quanto mais rodar a chaveta mais o carrinho vai andar, dentre outras, o que denota o engajamento dos alunos na realização da atividade.

**Prática de Modelagem Matemática 2 – “Tijolos: Como saber se não vejo?”**

A atividade “Tijolos: Como saber se não vejo?” surge na intenção de os alunos olharem para algo que faz parte do cotidiano, no caso, tijolos cobertos com massa e tinta que constituem as paredes das casas, mais especificamente, das salas de aula. Para os alunos procederem com suas resoluções tiveram à disposição tijolos, régua e papel para realizar anotações.

Para iniciar a atividade, entregamos um texto para os alunos e pedimos para que fizessem a leitura. A partir desse momento os alunos começaram a pensar em estratégias que indicassem caminhos para encontrar quantos tijolos foram necessários para construir a sala de aula em que estudavam. O tijolo não foi entregue de imediato, para que dessa forma os alunos refletissem sobre a atividade e como iriam proceder. O texto que receberam consta na figura 3.

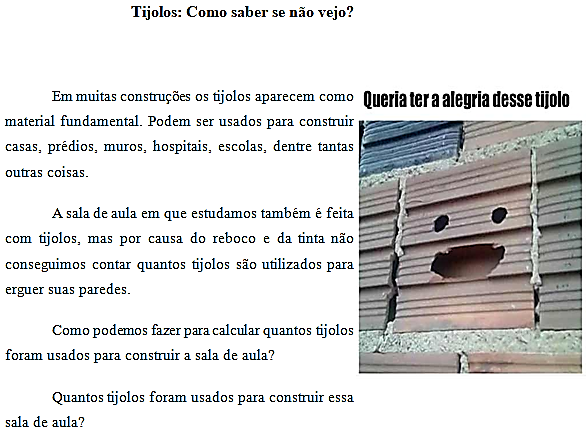


Figura 3: Atividade Tijolos: Como saber se não vejo?

Fonte: Autores, 2019.

Talvez influenciados pela entrega de um carrinho de corda na atividade anterior, os estudantes, nessa atividade, também sugeriram utilizar um tijolo para pensar a atividade. Com o tijolo em mãos, tiraram as medidas do objeto e da sala de aula, discutindo estratégias que permitissem responder o problema “quantos tijolos foram usados para construir essa sala de aula?”.

**Manifestações dos estudantes no desenvolvimento das atividades de Modelagem Matemática**

Considerando as unidades de significado destacadas das falas dos alunos, é que buscamos construir categorias que abarcassem aspectos comuns manifestados pelos estudantes no desenvolvimento das atividades de Modelagem Matemática, tendo em vista nosso objetivo de investigar as ações que denotam autonomia, bem como as características das atividades de Modelagem que podem ter suscitado as referidas ações. Nesse momento, no entanto, para além de associar as manifestações dos alunos às ações de autonomia destacadas ainda na fundamentação teórica (que também podem ser consideradas categorias tomadas à priori), buscamos olhar para o que mais se revela dessas manifestações – inferências suscitadas no decorrer da pesquisa a partir dos dados e que dizem das práticas empreendidas pelos alunos e das possíveis intenções de seus usos. Neste contexto, consideramos cinco categorias, as quais passamos a discutir: C01: Solucionar “problemas menores” para solucionar a problemática principal; C02: Produção de questões que ajudam a pensar e problematizar a atividade; C03: Comunicação como modo de validar uma ideia ou como modo de organizar mentalmente uma ideia; C04: Engajamento manifestado na preocupação com a realização de experimentos; e C05: Planejar e implementar encaminhamentos de resolução.

**Categoria 01: Solucionar “problemas menores” para solucionar a problemática principal**

Nessa categoria, consideramos a situação em que o aluno, em seus modos de agir durante a atividade de Modelagem Matemática, resolve problemas menores que ajudam a construir respostas para solucionar a problemática principal. Tomamos a expressão “problemas menores” para nos referirmos àquelas situações suscitadas no decorrer da resolução que se constituem obstáculos para os alunos. Esses problemas podem ser de diferentes instâncias, como quando o aluno resolve uma situação por meio de cálculos matemáticos, quando o aluno soluciona um problema para validar a coleta de dados ou, ainda, quando o aluno verbaliza uma ideia que ajuda os colegas do grupo a pensarem e a escolher como agir na atividade.

