

Investigações geométricas em sala de aula: (re) construindo o conceito de área no geoplano com o teorema de Pick

Geometric classroom investigations: (re) building the concept of area in the geoplano with Pick's theorem

Eliane Scheid Gazire¹
Sabrina Alves Boldrini Cabral²
Bruna das Graças Ferreira Soares Teixeira³

Resumo: A geometria está sempre presente em todos os lugares, faz parte do nosso cotidiano, portanto, torna-se um conteúdo indispensável na construção e desenvolvimento do raciocínio lógico matemático. Diante da necessidade de (re) significar alguns conceitos geométricos, principalmente o que diz respeito ao conceito de área, a pesquisa aqui desenvolvida busca apresentar uma estratégia de ensino capaz de auxiliar de forma significativa o ensino-aprendizagem do cálculo de áreas de figuras planas com o auxílio do geoplano e algumas aplicações do teorema de Pick, a pesquisa possui um caráter qualitativo, cujo objetivo é compreender a lógica interna dos grupos, ou seja, a pesquisa enfatizando a valorização do sujeito. Pôde ser observado ao longo da pesquisa que o uso de materiais concretos como o geoplano as aulas de geometria podem ser de maior aproveitamento, levando a um maior rendimento na aprendizagem.

Palavras-chave: Geometria; Área; Figuras planas.

Abstract: Geometry is always present everywhere, it is part of our daily life therefore, it becomes an indispensable content in the construction and development of logical reasoning mathematics. In view of the need to (re) signify some geometric concepts, especially what concerns the concept of area, the research developed here seeks to present a teaching strategy capable of significantly assisting the teaching-learning of the calculation of areas of flat figures with the help of the geoplano and some applications of Pick's theorem, the research has a qualitative character, whose objective is to understand the internal logic of the groups, that is, the research emphasizing the valuation of the subject. It can be observed that throughout the research the use of concrete materials such as the Geoplano geometry classes can be of greater use, leading to higher learning outcomes.

Keywords: Geometry; Area; Flat figure.

¹ Doutora em Educação Matemática pela UNESP – Rio Claro. Coordenadora do programa de Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática da PUC/Minas. egazire@terra.com

² Mestre em Ensino de Ciências e Matemática pela PUC/Minas. Docente no curso de Licenciatura em Matemática da UEMG – unidade Carangola. sabrinaboldrincabral@hotmail.com

³ Licenciada em Matemática pela UEMG – unidade Carangola. brunnasoares293@gmail.com

Investigações geométricas em sala de aula: (re) construindo o conceito de área no Geoplano com o teorema de Pick

Introdução

A geometria está presente no dia a dia das pessoas, em todos os lugares por elas frequentados. Seja na arquitetura ou nas paisagens naturais, as formas e os padrões geométricos fazem parte do nosso cotidiano sem se quer que percebamos. O que se sabe é que muitas das atividades humanas estão relacionadas a essa área do conhecimento.

O que se sabe sobre as origens da geometria é a ideia de que o nascimento da geometria está ligada à civilização egípcia, que desenvolveu esta área da matemática por questões práticas, para uso na demarcação de terras ou para construção das pirâmides.

Outra hipótese conhecida a respeito de sua origem está relacionada à análise de pinturas rupestres, que segundo Boyer (1974) pode indicar que a presença da geometria no desenvolvimento humano é mais antiga do que a civilização egípcia.

Apesar das transformações geométricas estarem presentes desde cedo na história da humanidade, o seu processo de desenvolvimento no ensino encontra-se bem conturbado. Hoje, muito se discute sobre a geometria escolar, frequentemente as discussões giram em torno de como abordar conteúdos geométricos na Educação Básica, não se obtendo um consenso.

Para Vianna (1988), Pavanello (1993) e Gouvea (1998), a ausência da Geometria nas escolas, está relacionada ao fato dos professores não possuírem os conhecimentos geométricos necessários para a realização de tal prática.

Segundo Gazire (2000), os conteúdos não aprendidos não são ensinados, dando origem a um círculo vicioso. Isto revela uma questão de mudança real na maneira de pensar sobre esse problema, na forma de realmente conceber e formular uma estratégia que possa de fato apresentar-lhe uma solução.

Nesse contexto, a presente pesquisa tem como principal objetivo apresentar uma estratégia de ensino que possa auxiliar de forma significativa na aprendizagem de umas das principais propriedades geométrica que é o cálculo da área de figuras planas.

A atividade aqui apresentada, visa construir uma sequência didática, que utiliza como proposta metodológica o Teorema de Pick e o geoplano como ferramentas capazes de contribuir na construção do conceito de área.

Investigações geométricas em sala de aula: (re) construindo o conceito de área no Geoplano com o teorema de Pick

O ensino de geometria no Brasil

Para entender um pouco sobre o processo de desenvolvimento do ensino de geometria no Brasil, é preciso voltar ao século XX.

Nesse período, de acordo com as pesquisas realizadas por Gonçalves e Lando (2012), o país era praticamente todo agrícola. Na escola primária (atual Ensino Fundamental), o ensino de matemática era todo voltado para as atividades práticas, ou seja, o que os alunos usariam no seu dia a dia e o ensino secundário (atual Ensino Médio), era oferecido apenas por escolas particulares e os conteúdos abordados, eram direcionados à formação de conhecimentos necessários para ingressar no ensino superior. A álgebra, a aritmética e a geometria eram estudadas separadamente com ênfase teórica, pouco se viam aplicabilidades.

Ainda de acordo com Gonsalves e Lando (2012) na década de 60, com o Movimento da Matemática Moderna (MMM), a preocupação principal era o ensino de fórmulas algébricas e linguagem de conjuntos e símbolos. A geometria era trazida no final dos livros apenas com algumas noções de figuras, pontos e retas.

