Tangram
Revista de Educação Matemática

CONSTRUINDO IDEIAS ACERCA DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA EM UM CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA: UMA EXPERIÊNCIA DE MODELAGEM

BUILDING IDEAS ABOUT MATHEMATICS EDUCATION IN A DEGREE COURSE IN MATHEMATICS: A MODELING EXPERIENCE

Edmilson Minoru Torisu[1]

RESUMO: Conhecer e se apropriar dos conhecimentos que vêm sendo discutidos/produzidos em Educação Matemática é de fundamental importância para a formação de futuros professores de Matemática. Entretanto, como isso tem sido possível aos estudantes em cursos de licenciatura em Matemática? Esse texto apresenta o relato de uma experiência vivenciada em/por uma turma de primeiro período do curso de licenciatura em Matemática da Universidade Federal de Ouro Preto, cujo objetivo foi possibilitar aos estudantes a construção de uma definição de Modelagem Matemática a partir de etapas práticas e teóricas de uma mesma atividade. Verificou-se, pelas respostas dadas a um questionário, que os estudantes conseguiram chegar a definições de Modelagem Matemática na Educação Matemática de forma coerente ao conectarem a parte prática e a parte teórica da atividade.

PALAVRAS-CHAVE: Conhecimentos sobre Educação Matemática; Modelagem Matemática; Estudantes de licenciatura em Matemática.

ABSTRACT: Knowing and appropriating the knowledge that is being discussed/produced in Mathematics Education is of fundamental importance for the training of future Mathematics teachers. However, how has this been possible for students in undergraduate courses in Mathematics? This text presents the report of an experience lived in / by a first period class of the degree course in Mathematics of the Universidade Federal de Ouro Preto whose objective was to enable students to construct a definition of Mathematical Modeling from practical and theoretical stages of the same activity. It was verified, through the answers given to a questionnaire that the students were able to arrive at definitions of Mathematical Modeling in Mathematical Education in a coherent way connecting the practical part and the theoretical part of the activity

[1] Doutor em Educação pela UFMG. Professor Adjunto do Departamento de Educação Matemática (DEEMA) da Universidade Federal de Ouro Preto (UFOP) e professor do Programa de Pós-graduação em Educação Matemática da mesma instituição. Ouro Preto - MG, Brasil. Endereço para correspondência: Rua Quatro, 786 - Bauxita, Ouro Preto - MG, Brasil, CEP: 35400-000 – sala 1-09 (ICEB III). Email: etorisu@gmail.com

KEY-WORDS: Knowledge about Mathematics Education; Mathematical Modeling; Undergraduate Mathematics students.

INTRODUÇÃO

Como os cursos de Licenciatura em Matemática têm levado aos estudantes conhecimentos acerca da Educação Matemática (EM)? Esta pergunta pode suscitar discussões em torno de vários aspectos dos cursos de formação de professores de Matemática. Particularmente, podemos tentar respondê-la apresentando ementas e programas de disciplinas relacionadas à EM e argumentar em favor das escolhas feitas. Fato é que, cada universidade tem o dever de proporcionar aos futuros professores de Matemática uma sólida formação, incluindo, em seu repertório de disciplinas, algumas que possibilitem aos estudantes conhecer e discutir a respeito do que vem se constituindo como o campo da EM. Certamente, esse será um contributo para o desenvolvimento profissional do professor em formação inicial. De acordo com Imbernón (1994, apud Passos *et al*, 2006, 195), o desenvolvimento profissional é um "processo dinâmico e evolutivo da profissão docente que inclui tanto a formação inicial quanto a permanente, englobando os processos que melhoram o conhecimento profissional, as habilidades e as atitudes".

No curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal de Ouro Preto, além de disciplinas como Prática de Ensino e Estágio Supervisionado, nas quais o professor pode levantar discussões acerca da EM, logo no primeiro período é oferecida a disciplina Fundamentos de Educação Matemática. Nela, os ingressantes, que chegam à universidade com ideias preconcebidas de como deve ser o ensino da Matemática, talvez influenciados pelas experiências vivenciadas no ensino básico, têm oportunidade de compreender o que vem a ser, por exemplo, investigações matemáticas, modelagem, educação matemática inclusiva, resolução de problemas, etnomatemática. De forma geral, as ideias iniciais dos ingressantes relacionadas a essas tendências em EM não passam de verbalizações do discurso vigente no senso comum ou, às vezes, nem isso. A descoberta, ainda que tímida, de um campo que discute novas possibilidades para o ensino da Matemática sobre bases diferentes das que eles estão acostumados pode causar certo estranhamento mas, ao mesmo tempo, mostrar-se como algo sedutor e que pode, a meu ver, aumentar o repertório de possibilidades para a atuação em sala de aula desses futuros professores de Matemática.

Cada professor que ministra a disciplina Fundamentos de Educação Matemática tem liberdade para dar a ela o *seu tom*. Eu a assumi no primeiro semestre de 2016 e, desde então, tenho tentado encontrar formas que julgo interessantes para apresentar as tendências em EM aos estudantes. Ao planejar uma aula, organizo uma atividade prática ou lanço algumas questões para discussão sem, contudo, explicitar qualquer tendência a elas relacionadas. Em uma segunda etapa, os estudantes recebem, por email, um texto (artigo, capítulo de dissertação, etc) que trata da tendência que pretendo discutir e são convidados a fazer conexões entre o que foi realizado na parte prática e o texto, respondendo a algumas questões, também enviadas por email. Partindo dessas conexões, que são apresentadas pelos estudantes numa terceira etapa realizada em sala de aula, características da tendência vão surgindo e, com isso, os estudantes, sempre em grupos, vão moldando uma forma de compreensão para ela.

O principal objetivo desse texto é apresentar uma experiência vivenciada na/pela turma do primeiro semestre de 2018 da disciplina Fundamentos de Educação Matemática, na qual os estudantes tiveram a oportunidade de construir, juntos, compreensões sobre Modelagem Matemática.

Na próxima seção, será apresentada a atividade desenvolvida pelos estudantes, o seu desenrolar e dados para a discussão.

1 A divisão da conta de água em um condomínio

A atividade proposta foi realizada por 23 estudantes, divididos em quatro grupos. Cada grupo recebeu o seguinte texto, retirado e adaptado de Vidigal (2013), que relata uma situação real.

Carlos é síndico de um prédio de doze apartamentos divididos em 6 andares (2 apartamentos por andar). No apartamento 1, mora um casal e seus dois filhos pequenos. A situação se repete nos apartamentos 6, 11 e 12. No apartamento 2 moram oito pessoas entre pais, filhos e netos (4 adultos e 4 crianças). No apartamento 3 residem três amigos. No apartamento 4 mora uma família de cinco pessoas (3 adultos e duas crianças). No apartamento 5 mora uma única pessoa que passa apenas os fins de semana. No apartamento 7, mora um casal. No apartamento 8, dois irmãos que ficam ali apenas de segunda a sexta-feira, pois passam os fins de semana na casa dos pais. No apartamento 9, mora, sozinho, um padre e no apartamento 10, residem sete estudantes universitários.

Na última assembleia de condôminos, foi levantada, pelos moradores do apartamento 8, uma questão acerca da divisão da conta de água do condomínio. Perguntaram se era justo eles pagarem, pela água, o mesmo que o apartamento 2, onde moram 8 pessoas. E até mesmo, que o maior prejudicado era único morador do apartamento 5. Lembraram também que os apartamentos do primeiro andar (aptos 1 e 2) tinham quintal e isto aumentava o consumo. Sugeriram, então, que houvesse um medidor de consumo por apartamento, mas constatou-se que era inviável a obra. O síndico, então, se dispôs a criar uma regra para dividir a conta de água que fosse justa para todos.