Por exemplo, quando o aluno A1[[4]](#footnote-4) do grupo 5ASG1 na atividade dos tijolos afirma “Acho que faz 2,70 dividido por 14”, ajuda a encontrar quantos tijolos foram utilizados para construir uma fileira de tijolos na vertical da parede, solucionando um problema menor que contribuiu para construir a solução para a problemática principal de encontrar a quantia de tijolos para construir as paredes da sala.

Já na fala “Coloca no chão e faz um pouquinho de força para a roda não patinar” se referindo ao modo de lançar o carrinho para a coleta de dados, o aluno A2 do grupo 6JCFG1 soluciona o problema de a “roda patinar”, o que consideraram um entrave para a execução do experimento e para a coleta de dados e cuja solução permitiu uma coleta mais confiável, na opinião dos alunos.

O aluno A1 do grupo 5ASG5 verbalizou encaminhamentos que ajudaram a solucionar o problema de entender como proceder com a atividade, como podemos ver nas falas de A4: “Porque medir o chão?”; A1: “Porque o mesmo tamanho da parede é o chão”; A4: “Mas não é do mesmo tamanho da parede”; A1: “O tamanho assim dá”, construindo, desse modo, caminhos que ajudaram a refletir sobre a problemática maior.

Resolver “problemas menores” focando o objetivo de solucionar uma problemática inicial que desencadeou o desenvolvimento da atividade de Modelagem, implica, por vezes, um monitoramento do planejamento inicial de resolução, e em outros contextos, o entendimento de que investigar uma situação via matemática é muito mais que realizar um algoritmo; é colocar em ação conhecimentos já construídos que, no enfrentamento de obstáculos relacionados a conceitos, encaminhamentos e estratégias, precisam ser resolvidos para que se obtenha êxito na atividade como um todo. Consideramos que essa ação de se questionar relaciona-se às ações de autonomia: tomada de decisão (Freire, 1996); realizar e orientar as ações planejadas (Sant’Ana, 2009) e (Zatti, 2007); e comunicação de ideias.

Comunicação de ideias, cabe atentar, embora não conste na tabela 1 como ação que denota autonomia verificada na literatura sobre o tema, revelou-se ação recorrente e importante no decorrer da presente investigação. Isso porque, inferimos, em atividades de Modelagem Matemática, como as atividades são realizadas essencialmente em grupos, que trabalham realmente juntos, em colaboração, os estudantes precisam manifestar suas ideias, defender seus encaminhamentos e compreender o posicionamento do outro.

**Categoria 02: Produção de questões que ajudam a pensar sobre a atividade**

Nessa categoria, consideramos as questões que os alunos elaboraram, em muitas situações, para si próprios, como modo de pensar e direcionar o desenvolvimento da atividade. Por vezes, eram questões não manifestadas explicitamente pela linguagem. Outras vezes, eram questões direcionadas aos colegas do grupo e ao docente, com vistas a verificar a viabilidade de uma ideia. Essas questões permitiram aos alunos pensar na atividade de Modelagem de maneira a entender o que precisavam realizar para continuar o desenvolvimento da atividade. Como quando o aluno A1 do grupo 5ADBG1, na atividade dos tijolos, questiona “Como resolver?”, “Quem vai saber quantos tijolos tem aqui?”. Essas questões levaram os alunos a considerarem possibilidades para prosseguir no desenvolvimento da atividade, abrindo espaço para reflexões que ajudaram a pensar na problemática maior de encontrar quantos tijolos foram necessários para construir as paredes da sala de aula.

Ou, ainda, quando o aluno A1 do grupo 5ADBG4 questiona, ao desenvolver a atividade do carrinho, “Eu podia fazer assim, somar primeiro todos os centímetros depois os metros e juntar os dois?”, com a finalidade de identificar se está realizando os cálculos de maneira correta, ou de pensar em como prosseguir.