Segundo Pavanello (1993, p. 07), procurava-se trabalhar seguindo uma abordagem “intuitiva” que se concretiza, nos livros didáticos, pela utilização de alguns teoremas e postulados: “não existia qualquer preocupação com a construção de uma sistematização empiricamente elaboradas”.

Nesse período, a geometria passou por um enfoque de mudanças gerando muitos problemas: os professores não possuíam domínio do conteúdo e muitos deixavam de lado seu ensino, enfatizando apenas a álgebra, assim como afirma Pavanello (1993, p. 08).

A maioria dos professores de matemática não domina esse assunto, o que acaba de fazer com que muitos deles deixem de ensinar a geometria sobre qualquer enfoque [...] não privilegia o desenvolvimento do raciocínio hipotético-dedutivo, enfatiza-se a álgebra.

No final da década de 70, começaram a surgir novas preocupações com o rumo que o ensino de geometria havia tomado, porém o ensino da matemática escolar continuava desfavorecendo-a, enfatizando apenas o ensino da álgebra.

Análises históricas realizadas por Veloso (1998), sobre o ensino de Geometria nas escolas de ensino Fundamental e Médio em Portugal, mostram que entre os anos 70 e 80, a generalização da chamada Matemática Moderna relegou a geometria para um lugar muito

Investigações geométricas em sala de aula: (re) construindo o conceito de área no Geoplano com o teorema de Pick

secundário. De acordo com Abrantes (1999, p.155), numa abordagem formal da Matemática, a geometria tornou-se um “parente pobre” da álgebra linear:

[...] as atividades envolvendo construções geométricas foram consideradas matéria de outras disciplinas, como a Educação Visual, a importância prática da geometria reduzia-se ao teorema de Pitágoras e a algumas fórmulas para o cálculo de áreas e volumes.

Atualmente, essa situação não é muito diferente, a geometria continua perdendo espaço nas salas de aula. O que se percebe é que muitos professores deixam de ensiná-la, seja por dificuldades ou até mesmo por não achar que a geometria seja tão necessária como os outros conteúdos.

Segundo Gonsalves e Lando (2012, p. 364) uma das principais alegações dos professores por não ensinarem os conteúdos geométricos está relacionada à falta de tempo, entre outras:

[...] o conteúdo de geometria estava sempre no final dos livros; falta de metodologia e materiais concretos para que o ensino se desse de maneira efetiva; preferência por parte dos professores pelo ensino de aritmética ou álgebra; falta de conhecimentos geométricos necessários aos professores para a realização de suas práticas pedagógicas.

Sabe-se que o ensino de geometria é muito importante para o desenvolvimento do raciocínio lógico e a capacidade argumentativa do aluno. A geometria é essencial para o desenvolvimento de diversas habilidades e competências, é através dela que a criança desenvolve a capacidade de compreender o espaço em que vive, de explorar e analisar a realidade proporcionando várias descobertas.

O papel do professor no desenvolvimento de competências e habilidades geométricas

Os parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs, 1998) abordam e destacam a necessidade do ensino da geometria, principalmente nos anos finais do ensino fundamental, na construção de atividades e situações em que o aluno exercite o seu raciocínio dedutivo e uma base de demonstrações.

De acordo com os PCNs (1998), os problemas de Geometria fazem com que os alunos tenham seus primeiros contatos com a necessidade e as exigências estabelecidas por um raciocínio dedutivo. Embora os conteúdos geométricos propiciem um campo fértil para a exploração dos raciocínios dedutivos, o desenvolvimento dessa capacidade não deve

Investigações geométricas em sala de aula: (re) construindo o conceito de área no Geoplano com o teorema de Pick

restringir-se apenas ao uso de propriedades e conceitos, faz-se necessário desenvolver nos alunos a capacidade de construir argumentos lógicos e o desenvolvimento do senso crítico.

Freudenthal, citado por Abrantes (1999, p.155) chama a atenção para dois aspectos da riqueza da geometria que poderiam parecer contraditórios, mas que na verdade se completam: por um lado, as descobertas geométricas, sendo feitas também “com os próprios olhos e mãos, são mais convincentes e surpreendentes”; por outro lado, salientando a necessidade de explicação lógica das suas conclusões, a geometria pode fazer sentir aos alunos “a força do espírito humano, ou seja, do seu próprio espírito”.

De acordo com Abrantes (1999 p.156), quando o professor procura melhorar o ensino da geometria, há vários caminhos que podem ser seguidos, para tornar o aprendizado da geometria mais fácil e compreensível, e deixar a monotonia e a dificuldade que os alunos encontram nas fórmulas e teoremas:

Na geometria, há um imenso campo para a escolha de tarefas de natureza exploratória e investigativa, que podem ser desenvolvidas na sala de aula, sem necessidade de um grande número de pré requisitos e evitando, sem grande dificuldade, uma visão da Matemática centrada na execução de algoritmos e em “receitas” para resolver exercícios-tipo.

Para Cabral (2017), cabe ao professor focar em suas aulas atividades que tenham como objetivo ajudar o aluno a desenvolver competências para um pensar que leve aos caminhos da investigação e da argumentação, buscando procedimentos apropriados às ações de educar e ensinar Matemática em consonância com o nível de desenvolvimento cognitivo do seu aluno.

Nesse sentido, entende-se que nas construções de processos de pensamentos geométricos, os conceitos matemáticos mais abstratos são traduzidos em outros mais concretos. Quando o professor utiliza essa ferramenta como metodologia de ensino, vários caminhos podem ser construídos para tornar o aprendizado matemático mais fácil e compreensível, auxiliando os alunos a avançarem além das habilidades matemáticas inatas.