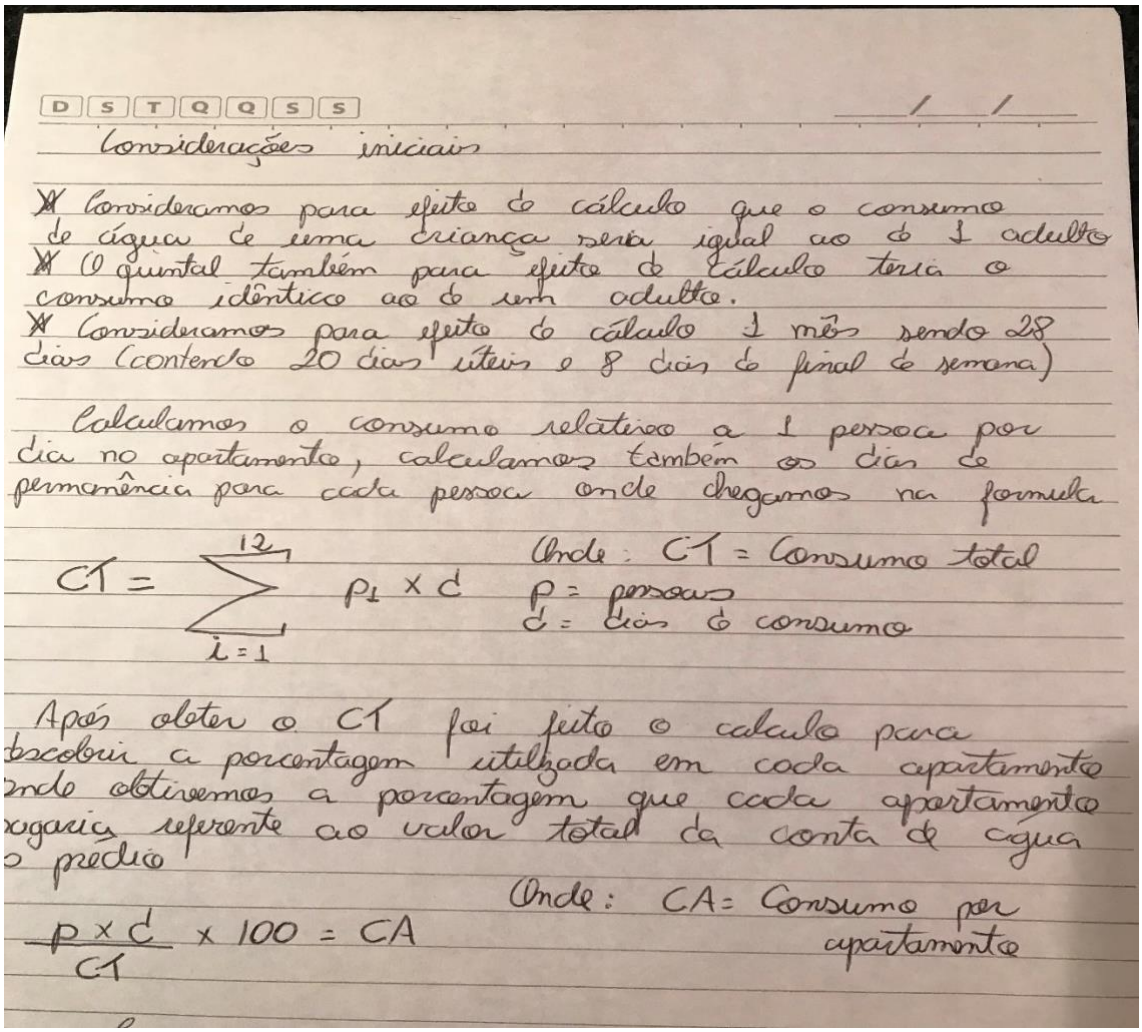
A sua missão, agora, é ajudar o síndico: proponha uma saída para divisão da conta de água entre os 12 apartamentos, que você julgue justa, justificando cada ponto da solução apresentada. Você pode extrapolar as informações que constam do texto mas deve cuidar para lidar com dados que sejam possíveis de se tomar. Destaque, em relação à saída proposta: a) os aspectos considerados; b) justificativas para a inclusão dos aspectos e c) uma ‘ matemática’ para explicitar sua saída que talvez possa utilizada em outras situações, próximas à apresentada.