Entendemos que a ação de questionar (e de questionar-se), empreendida com vistas a validar uma ideia ou como modo de pensar sobre o problema “em voz alta”, denota uma manifestação de autonomia, na medida em que revela um entendimento por parte dos alunos, mesmo que provisório e em construção; bem como constitui-se, também, uma estratégia pessoal de pensar sobre a resolução empreendida, monitorar a resolução e dar novos encaminhamentos, quando assim decide.

Consideramos que essa ação de se questionar relaciona-se às ações de autonomia: planejamento e construção de encaminhamentos de resolução para um problema (Zatti, 2007) e (Berbel, 2011); realizar e orientar as ações planejadas (Sant’Ana, 2009) e (Zatti, 2007); e buscar respostas às suas próprias perguntas (Chaves, Filho, & Seixas, 2018).

**Categoria 03: Comunicação como modo de validar uma ideia ou como modo de organizar mentalmente uma ideia**

Consideramos nessa categoria os momentos de comunicação de ideias. No contexto das atividades de Modelagem Matemática, os alunos comunicavam suas ideias, principalmente relativas às estratégias de resolução, por vezes como modo de validar, junto ao grupo e ao docente, a pertinência e a validade dessa ideia; e outras vezes, como modo de organizar mentalmente a própria ideia, como se ao falar em voz alta, avaliassem e reorganizassem a mesma.

Os alunos procuraram validar suas ideias por meio da comunicação com terceiros, por exemplo, quando o aluno A1 do grupo 6JCFG1, na atividade do carrinho, comunica-se como o professor: “Professor, o professor, deixa eu ver uma coisa. Que eu acho que entendi. Quanto mais, quanto mais você rodar a chaveta mais longe ele vai. Quanto menos você rodar, menos ele vai”; ou ainda quando o aluno A2 do grupo 5ASG5, ao realizar a atividade do tijolo, diz para o colega: “Eu acho que a gente vai ter que medir a parede da escola”, sendo que o aluno procura validar sua ideia esperando a confirmação do colega.

A comunicação de uma ideia também se dá, por vezes, com vistas à organização mental dessa ideia, por parte do próprio aluno que a comunica. Trata-se de um “pensar em voz alta”, refletir e refinar o pensado inicialmente. Isso aconteceu, por exemplo, quando o aluno A2 do grupo 6JCFG1 disse “Devia ter colocado no chão”, “É melhor colocar ele no chão e depois rodar o negócio”, “Coloca no chão e faz um pouquinho de força para a roda não patinar”. Com essas afirmações o aluno foi constituindo um caminho para viabilizar o experimento.

Procurar validar as ideias por meio da comunicação ao realizar as atividades de Modelagem Matemática, sinaliza também para o engajamento e a preocupação dos alunos com a resolução. Entendemos que essa categoria está relacionada à ação que denota autonomia e que denominamos de “Comunicação de ideias”.

**Categoria 04: Engajamento manifestado na preocupação com a realização de experimentos**

Nessa categoria consideramos os momentos em que os alunos, preocupados com a realização dos experimentos, demonstraram engajamento para realizar as atividades de Modelagem Matemática. Essa preocupação se manifestou por meio do levantamento de hipóteses e por meio da realização de estimativas de resultados.

Podemos ver o engajamento do aluno do quinto ano da escola EMADB no desenvolvimento da atividade quando, ao brincar com o carrinho para coletar informações da distância percorrida, levanta a seguinte hipótese: “Uma volta na chaveta vai andar um metro”, o que sinaliza uma preocupação em encontrar as medidas para o problema, bem como uma estimativa para o caso. Outro exemplo se dá quando o aluno A1 do grupo 5ASG1 afirma “Pega 6 e multiplica por 60”, sinalizando que não precisava dar seis voltas na chaveta, pois era preciso pegar a distância que o carrinho andou quando se deu uma volta na chaveta e multiplicar por seis voltas.