(Re) significando o conceito de área com o teorema de Pick

Do latim, *Regio* (área) refere-se a um espaço de terra delimitado por diversas características, que podem ser: zoológicas, geográficas, econômicas, dentre outros métodos de delimitações. De acordo com o dicionário Aurélio (2016) a palavra *área* é compreendida como:

Tangram – Revista de Educação Matemática, Dourados - MS – v.2 n. 3, pp. 68-87 (2019)

Investigações geométricas em sala de aula: (re) construindo o conceito de área no Geoplano com o teorema de Pick

- Extensão compreendida dentro de certos limites.
- Vão que sobe de um saguão interior até ao telhado da casa.
- Espaço (em que se exerce determinada ação).
- Espaço que percorre em certo tempo o raio vetor de um astro
- Área de grande penalidade: o mesmo que grande área.
- Área de paisagem protegida: o mesmo que área protegida.
- Zona de uma casa destinada aos serviços de limpeza, ao armazenamento de produtos ou ao alojamento de empregados.

No estudo de conceitos geométricos área é a superfície compreendida dentro de um perímetro, cuja unidade de medida mais conhecida e utilizada é o metro quadrado. No ensino e aprendizagem geométrica, calcular áreas nem sempre é fácil para os alunos, principalmente quando nos referimos a figuras de polígonos irregulares.

Em 1899, o tcheco Georg Alexander Pick desenvolveu uma fórmula simples e clara para calcular áreas de polígonos simples, que segundo LIMA (1987), é uma fórmula bonita para a área de um polígono onde os vértices são pontos de uma rede. Esta fórmula é a mais conhecida de seus trabalhos e leva o seu nome Teorema de Pick⁴.

De acordo com o Teorema de Pick, a área de um polígono cujos vértices são pontos de uma rede é dada pela expressão:

$$\frac{b}{2} + i - 1$$

Onde b é o número de pontos da rede situados sobre a bordo do polígono e i é o número de pontos da rede existentes no interior do polígono.

Vejamos a seguinte figura composta por três polígonos onde a área pode ser facilmente calculada pelo Teorema de Pick.

⁴ Seja P um polígono reticulado simples sobre uma malha. Seja B o número de pontos da malha sobre o perímetro deste polígono e I é o número de pontos da malha internos ao polígono (SOUZA 2013, p. 24).

Tangram – Revista de Educação Matemática, Dourados - MS – v.2 n. 3, pp. 68-87 (2019)

Investigações geométricas em sala de aula: (re) construindo o conceito de área no Geoplano com o teorema de Pick

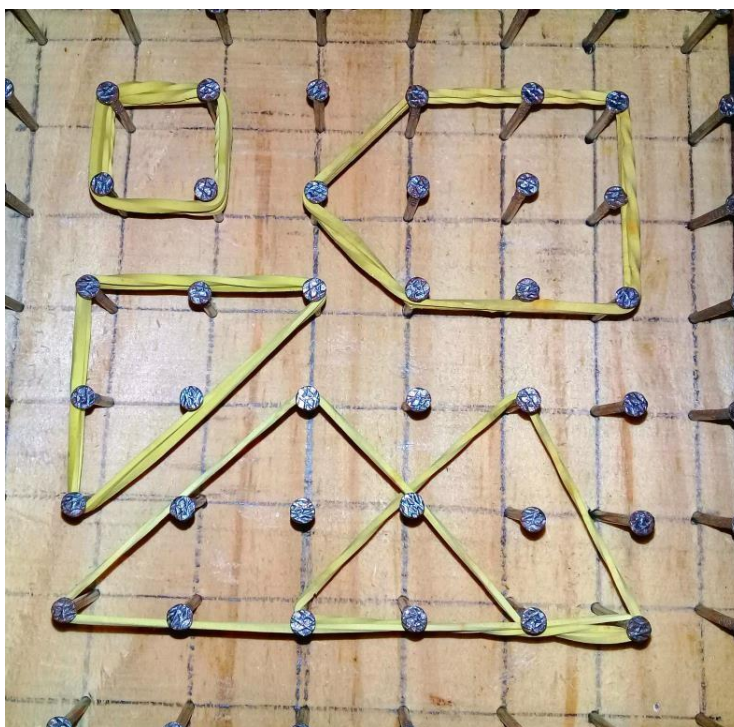


Figura 01: Polígonos no Geoplano
Fonte: Dados da pesquisa

Pode-se perceber, na figura 01, que a área da figura formada por dois triângulos e com vértices em comum não pode ser calculada por este teorema, pois, o mesmo só permite o cálculo de polígonos simples, ou seja, quando suas formas são poligonal fechada, que pode ser percorrida sem passar duas vezes pelo mesmo vértice.

Aplicações do teorema de Pick no geoplano

O geoplano é um material que foi utilizado pela primeira vez em 1961 por um matemático inglês chamado Calleb Gattegno. É construído utilizando-se um pedaço de madeira, geralmente quadrado, marcado por uma malha quadriculada, ou pontilhada, e em cada vértice dos quadrados da malha formados é fixado um prego, onde se prenderão os elásticos, usados para "desenhar" sobre o geoplano, que podem ser criados de várias formas e com diferentes tamanhos.

Para Costa *et al.* (2010), o geoplano possui a capacidade de possibilitar o desenvolvimento de uma melhor visualização das formas geométricas, facilitando assim a construção de certas situações problemas, instigando os alunos a investigá-las e resolvê-las, além de causar um envolvimento de forma a induzi-los a querer aprender o conteúdo.

Investigações geométricas em sala de aula: (re) construindo o conceito de área no Geoplano com o teorema de Pick

O geoplano permite diferentes abordagens nos métodos de resoluções de problemas, onde são relacionados espaços e formas, grandezas e medidas, operações e números e o mais importante, tudo isso em um único momento de aprendizagem.