Após a leitura, surgiram algumas perguntas: “como vou saber se uma criança consome mais água que um adulto?”; “Qual o gasto para a limpeza do quintal?”, dentre outras. A maioria delas foi feita porque os estudantes perceberam que os dados pareciam insuficientes para resolver o problema. Insisti para que lessem novamente a parte final do texto que informava ser possível extrapolar as informações dadas. A partir daí, os membros dos grupos iniciaram discussões para chegarem a um consenso acerca do consumo de água.

Todos os grupos consideraram, por exemplo, que uma criança consome a mesma quantidade de água que um adulto. Três grupos consideraram que o gasto de água para a limpeza do quintal era equivalente ao gasto de um adulto. Outro grupo considerou que o gasto com a limpeza do quintal deveria ser uma taxa fixa. No que segue, apresentarei as soluções de dois grupos a essa primeira parte.

Grupo 1

Figura 1



Fonte: autor

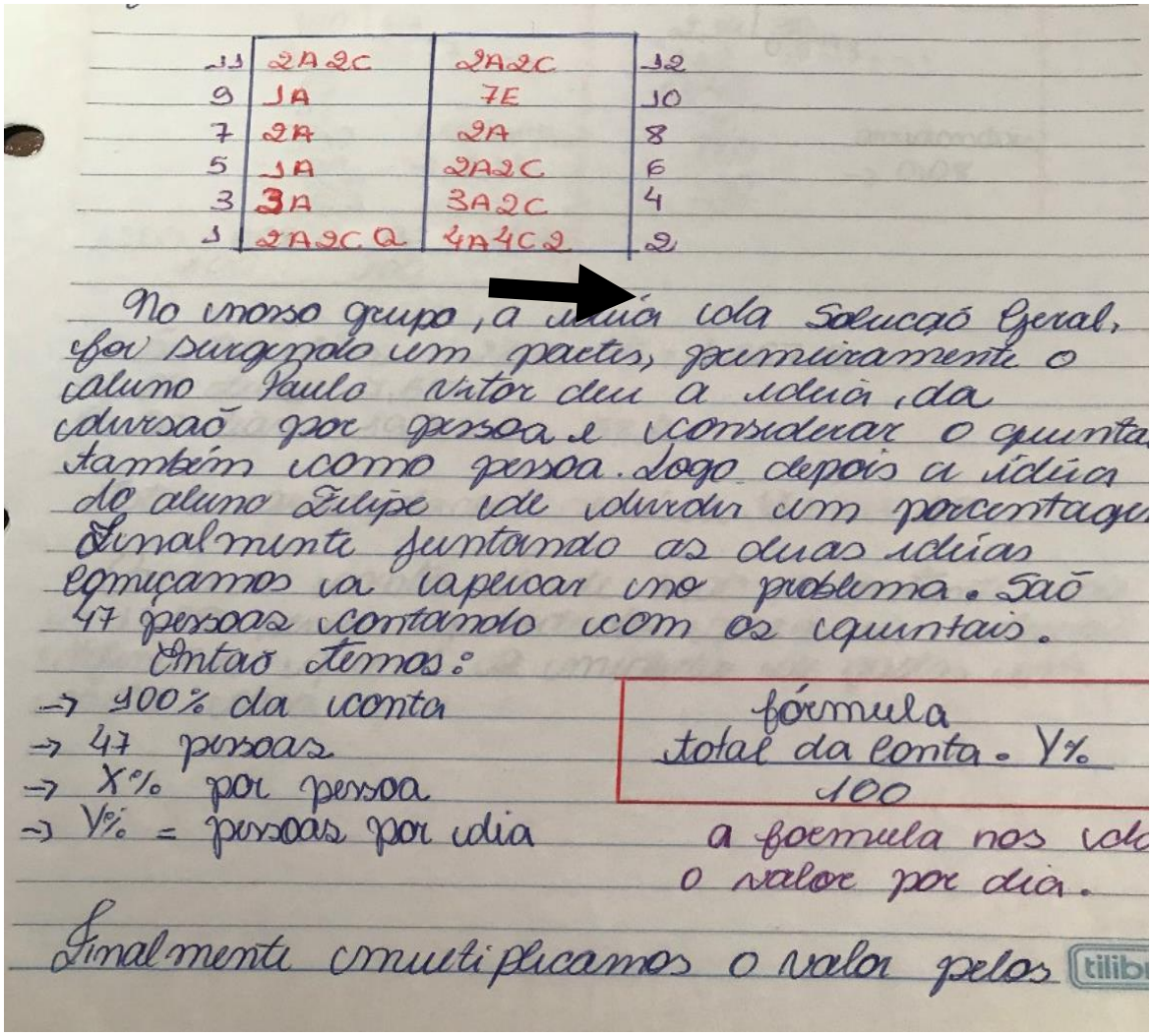
O grupo 1 fez três considerações: o consumo de uma criança era equivalente ao de um adulto; para os apartamentos com quintal, o gasto para sua limpeza equivaleria ao de um adulto; o mês foi considerado com 28 dias. Após algumas explicações (Figura 1), chegaram a uma fórmula que serviria de base para o cálculo do percentual de consumo de água por apartamento.