Na atividade dos tijolos, também, os alunos tomam como hipótese que a quantidade de tijolos de uma parede da sala de aula, pode ser tomada como medida para as demais paredes. Os alunos também demonstram engajamento quando ficam preocupados em fazer estimativas que poderiam solucionar parte da problemática, como quando o aluno A4 do grupo 5ADBG1, ao ser perguntado na atividade do tijolo sobre suas dimensões responde “Entre 15 e 20 centímetros” apontando para um possível tamanho do tijolo; ou ainda, quando ao realizar a atividade do carrinho o aluno A1 do grupo 6JCFG3 afirma “Três voltas, o que eu falei? É 199 mais 9,5 vai dar 208,5. Pelo que eu entendo vai dar isso, porque pra dar o impulso de uma volta é 9,5 cm de impulso pra uma volta” e ao final afirma que está fazendo uma estimativa.

Ainda, o uso da palavra estimativa pelo aluno denota uma compreensão acerca deste conceito e principalmente o entendimento de seu uso no contexto da atividade de Modelagem, o que consideramos significativo para um aluno do quinto ano. Os alunos, ao demonstrarem engajamento por meio da preocupação em desenvolver as atividades de Modelagem, se vestem de autonomia para mostrar suas ideias e produzir discussões e resultados para cada atividade.

Entendemos que a categoria 04 está relacionada às ações de autonomia: tomada de decisão (Freire, 1996), buscar respostas às próprias perguntas (Chaves, Filho, & Seixas, 2018) e realizar e orientar as ações planejadas (Sant’Ana, 2009) e (Zatti, 2007).

**Categoria 05: Planejar e implementar encaminhamentos de resolução**

Nessa categoria consideramos a ação de construir um planejamento e colocá-lo em prática. Assim, os alunos, ao realizarem a atividade de Modelagem, fazem a leitura da atividade e interpretam a situação para, a partir disso, construírem planejamentos que os ajudem a proceder à resolução, implementando esse planejamento.

Podemos observar nas falas dos alunos a construção de planejamentos que ajudam a pensar e proceder no desenvolvimento da atividade, como quando ao realizar a atividade do carrinho o aluno A1 do grupo 5ASG1 afirma “Eu tive outra ideia, dá uma volta e vê até onde ele foi, até o lugar, aí faz vezes o tanto de volta na chaveta”. Além de construir um planejamento para pensar na atividade o aluno implementa seu desenvolvimento quando esse faz 60 vezes 31, em que 60 representa, em centímetros, a distância percorrida pelo carrinho ao dar uma volta na chaveta, e 31 representa o número de voltas na chaveta.

Em um segundo exemplo desse processo de planejar e implementar, o aluno do grupo 6JCFG4 planeja a coleta de dados em meio ao desenvolvimento da atividade dos tijolos dizendo “Eu tive uma ideia, vamos medir o tijolo, marcar, e marcar na parede”. Na continuação do desenvolvimento da atividade, os alunos do grupo 6JCFG4 implementam essa estratégia.

Os alunos planejaram o que fazer e implementaram esse planejamento de maneira a buscar respostas para o problema de cada atividade, sinalizando para um movimento de autonomia dos alunos, os quais têm a liberdade de construir seus planejamentos e colocar em prática, sendo essa autonomia proporcionada, entendemos, pelo desenvolvimento das atividades de Modelagem Matemática.

Consideramos, portanto, que essa categoria está relacionada com as ações que denotam autonomia: planejamento e construção de encaminhamentos de resolução para um problema (Zatti, 2007) e (Berbel, 2011) e realizar e orientar as ações planejadas (Sant’Ana, 2009) e (Zatti, 2007).

**Sobre as ações de autonomia e as atividades de Modelagem Matemática**

Estudar a Modelagem Matemática para fundamentar essa pesquisa, nos apresentou uma prática com possibilidades de contribuir com aulas de matemática investigativas e preocupadas com a formação de alunos que aprendem a partir de um engajamento efetivo com as atividades propostas e mediadas pelo professor.

Ao vislumbrar a autonomia como possibilidade de contribuir também com essa formação integral do aluno, nos dedicamos a estudar esse termo e suas características no contexto da pesquisa em Educação e Educação Matemática, bem como realizamos uma investigação com a produção e coleta de dados com estudantes que, no desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática, poderiam (ou não) realizar ações que denotassem alguma autonomia.