Assim, para Barros e Rocha (2004), o geoplano é uma ótima ferramenta que pode ser utilizada pelo professor para facilitar o ensino e aprendizagem matemática, pois com ele existe uma grande variedade de diferentes temas, permitindo ser possível abordar diferentes formas para trabalhar o mesmo assunto, facilitando assim a compreensão dos alunos e estimulando o desenvolvimento do raciocínio geométrico destes.

Utilizar o geoplano para calcular *área*, através do teorema de Pick, facilita a visualização dos pontos, a maneira de explicação do professor e também o aprendizado do aluno, pois com ele os mesmos podem contar os pontos das bordas, e os pontos interiores da figura para calcularem a área do polígono.

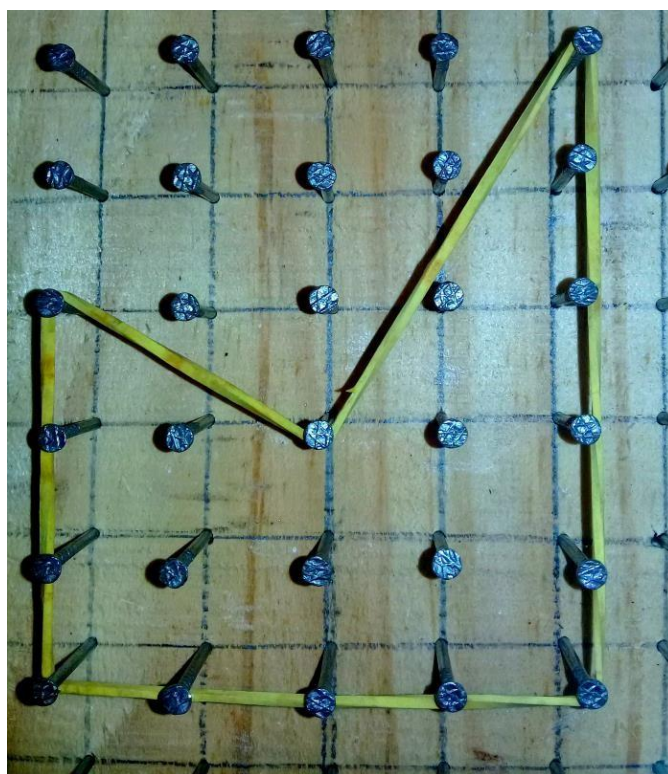


Figura 02 – polígono simples no Geoplano
Fonte: dados da pesquisa.

Para calcular a área da figura acima utilizando o teorema de Pick e o geoplano, faz-se:

A: área

Tangram – Revista de Educação Matemática, Dourados - MS – v.2 n. 3, pp. 68-87 (2019)

Investigações geométricas em sala de aula: (re) construindo o conceito de área no Geoplano com o teorema de Pick

B: n° de pontos da borda = 14

I: n° de pontos internos = 6 Resolução:

$$A = \frac{b}{2} + i - 1$$

$$A = \frac{14}{2} + 6 - 1$$

$$A = 7 + 6 - 1$$

$$A = 12$$

A pesquisa: trajetória e metodologia

A justificativa da escolha do tema da presente pesquisa, advém da necessidade que os alunos possuem de aprender a geometria e seus conceitos e com a escolha do mesmo, pretende-se mostrar uma forma mais fácil de que os alunos possam aprender a calcular área sem ter tanta dificuldade, fazendo com que o gosto pela matéria aumente e deixe de ser tão rejeitada por alunos e professores.

Ao longo do trabalho foram realizadas diversas pesquisas sobre como é e foi o ensino da geometria no Brasil, e assim foi melhorando a perspectiva de como as pessoas convivem e tratam o aprendizado da geometria.

A pesquisa teve como objetivo geral mostrar como é o ensino da geometria no país e as dificuldades, que professores e alunos possuem, para agregar o ensino em sua vida escolar. E possui como objetivo específico, mostrar de uma maneira mais fácil, como é possível calcular áreas, de uma forma mais prática através da utilização do teorema de Pick no geoplano, trazendo assim uma maior praticidade e compreensão para os alunos e facilitando desta forma seu aprendizado.

Os sujeitos da pesquisa

A pesquisa de campo foi realizada no município de Espera Feliz, MG, que possui uma população de 22.856 hab. e uma extensa área de 317,638 km².

A pesquisa foi realizada na “E. E. Altivo Leopoldino de Souza”, onde suas etapas de ensino são constituídas por ensino fundamental, ensino médio, Educação de Jovens e Adultos. Sendo que as atividades foram aplicadas na turma do 9º ano, com um total de 21

Investigações geométricas em sala de aula: (re) construindo o conceito de área no Geoplano com o teorema de Pick

alunos e do 1º ano, com 17, no entanto no dia da aplicação contava-se com 15 alunos do 9º ano e todos os 17 do 1º.

Em ambas as turmas, os alunos foram receptivos, e estavam ansiosos para dar início a atividade, alguns não mostraram tanto interesse quanto os outros, isso até iniciarem a atividade.

Material e métodos

A pesquisa aqui apresentada possui caráter qualitativo, que tem como objetivo principal compreender a lógica interna de grupos. De acordo com Godoy (1995, p. 59), o processo realizado pelo pesquisador, é o principal foco de abordagem e não o resultado ou o produto:

A análise dos dados é realizada de forma intuitiva e indutivamente pelo pesquisador; não requer o uso de técnicas e métodos estatísticos; e, por fim, tem como preocupação maior a interpretação de fenômenos e a atribuição de resultados.

Portanto, a pesquisa qualitativa, não procura calcular os eventos estudados, assim como não utiliza ferramentas de recenseamento na verificação de dados, porém, envolve a adição de dados descritivos sobre lugares, pessoas e processos interativos ocasionados através de contatos diretos da situação a ser estudada com o pesquisador, buscando assim compreender os fenômenos segundo a perspectiva dos participantes da situação da pesquisa (GODOY, 1995, *apud* ABREU, 2015).