$\frac{pxd}{CT} x100 = CA$, onde

p = total de pessoas do apartamento
d = dias de consumo
CT = consumo total
CA = consumo por apartamento.

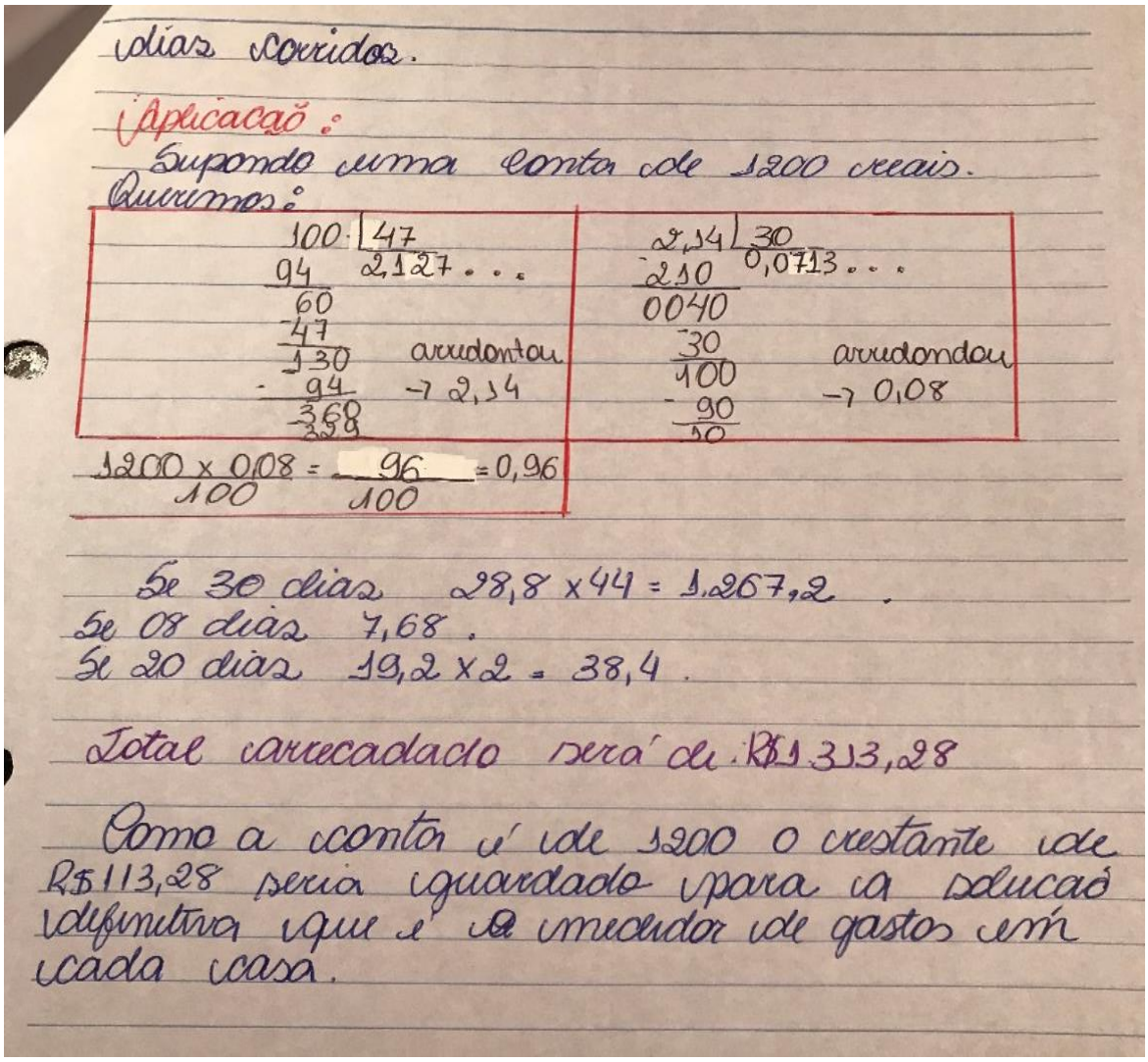
Grupo 2

Figura 2



Fonte: autor

Figura 3



Fonte: autor

Esse grupo considerou pessoas, sem distinguir crianças de adultos. Da mesma forma que o grupo 1, o grupo 2 considerou que o consumo de água para limpeza do quintal seria o mesmo de para uma pessoa. Sendo assim, chegaram à fórmula apontada pela seta (Figura2). Um detalhe interessante desse grupo é que ele, ao final, utilizou a fórmula para resolver uma situação hipotética de uma conta de água no valor de R$ 1200,00 (Figura 3).

Dos quatro grupos, três apresentaram uma fórmula para solucionar o problema da divisão de água. Vale lembrar que, em nenhum momento dessa etapa, utilizou-se o termo Modelagem Matemática.

Dois dias depois, os estudantes receberam, em seus e-mails, a dissertação de mestrado de Campos (2013) e foram solicitados a ler a seção 1.1 do capítulo 1, intitulada

Modelagem Matemática: modos de compreender e suas perspectivas. Para iniciar a seção, a autora cita Araújo (2007) para esclarecer que, de acordo com essa pesquisadora:

> [...] o comum, quando se trata de modelagem na educação matemática, é o objetivo de resolver um problema da realidade, por meio de conceitos e teorias matemáticas. Segundo a autora as diferenças se apresentam à medida que se define qual é o objetivo de resolver tal problema, qual a realidade na qual o problema está inserido, como a matemática é concebida e se relaciona com essa realidade, etc (CAMPOS, 2013).