Falar sobre as atividades é relembrar a empolgação dos alunos em brincar como o carrinho de “corda” e expor seus conhecimentos prévios sobre como os tijolos são usados em construções, de maneira que seus conhecimentos sobre os temas pudessem ajudar nas resoluções das atividades e no engajamento destes alunos nas investigações.

Dessa maneira, tendo em vista os estudos realizados em Modelagem Matemática e Autonomia e o desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática com alunos da transição do quinto para o sexto ano, procuramos discutir quais ações de autonomia, alunos de um quinto e de um sexto ano do Ensino Fundamental, revelavam ao realizar atividades de Modelagem Matemática.

A ação de autonomia “tomada de decisão” (Freire, 1996) surge em meio ao desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática quando o aluno se posiciona perante a atividade para buscar soluções à problemática, tomando decisões com responsabilidade no contexto do desenvolvimento das atividades. Corroborando com esse resultado, Almeida (2022) apresenta que:

A natureza de problema-aberto promove a necessidade de tomada de decisão em diferentes fases do desenvolvimento de atividades de modelagem. Definir variáveis, formular hipóteses, interpretar resultados e validar um modelo matemático ou uma resposta são procedimentos que não estão livres de tomada de decisão (Almeida, 2022, p.137).

Intrínseco à tomada de decisão temos a iniciativa, ação de autonomia que se manifesta quando o aluno se predispõe a tomar decisões e age com essa intenção. Ou seja, para tomar decisões o aluno precisa agir com iniciativa. Entendemos que a tomada de decisão se manifesta na Modelagem Matemática, sendo uma prática que favorece a autonomia do aluno. Isso porque a Modelagem requer um posicionamento e, assim, abre espaço para a tomada de decisão com responsabilidade, possibilitando ao aluno tomar diferentes encaminhamentos de resolução no desenvolvimento das atividades.

Já a ação que denota autonomia “buscar respostas às próprias perguntas” (Chaves, Filho, & Seixas, 2018) está relacionada ao momento em que o aluno está em contato com a atividade de Modelagem e busca conhecer suas características. É o momento de questionar a atividade, de questionar a situação e, consequentemente, buscar respostas para esses questionamentos. Esse buscar respostas está relacionado, ainda, ao engajamento inicial para resolver a atividade, o que implica na ação iniciativa. Dessa maneira, para buscar respostas às suas próprias perguntas, é preciso ter iniciativa. Buscar respostas às próprias perguntas surge em meio às características da Modelagem Matemática de indagar e investigar, apontadas por Barbosa (2001).

“Planejamento e construção de encaminhamentos de resolução” (Zatti, 2007; Berbel, 2011) para um problema, é uma ação de autonomia que emerge na análise crítica da situação investigada, de modo que para conhecer as características da situação e do problema, os estudantes precisam, diante das várias possibilidades que se descortinam, eleger algo relevante para o desenvolvimento da atividade. Esse buscar conhecer a problemática para resolvê-la é uma característica das atividades de Modelagem Matemática que desencadeiam a elaboração de hipóteses e tomadas de decisão.

Almeida (2022) destaca que “o planejamento também é importante para cada grupo de alunos. Antever o que pode ser útil em etapas posteriores é um dos benefícios que a estruturação de um plano de ação para desenvolver uma atividade de modelagem pode proporcionar”.

A ação que denota autonomia “realizar e orientar as ações planejadas” (Sant’Ana, 2009; Zatti, 2007) surge no contexto do desenvolvimento da atividade de Modelagem devido, inferimos, à característica de serem atividades abertas, ou seja, o aluno pode tomar diferentes caminhos, tomando para si as estratégias criadas e planejadas, de modo a colocá-las em prática.

Já a “comunicação de ideias” como ação que denota autonomia, consideramos que está relacionada ao momento de externar ideias, estratégias, hipóteses e reflexões ao grupo ou a toda à sala, de determinar as próprias ações em meio ao desenvolvimento da atividade de Modelagem. É o momento de manifestar os modos de lidar como a atividade por meio do diálogo, o que pode culminar na comunicação dos resultados.