De acordo com Borba e Araújo (2004), a presente pesquisa apresenta um tipo de metodologia qualitativa que “ênfatiza a valorização da voz do sujeito pesquisado” (Borba; Araujo, 2004, p. 9). Ou seja, os sujeitos sempre estarão livres para fazer qualquer tipo de observação ou questionamento.

Desenvolvimento da sequência

As atividades desenvolvidas em sala sugerem a seguinte sequência conforme apresentamos no quadro 01.

Investigações geométricas em sala de aula: (re) construindo o conceito de área no Geoplano com o teorema de Pick

Quadro 01- Sequência didática para aplicação da atividade com o teorema de Pick

Introdução	Para a aplicação de atividades com o geoplano é necessário saber inicialmente como os alunos vão se adaptar e se eles vão realmente sentir-se familiarizados com ele estando assim preparados para começarem a trabalhar com o mesmo. Para isso os alunos deverão se dividir em trios ou duplas para que juntos realizem as atividades
Objetivos	Conhecer o geoplano; calcular áreas de polígonos simples através do Teorema de Pick e discutir as diferentes formas de cálculos de área.
Conteúdos abordados	Conceitos de cálculo de área, utilização do geoplano e introdução ao teorema de Pick.
Tempo estimado	2 horas aula
Material utilizado	geoplano, figuras geométricas de polígonos;
Atividades	Reproduzir no geoplano polígonos simples, conhecer o teorema de
Propostas	Apresentar o teorema de Pick e calcular a área das figuras de acordo com ele, ao final discutir com os alunos o que eles acharam e se aprenderam o método.

Fonte: elaborado pelas autoras

Aplicação da atividade, resultados e discussões

Para dar início ao trabalho, primeiramente fizemos uma apresentação do geoplano e deixamos que os alunos se familiarizassem com ele. Essa metodologia, segundo Abreu (2015, p.22) faz com que os alunos sejam capazes de relacionar os saberes que serão adquiridos com aqueles que já foram construídos.

Cabe ao professor, antes de apresentar um tema, informar os objetivos a serem atingidos, relacionando-os com os saberes já adquiridos, ou seja, a aprendizagem significativa, o qual o que será aprendido deve integrar-se ao que o sujeito já conhece.

Investigações geométricas em sala de aula: (re) construindo o conceito de área no Geoplano com o teorema de Pick

Dessa forma, nesse primeiro momento deixamos os alunos muito à vontade, para manusearem o material e tirar todas as dúvidas referentes a ele, conforme mostra figura 03⁵.



Figura 03: alunos manuseando o geoplano
Fonte: dados da pesquisa.

Após o reconhecimento das figuras de polígonos simples irregulares para que eles pudessem escolher um tipo e reproduzi-las no geoplano. Conforme a figura 04.

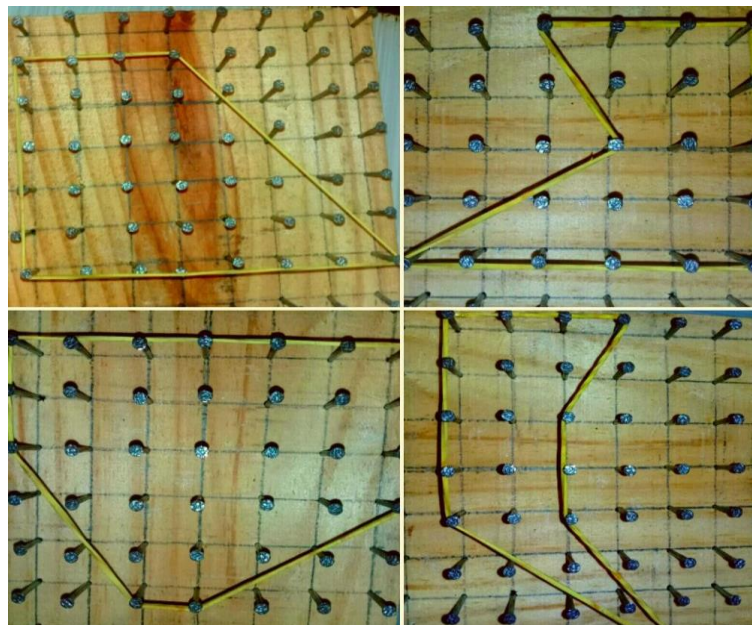


Figura 04: Polígonos criados pelos alunos
Fonte: dados da pesquisa

⁵ Todas as imagens apresentadas nesse trabalho possuem termo de direito de uso de imagens assinados pela escola e pelos pais ou responsáveis pelos sujeitos envolvidos na pesquisa.

Tangram – Revista de Educação Matemática, Dourados - MS – v.2 n. 3, pp. 68-87 (2019)

Investigações geométricas em sala de aula: (re) construindo o conceito de área no Geoplano com o teorema de Pick

Seguindo a atividade, foi apresentado a eles o Teorema de Pick. Nesse momento, realizou-se uma abordagem geral sobre esse matemático e também a respeito de como utilizar o Teorema por ele proposto. Depois, solicitou-se aos alunos que calculassem da área da figura por eles reproduzida utilizando o modelo proposto por Pick, conforme a figura 05.