Ao longo da seção, Campos, baseada no trabalho de Klüber (2009), apresenta quatro modos de compreender a Modelagem Matemática no cenário nacional de pesquisa em EM.

O primeiro deles é o de Bassanezi (2004). Para este autor "a modelagem consiste na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real" (2004, p. 16).

Outro modo de compreender modelagem apresentado foi o de Biembengut e Hein (2005). Esses autores consideram que a modelagem

> [...] é o processo que envolve a obtenção de um modelo matemático [...] é uma arte, ao formular, resolver e elaborar expressões que valham não apenas para uma solução particular, mas que também sirvam, posteriormente, como suporte para outras aplicações e teorias (BIEMBENGUT; HEIN, 2005, p. 12-13).

Para Burak (1992), a modelagem é "um conjunto de procedimentos cujo objetivo é estabelecer um paralelo para tentar explicar, matematicamente, os fenômenos presentes no cotidiano do ser humano, ajudando-o a fazer predições e tomar decisões" (BURAK, 1992, p. 62).

Barbosa (2001) considera que "modelagem é um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a indagar e/ou investigar, por meio da matemática, situações com referência na realidade" (BARBOSA, 2001, p. 31).

Embora o texto original, contido na dissertação, seja mais rico em termos teóricos, apresentei apenas uma ideia geral para que o leitor tenha noção daquilo que serviu de base para os estudantes realizarem a segunda parte da atividade.