Em Modelagem Matemática a comunicação de ideias se dá devido à constituição de um ambiente de aprendizagem propício à manifestação de pensamentos, encaminhamentos e resultados. A comunicação de ideias implica, ainda, a iniciativa, ação de autonomia que se manifesta quando o aluno se posiciona frente à atividade, medeia as discussões e procura dirimir os problemas suscitados nas investigações.

Destaca-se, ainda, concordando com Medeiros, Lubeck, Lins e Andretti (2020) que a autonomia do educando se desenvolve com pequenos avanços, mas é preciso haver intencionalidade docente para que essa autonomia do estudante possa ser desenvolvida por meio das distintas situações escolares.

A Modelagem Matemática, segundo nossa pesquisa, pode ser considerada uma prática pedagógica com potencial para o desenvolvimento da autonomia dos estudantes, dadas as situações intelectualmente exigentes com as quais os estudantes precisam lidar durante o desenvolvimento das atividades.

**Considerações Finais**

Freire (1996) afirma que;

“Ninguém é sujeito da autonomia de ninguém. [...]. A autonomia, enquanto amadurecimento do ser para si, é processo, é vir a ser. [...] É neste sentido que uma pedagogia da autonomia tem de estar centrada em experiências estimuladoras da decisão e da responsabilidade, vale dizer, em experiências respeitosas da liberdade” (Freire, 1996, p. 41).

Consideramos que atividades de Modelagem Matemática proporcionam ao ambiente de sala de aula experiências estimuladoras para a autonomia, sendo que essa autonomia se manifesta nas ações dos alunos, como por exemplo, tomada de decisão, buscar respostas às próprias perguntas, planejamento e construção de encaminhamentos de resolução para um problema, realizar e orientar as ações planejadas, comunicação de ideias e iniciativa.

Apontar para ações que denotam autonomia em atividades de Modelagem Matemática sinaliza para o pensar sobre como pode se dar a autonomia nos processos de ensino e de aprendizagem em aulas de matemática, visando o desenvolvimento do aluno no sentido de tomar para si o aprender, o construir e o comunicar suas ideias.

Essa pesquisa não esgota as discussões sobre autonomia e Modelagem Matemática. Há muito por se fazer. Focar o planejamento docente em Modelagem com vistas a desenvolver a autonomia dos estudantes é uma possibilidade. Há de se investigar, ainda, especificidades no desenvolvimento de atividades de Modelagem nos quintos e nos sextos anos, bem como discutir implicações de um trabalho sistemático com Modelagem nos quintos anos, quando estes alunos passam a vivenciar os anos finais do Ensino Fundamental.

Realizar essa pesquisa constituiu-se também uma experiência que ressignificou o ser professor e pesquisador, um caminho “sem volta”, pois entender a importância de ser pesquisador e melhorar nossa prática como professores têm realizado transformações no nosso jeito de ser, agir e olhar para o aluno que chega às salas de aulas nas quais lecionamos. Esperamos que esse trabalho também inspire tantos outros a considerar atividades de Modelagem como práticas de sala de aula possíveis, bem como a ficar atentos ao desenvolvimento dos alunos nesse contexto.

**Referências**

Aguiar, M. K. S. de, & Malheiros, A. P. dos S. (2020). Modelagem matemática e a sala de aula: Um olhar para um material didático. *TANGRAM - Revista De Educação Matemática, 3*(4), 93–113.

Almeida, L. M. W. (2022). Uma abordagem didático-pedagógica da modelagem matemática. *VIDYA, 42*(2), 121–145.

Almeida, L. M. W., & Vertuan, R. E. (2011). Discussões sobre “como fazer” modelagem matemática na sala de aula. In L. M. W. Almeida, J. L. Araújo, & E. Bisognin (Eds.), *Práticas de modelagem matemática: Relatos de experiências e propostas pedagógicas* (pp. 19–44). EDUEL.

Almeida, L. M. W., Silva, K. P., & Vertuan, R. E. (2012). *Modelagem matemática na educação básica*. Contexto.

Barbosa, J. C. (2003). Modelagem matemática na sala de aula. *Perspectiva, 27*(98), 65–74.