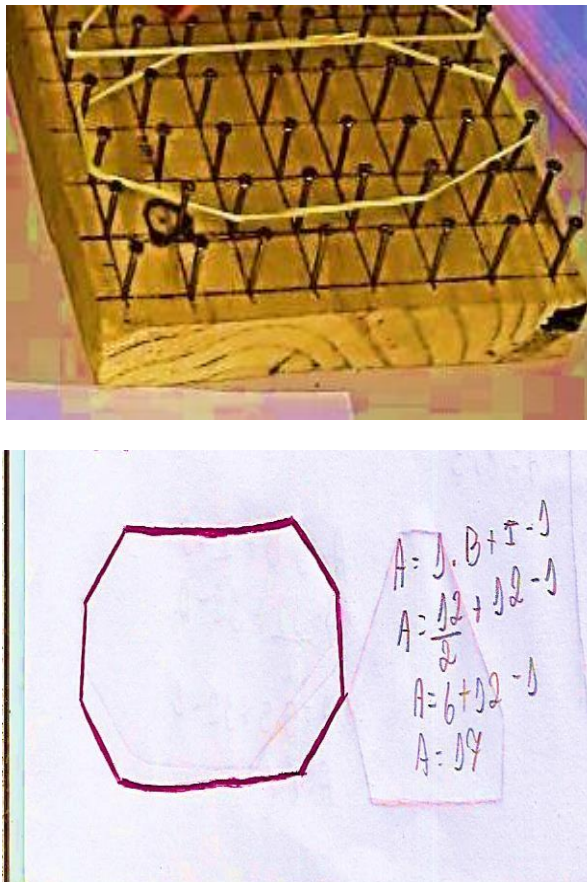
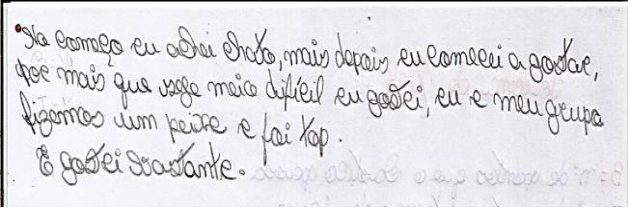


Figura 05: Polígono e seu cálculo
Fonte: dados da pesquisa

Pôde ser percebido nesse momento, que inicialmente, alguns alunos tiveram dificuldades em compreender o Teorema e sua aplicação, dessa forma, não se mostravam interessados. Entretanto, depois de algumas intervenções feitas pelo pesquisador, passaram a se interessar e conseguiram realizar o cálculo da área, assim como mostra a afirmação do aluno A, no quadro 02.

Investigações geométricas em sala de aula: (re) construindo o conceito de área no Geoplano com o teorema de Pick

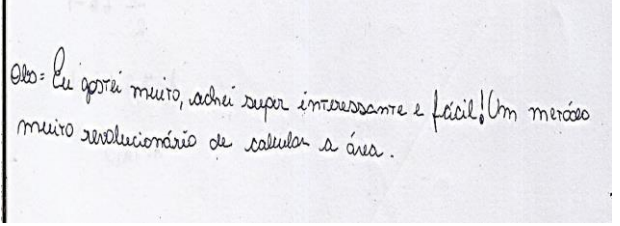
Quadro 02 - Conclusão do aluno A em relação a atividade

 <p>Do começo eu achei chato, mais depois eu comecei a gostar, por mais que seja meio difícil eu gostei, eu e meu grupo fizemos um peixe e foi top. E gostei bastante.</p>	<p>No começo eu achei chato, mais depois eu comecei a gostar, por mais que seja meio difícil eu gostei, eu e meu grupo fizemos um peixe e foi top. E gostei bastante.</p>
---	---

Fonte: dados da pesquisa

Ao longo do trabalho pôde ser percebido que os alunos nunca tinham visto o teorema e apesar dele ser tão antigo (ele foi descoberto em 1899), ainda assim os alunos se admiraram com o método e o acharam revolucionário, assim como afirma o aluno B, conforme quadro 03.

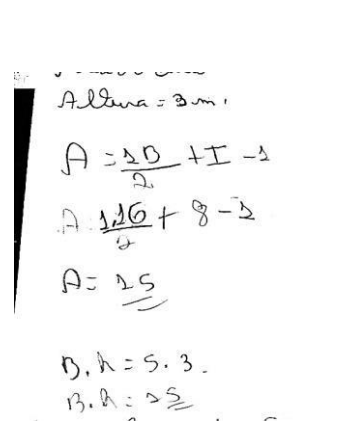
Quadro 03 – Observação do aluno B

 <p>Eu gostei muito, achei super interessante e fácil! Um método mais revolucionário de calcular a área.</p>	<p>Eu gostei muito, achei super interessante e fácil! Um método mais revolucionário de calcular área.</p>
--	---

Fonte: dados da pesquisa

Mediante a realização do trabalho em sala de aula percebeu-se em diversos momentos o interesse dos alunos em criar novas figuras para calcular sua área. Em uma das turmas o aluno decidiu calcular a área de sua figura do modo tradicional e através do teorema de Pick para confirmar se realmente o método funcionava, ficando surpreso com os resultados obtidos. Como pode ser observado no quadro 05.

Quadro 05 – Resolução do cálculo de área através do teorema de Pick e do modo tradicional

<p>Altura 3cm</p> $A = 1B/2 + I - 1$ $A = 1 \cdot 16/2 + 8 - 1$ <p style="text-align: center;">1</p> $A = 15$ $B \cdot h = 5 \cdot 3$ $B \cdot h = 15$	 <p>Altura = 3cm</p> $A = \frac{1 \cdot 16}{2} + 8 - 1$ $A = \frac{16}{2} + 8 - 1$ $A = 8 + 8 - 1$ $A = 15$ $B \cdot h = 5 \cdot 3$ $B \cdot h = 15$
---	---

Fonte: dados da pesquisa

Tangram – Revista de Educação Matemática, Dourados - MS – v.2 n. 3, pp. 68-87 (2019)

Investigações geométricas em sala de aula: (re) construindo o conceito de área no Geoplano com o teorema de Pick

Depois de realizarem as atividades propostas, foi aberto um espaço para que os alunos criassem as figuras que quisessem e calculassem suas áreas a fim de aprenderem de forma divertida e lúdica.

Assim muitos alunos criaram diferentes figuras geométricas e calcularam suas áreas, conforme mostra a figura 06.