No mesmo email contendo o arquivo da dissertação, foi anexado outro arquivo com a seguinte tarefa:

No arquivo em anexo, que contém uma dissertação de mestrado defendida na Faculdade de Educação da UFMG, leiam, por favor, a seção 1.1 do capítulo 1, intitulada Modelagem Matemática: *modos de compreender* e suas perspectivas.
Como o próprio título já anuncia, nela vocês irão entrar em contato com várias perspectivas do que tem sido denominado Modelagem Matemática.
Após sua leitura, que deve ser discutida com o mesmo grupo do qual você fez parte na aula passada, responda às seguintes questões:

1) De qual (is) pespectiva (s), apresentada (s) no texto, você acredita que a tarefa da aula passada mais se aproxima? Justifique.
2) Partindo de sua resposta à questão 1 e baseando-se no texto, escreva, com suas palavras, o que vem a ser Modelagem Matemática.
3) Usando a perspectiva da questão 1, ou outra que mais lhe agradar, apresente uma proposta de atividade de modelagem matemática que possa ser apresentada a uma turma do ensino básico, na qual os estudantes possam explorar conhecimentos matemáticos. Redija a atividade em folha separada (pelo menos uma cópia), de modo que outro grupo da sua turma possa e explorar.

2 As respostas: o que os estudantes concluíram?

Apresentarei as respostas[2] dos grupos 1 e 2, às questões 1 e 2, do questionário acima

Respostas à questão 1

Grupo 2 - *As perspectivas de Bassanezi e Barbosa, em que Bassanezi diz que a modelagem é transformar problemas da realidade em problemas matemáticos interpretando as soluções na linguagem do mundo real e Barbosa diz que é um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a questionar ou investigar, por meio da Matemática, situações com referência à realidade.*

Embora seus componentes não tenham trazido dados do problema para dialogar com as perspectivas de modelagem de Bassanezi e Barbosa, a resposta é coerente. O grupo conseguiu perceber, também, e isso é bastante interessante, o caráter investigativo das tarefas de modelagem. Entretanto, não parece ter percebido diferença entre problemas da realidade e situações com referência à realidade. Esclarecimentos a esse respeito foram dados, por mim, durante a aula de discussão das respostas.

[2] As respostas dos grupos não foram editadas para corrigir erros de escrita, concordância ou pontuação.

Grupo 2 – *Esse problema proposto é um problema de situação real, que nos leva a uma compreensão crítica de como a Matemática é utilizada*.

Esse grupo não citou nenhum autor, em particular. Ressaltou o fato de o problema resolvido ser real, talvez influenciados pelas ideias de Araújo (2007) e Bassanezi (2004), que são mais explícitos em relação a isso. Contudo, conseguiu perceber, de alguma forma, características do problema que o inserem na perspectiva sociocrítica, também citada no texto original da dissertação.

Respostas à questão 2

Grupo 1 – *Para o grupo, a modelagem matemática é propor, em um ambiente educacional, a criatividade, escapando dos padrões gerais de conhecimento, como fórmulas prontas e conteúdo próprio, que trava um pouco as possibilidades de solução. A modelagem incentiva justamente o questionamento de soluções da realidade de forma mais justa é prática.*

A resposta mostra que o grupo percebeu a modelagem como uma proposta para solucionar problemas de forma diferente do que é convencional, ou seja, com fórmulas prontas. Dessa forma, a modelagem não engessa a maneira de resolver um problema. Em certa medida, esse modo de entender a modelagem corrobora a asserção de Barbosa (2009, p.1), quando ele escreve: "Diversos autores têm argumentado pela plausibilidade de usar Modelagem Matemática no ensino de matemática como alternativa ao chamado "método tradicional"

Grupo 2 – *Modelagem Matemática é apresentar aos alunos um problema de situação real e, no desenvolver das atividades, leva-los a indagar, investigar, analisar, e solucionar o problema por meio da Matemática*.