Bardin, L. (2002). *Análise de conteúdo* (L. A. Reto & A. Pinheiro, Trads.). Edições 70, LDA.

Benson, P. (2001). *Teaching and researching autonomy in language learning*. Longman. <https://www.taylorfrancis.com/books/9781317862857>

Berbel, N. A. N. (2011). As metodologias ativas e a promoção da autonomia de estudantes. *Semina: Ciências Sociais e Humanas, 32*(1), 25–40.

Burak, D. (2010). Modelagem matemática sob um olhar de educação matemática e suas implicações para a construção do conhecimento matemático em sala de aula. *Revista de Modelagem na Educação Matemática, 1*(1), 10–27.

Chaves, H. V., Filho, O. N. M., & Seixas, P. de S. (2018). Por uma educação para a autonomia de sujeitos situados no mundo. *Psicologia da Educação, 46*, 81–91.

Freire, P. (1996). *Pedagogia da autonomia: Saberes necessários à prática educativa*. Paz e Terra.

Klüber, T. E. (2010). Modelagem matemática: Revisitando aspectos que justificam a sua utilização no ensino. In F. B. Brandt, D. Burak, & T. E. Klüber (Eds.), *Modelagem matemática: Uma perspectiva para a educação básica* (pp. 97–114). Editora UEPG.

Malheiros, A. P. dos S., Souza, L. B., & Forner, R. (2023). Modelagem matemática e Paulo Freire: Um olhar para as articulações nas pesquisas. *VIDYA, 43*(2), 133–149.

Martin, R. W. S. (2019). *Modelagem matemática e autonomia: Um olhar para atividades no ensino fundamental* (Dissertação de Mestrado). Universidade Estadual do Oeste do Paraná, Cascavel. <https://tede.unioeste.br/bitstream/tede/4717/2/Ronalti%20Martin%202019.pdf>

Medeiros, J., Lübeck, M., Lins, G. S., & Andretti, F. L. (2020). A pedagogia da autonomia e o ensino de matemática. *Revista de Educação Popular, 19*(2), 258–274.

Sant’Ana, R. B. de. (2009). Autonomia do sujeito: As contribuições teóricas de G. H. Mead. *Psicologia: Teoria e Pesquisa, 25*(4), 467–477.

Schrenk, M. J., & Vertuan, R. E. (2022). Modelagem matemática como prática pedagógica: Uma possível caracterização em educação matemática. *Educação Matemática Pesquisa, 24*(1), 194–224.

Zatti, V. (2007). *Autonomia e educação em Immanuel Kant e Paulo Freire*. EDIPUCRS.

**Contribuições dos Autores**

1º autor: conceitualização; produção e coleta de dados; descrição, transcrição e análise dos dados; investigação; metodologia; administração do projeto de pesquisa; redação do texto – rascunho original; redação do texto – revisão e edição.

2º autor: conceitualização; produção e coleta de dados; análise dos dados; investigação; metodologia; administração do projeto de pesquisa; redação do texto – revisão e edição.

1. 1 Modelagem e Modelagem Matemática são utilizados como sinônimos. [↑](#footnote-ref-1)
2. Um destes quintos anos, inclusive, é de uma escola municipal que divide a mesma estrutura física da escola estadual, situação comum na cidade em que se deu a coleta de dados. [↑](#footnote-ref-2)
3. Da passagem do quinto para o sexto ano do Ensino Fundamental: uma investigação acerca da cultura escolar, dos processos de ensino e aprendizagem e das concepções docentes e discentes. [↑](#footnote-ref-3)
4. 3 Para nos referirmos aos alunos e grupos da pesquisa, utilizamos A1 para denotar o aluno 1 de uma escola, um grupo e uma turma específicos (o que significa que há diferentes A1 na pesquisa e que a indicação de um aluno sempre vem acompanhada da denominação do grupo) e 5ASG5, por exemplo, para nos referirmos ao grupo de um 5º ano da escola AS (AS, ADB e JCF são iniciais do nome das escolas) do grupo 5 (G5). [↑](#footnote-ref-4)