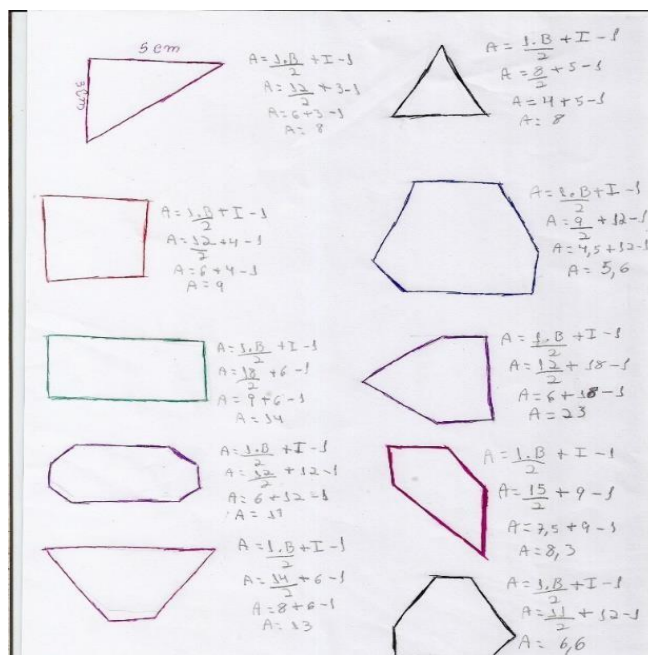


Figura 06: Figuras criadas pelos alunos e calculadas as áreas
Fonte: dados da pesquisa

Alguns alunos criaram figuras completamente inusitadas no geoplano, como uma âncora, a bandeira do Brasil dentre outras, assim como nas figuras 07 e 08.

Investigações geométricas em sala de aula: (re) construindo o conceito de área no Geoplano com o teorema de Pick

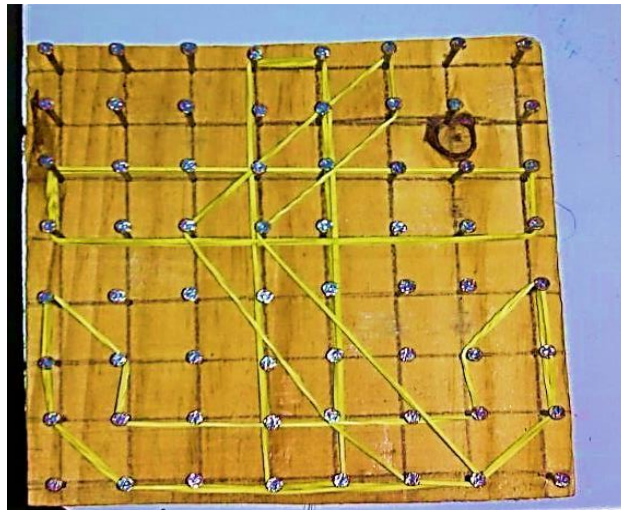


Figura 07: Âncora
Fonte: dados da pesquisa

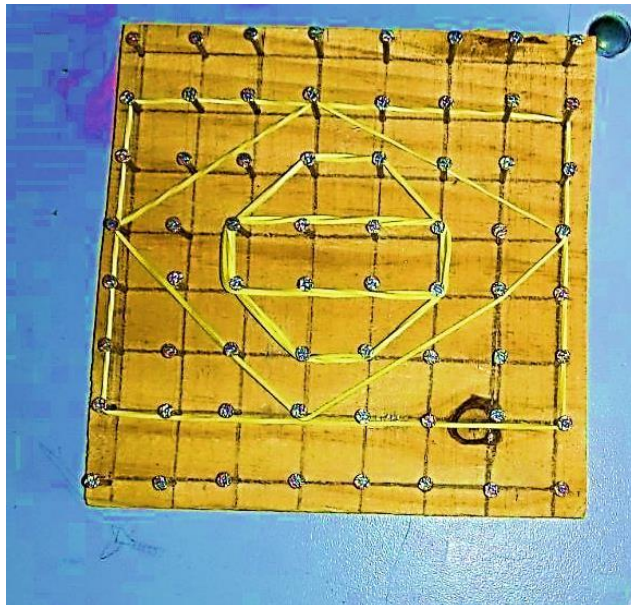


Figura 08: Bandeira do Brasil
Fonte: dados da pesquisa

No caso das figuras 07 e 08 os cálculos das áreas através do teorema de Pick podem ser realizados de duas formas, ou calcula-se a área das figuras separadamente e depois as somam ou então são contados os pontos, porém sem repetir os que se cruzam. O aluno C escolheu o segundo método, contando os pontos e aplicando diretamente à fórmula, assim como pode ser observado nas figuras 09 e 10.

Investigações geométricas em sala de aula: (re) construindo o conceito de área no Geoplano com o teorema de Pick

$A = \frac{41 + 0}{2} = \dots$

ANCORA

$A = 20,5$

Figura 09: Cálculo realizado pelo aluno C
Fonte: dados da pesquisa

BANDEIRA DO BRASIL

$A = \frac{48 + 6}{2} = \dots$

$A = 29$

Figura 10: Cálculo realizado pelo aluno C
Fonte: dados da pesquisa

A aplicação desta atividade pôde propiciar aos alunos a capacidade de construção de seu próprio conhecimento, de forma contínua, desenvolvendo seu pensamento matemático e raciocínio lógico. Houve muita interação entre os alunos, conforme pode ser observado na figura 11. Buscamos valorizar o conhecimento prévio dos mesmos, de forma a contribuir para uma aprendizagem matemática.

De acordo com Abreu (2015), este tipo de pesquisa viabiliza a interdisciplinaridade e a contextualização dos alunos.