O grupo apresentou uma boa resposta. Ela contém elementos essenciais daquilo que vem a ser a modelagem, independentemente da perspectiva. Ainda que estivesse considerando que a modelagem se aplica somente a problemas reais, ignorando problemas da semirrealidade, isso não chega a ser um problema. Podemos ter essa perspectiva, afinal.

Após as apresentações das respostas, uma discussão conjunta entre professor e estudantes se desenrolou. Aspectos importantes das perspectivas de modelagem que não foram considerados ganharam relevo, bem como aspectos que, de alguma forma, representam interseções entre perspectivas contidas no texto lido.

Embora não tenha sido explorado nesse texto, vale lembrar que houve um momento em que os estudantes apresentaram uma proposta de atividade de modelagem cuja criação

foi norteada pelas compreensões do grupo acerca da modelagem. A dinâmica, a seguir, era tal que um grupo resolvia a proposta de outro.

Considerações finais

A EM tem crescido e se firmado como um campo fértil de pesquisa. O conhecimento acerca do que tem sido produzido nessa área é de fundamental importância para professores e futuros professores de Matemática. Sendo assim, os cursos de Licenciatura em Matemática devem criar possibilidades para que os estudantes tenham acesso a esses conhecimentos. Nesse contexto, o professor, peça fundamental no processo de ensino aprendizagem, a despeito das mazelas da educação em nosso país, deve ser o vetor desse processo.

Este relato apresentou uma possibilidade de levar, aos estudantes, ideias sobre Modelagem na EM que, longe de ser prescritiva, intenta provocar discussões em torno da formação e desenvolvimento profissional dos futuros professores de Matemática, sobretudo no que se refere aos conhecimentos em EM. A decisão, para esse texto, foi apresentar a atividade de modelagem. Contudo, o leque de opções é grande e pode ser explorado por outros professores, de outras formas, com outros matizes.

Embora simples, a atividade apresentada pode contribuir na caminhada rumo à pretensa qualidade na formação de nossos futuros professores.

Referências

Araújo, J. L. (2007). Relação entre matemática e realidade em algumas perspectivas de modelagem matemática na Educação Matemática. In: J. C. Barbosa; A. D. Caldeira & J. L. Araújo (Orgs.), *Modelagem Matemática na Educação Matemática Brasileira***:** pesquisas e práticas educacionais (pp. 17-32). Recife: Sociedade Brasileira de Educação Matemática.

Barbosa, J. C. Modelagem na Educação Matemática: contribuições para o debate teórico. (2001). *Anais da 24ª Reunião Anual da ANPED* (pp. 1-30). Caxambu: Associação Nacional de Pós-Graduação e Pesquisa em Educação

Bassanezi, R. C. (2004). *Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática*. 2ª edição. São Paulo: Contexto.

Biembengut, M. S.; Hein, N. (2005). *Modelagem Matemática no ensino*. 4ª edição. São Paulo: Contexto.

Burak, D. (1992). *Modelagem Matemática:* Ações e Interações no Processo de ensino aprendizagem. Campinas, 1992. 329f. Tese de doutorado. Campinas: Universidade Estadual de Campinas.

Campos, I. S. (2013). *Alunos e, ambientes de Modelagem Matemática:* caracterização do envolvimento a partir da relação com o Background e o Foreground. Dissertação de Mestrado. Belo Horizonte: Universidade Federal de Minas Gerais.

Kluber, T. E. (2009). Um Olhar Sobre a Modelagem Matemática no Brasil Sob Algumas Categorias Fleckianas. *Alexandria: Revista de Educação em Ciências e Tecnologia*, 2(2), 219-240.

Passos, C. L. B. *et al*. (2006). Desenvolvimento Profissional do professor que ensina Matemática: uma meta-análise de estudos brasileiros. *Quadrante*, 1,2(XV), 193-219.

Vidigal, C. L. (2013). *Desenvolvendo criticidade e criatividade com estudantes de Geografia por meio de Modelagem*. Dissertação de Mestrado. Ouro Preto: Universidade Federal de Ouro Preto.

Recebido:15/06/2018

Aceito: 23/06/2018