Investigações geométricas em sala de aula: (re) construindo o conceito de área no Geoplano com o teorema de Pick



Figura 11: alunos com sua figura no geoplano
Fonte: dados da pesquisa

Ao realizar e analisar as pesquisas pôde-se compreender que o uso do geoplano e o teorema de Pick pode abrir um leque de atividades e contextualizá-las de diversas formas no campo da geometria.

Conclusão

Diante das análises realizadas por meio desta pesquisa, podemos afirmar que os resultados obtidos foram satisfatórios, devido aos alunos terem se interessado, aprendido como é o geoplano e suas funcionalidades e também por terem compreendido como é realizado o cálculo de área com o teorema de Pick.

A utilização do geoplano, como material concreto foi de grande importância, pois sendo um material manipulável, os alunos compreenderam a contagem de pontos e ainda, como realizarem cálculos de área de forma mais atrativa a fim de desenvolverem seus conhecimentos.

Com a pesquisa pode-se concluir também, que as aulas de Geometria podem ser descontraídas e com muito aprendizado, pois os alunos não só aprendem o conteúdo, mas também desenvolvem uma interação maior com seus colegas e também com o professor.

Desta maneira, mesmo que as aulas com materiais concretos e diferentes possam representar um maior gasto de tempo e às vezes exigir mais do professor, se tornam mais atrativas ao olhar dos alunos, pois, segundo Rodrigues e Gazire (2012), ao utilizar materiais concretos em sala de aula, pressupõe por parte do professor um exercício de prática
Tangram – Revista de Educação Matemática, Dourados - MS – v.2 n. 3, pp. 68-87 (2019)

Investigações geométricas em sala de aula: (re) construindo o conceito de área no Geoplano com o teorema de Pick

reflexiva, para utilizá-lo de forma correta e assim tornado a aprendizagem dos alunos mais prazerosa e significativa.

Referências

Abrantes, Paulo. (1999) *Investigações em geometria na sala de aula. Investigações matemáticas na aula e no currículo*, p. 153-167.

Abreu, Renata da Costa. (2015) *Teorema de Pick: uma abordagem para o cálculo de áreas de polígonos simples*. 2015. 84 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Matemática, Centro de Ciência e Tecnologia, Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, Campos dos Goytacazes.

Atz, Dafne. *Teorema de Pick e o estudo de área e perímetro no geoplano*. RENOTE, v. 13, n. 2.

Barros, Als; Rocha, C. A. (2004) *O Uso do Geoplano como material didático nas aulas de Geometria*. Encontro Nacional de Educação Matemática - ENEM, v. 8, p. 1-9.

Boyer, Carl Benjamin.(1974) *História da matemática*. São Paulo: Universidade de São Paulo. 488p.

Cabral, Sabrina Alves Boldrini. (2017)*Desenvolvendo o pensamento argumentativo geométrico: construindo práticas Investigativas*. 224 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Matemática, Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática, Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, Belo Horizonte.

Costa, Dailson Evangelista et al. (2011) *Geoplano no ensino de matemática: Alguns aspectos e perspectivas da sua utilização na sala de aula*. Amazônia: Revista de Educação em Ciências e Matemáticas, v. 7, p. 43-52.

Gazire, Eliane Scheid. *O Não regaste das geometrias*. (2000). 213f. Tese (Doutorado) – Curso de Educação Matemática, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP.

Gonçalves, Jamille Santana; Lando, Janice Cassia.(2012) *O ensino de geometria, em escolas públicas, na cidade de Jequié-Bahia*. Eventos Pedagógicos, v. 3, n. 3, p. 363-389.

Gouvêa, Filomena Aparecida Teixeira et al. (1998) *Aprendendo e ensinando geometria com a demonstração: uma contribuição para a prática pedagógica do professor de matemática do ensino fundamental*. São Paulo, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.

Vianna, Claudia C. S. (1988) *O papel do raciocínio dedutivo no ensino da matemática*. Dissertação de Mestrado, Universidade Paulista “Campus” de Rio Claro, São Paulo.

Tangram – Revista de Educação Matemática, Dourados - MS – v.2 n. 3, pp. 68-87 (2019)

Investigações geométricas em sala de aula: (re) construindo o conceito de área no Geoplano com o teorema de Pick

Pavanello, Regina Maria. (1993) *O abandono do ensino da geometria no Brasil: causas e consequências* p. 7-18. Zetetiké, v. 1, n. 1.

Rodrigues, Fredy Coelho; Gazire, Eliane Scheid. (2012) *Reflexões sobre uso de material didático manipulável no ensino de matemática: da ação experimental à reflexão*. Revemat: Revista Eletrônica de Educação Matemática, Florianópolis, v. 7, n. 2, p. 187-196, dez. 2012. ISSN 1981-1322. Disponível em: . Acesso em: 17 maio 2018.

Lima, Elon Lages et al. (1991) *Meu Professor de Matemática e outras histórias*. Sociedade Brasileira de Matemática, 1991.

Mocrosky, Luciane Ferreira; Monidni, F.; Estephan, Violeta Maria.(2012) *O Ensino de Geometria no Brasil: alguns aspectos da sua origem nos livros didáticos brasileiros*. Simpósio Nacional do Ensino da Ciência e Tecnologia–III SINEC. Anais do Simpósio Nacional do Ensino da Ciência e Tecnologia. Ponta GrossaPR, 2012.

Brasil, (1998) *Introdução aos Parâmetros Curriculares Nacionais. Terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental*. Brasília: MEC-Secretaria de Educação Fundamental, 1998.

Souza, Fabrício Oliveira.(2013) *O TEOREMA DE PICK: Uma nova abordagem sobre áreas de figuras planas para o ensino básico*. 2013. 33 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Matemática, Centro de Ciências Exatas, Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, 2013.

Veloso, Eduardo (1998). *Geometria: Temas Actuais*. Lisboa: Instituto de Inovação educacional.

Enviado:15/02/2019

Aceite:14/10/2019