Tangram
Revista de Educação Matemática

# O PENSAMENTO ALGÉBRICO E A GENERALIZAÇÃO DE PADRÕES: UMA EXPERIÊNCIA COM ALUNOS DO 8ºANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

# ALGÉBRIAN THOUGHT AND THE GENERALIZATION OF PATTERNS: AN EXPERIENCE WITH STUDENTS OF THE 8th GRADE OF FUNDAMENTAL TEACHING

**Jessica Alves Zerbinato**[1]
**Jorge Henrique Gualandi**[2]
**Maria Rosana Soares**[3]

**RESUMO:** Este artigo apresenta um estudo com alunos do 8º ano do ensino fundamental, realizado em uma escola municipal de Cachoeiro de Itapemirim/ES, objetivando investigar a compreensão dos alunos na realização de tarefas que envolvem a Generalização de Padrões, por meio de duas tarefas investigativas. A primeira teve o propósito de diagnosticar as dificuldades dos alunos, pois a partir da discussão sobre as resoluções dos alunos, apontaram-se estratégias de resolução para esta tarefa. A segunda teve o propósito de analisar o avanço dos alunos nas resoluções de tarefas envolvendo Generalização de Padrões. Os resultados apontaram que situações desta natureza possibilitaram aos alunos ter contato com um aspecto da álgebra, visto que este contato é essencial para o seu desenvolvimento cognitivo, algo que, até então, não tinham conhecimento. Por meio das tarefas utilizadas, os sujeitos puderam desenvolver os processos de observação, generalização e abstração.

**PALAVRAS-CHAVE:** Generalização de Padrões. Pensamento Algébrico. Processo Ensino-Aprendizagem. Didática da Matemática. Investigação matemática

**ABSTRACT**: This article presents a study with 8th grade elementary school students, carried out at a municipal school in Cachoeiro de Itapemirim / ES, in order to investigate students' comprehension in the accomplishment of tasks that involve the Generalization of Patterns, through two investigative tasks. The first one had the purpose of diagnosing the difficulties of

[1] Graduada em Mtemática - Ifes – Instituto Federal do Espírito Santo – Campus Cachoeiro de Itapemirim- jessica_zerbinato@hotmail.com

[2] Doutorando em Educação Matemática – PUC-SP ; Professor do Ifes - Federal do Espírito Santo - Campus Cachoeiro - jhgualandi@gmail.com

[3] Doutora em Educação Matemática – PUC – SP –maryrosanasoares@gmail.com

the students, since from the discussion about the resolutions of the students, strategies of resolution were pointed out for this task. The second one was aimed at analyzing students' progress in task resolutions involving Pattern Generalization. The results pointed out that situations of this nature enabled the students to have contact with an aspect of algebra, since this contact is essential for their cognitive development, something that until then they were not aware of. Through the tasks used, the subjects were able to develop the processes of observation, generalization and abstraction.

**KEYWORDS**: Generalization of Patterns. Algebraic Thinking. Teaching-Learning Process. Mathematical Research

## INTRODUÇÃO

No ensino da matemática, observa-se um quadro no qual os resultados obtidos pelos alunos, com os conteúdos algébricos, não são satisfatórios. Para tanto, o modo como alguns aspectos da álgebra são abordados nos anos finais do ensino fundamental, não está valorizando o conhecimento prévio do aluno e limita a álgebra a um simples procedimento de regras para a manipulação de expressões sem significado, conforme destaca Imenes e Lelis (1994), que no ensino de álgebra, professores tentam explicar e, alunos tentam "engolir" uma técnica de cálculo com letras que, quase sempre, são desprovidas de significados para uns e outros. Pensando nisto, surge o seguinte questionamento: De que forma a Generalização de Padrões contribui no desenvolvimento do pensamento algébrico?

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN´s, 1998), a álgebra é um estudo que possibilita ao aluno desenvolver e exercitar sua capacidade de abstração e generalização. A metodologia de ensino proposta neste relato de experiência visa atender a essa questão sugerida pelos PCN's, considerando a aritmética como ponto de partida para a construção do conhecimento algébrico e embasando-se nos diferentes processos do Pensamento Matemático Avançado (PMA), propostos por Dreyfus (2002), dos quais destacamos o processo de abstrair. Com objetivo de investigar a compreensão dos alunos, por meio dos processos do PMA presentes na resolução de tarefas envolvendo generalizações de padrões. Assim, essa proposta metodológica partirá do conhecimento aritmético que o aluno já detém e, seguirá com tarefas investigativas, para a construção do pensamento algébrico identificando alguns dos processos do PMA citados por Dreyfus (2002).

Dessa forma, com este relato de experiência, pretendemos evidenciar como o trabalho envolvendo tarefas investigativas, pautadas na generalização de padrões, pode colaborar para uma melhor percepção algébrica. Com o intuito de promover uma abordagem metodológica diferenciada, de forma a apresentar uma correlação entre a aritmética estudada e o Pensamento Algébrico, atendendo aos pressupostos dos PCN's de forma a valorizar os conhecimentos prévios dos alunos.

## ORIENTAÇÕES CURRICULARES E TEÓRICAS

Os PCN's (1998) do terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental sugerem uma abordagem para a álgebra que aborde a Generalização de Padrões:

> O estudo da Álgebra constitui um espaço bastante significativo para que o aluno desenvolva e exercite sua capacidade de abstração e generalização, além de lhe possibilitar a aquisição de uma poderosa ferramenta para resolver problemas. Entretanto, a ênfase que os professores dão a esse ensino não garante o sucesso dos alunos, a julgar tanto pelas pesquisas em Educação Matemática como pelo desempenho dos alunos nas avaliações que têm ocorrido em muitas escolas. (BRASIL, 1998, p.115).

O pensamento algébrico, segundo Blanton e Kaput (2005 apud. MESTRE e OLIVEIRA, 2011), pode ser visto como "um processo em que os alunos generalizam ideias matemáticas a partir de um conjunto de exemplos particulares". Com isso, a possibilidade do aluno construir por si só o conhecimento algébrico é mais provável, pois fortalece sua capacidade de raciocínio e seu desenvolvimento intelectual. Este método pode contribuir para uma aprendizagem com significado, oferecendo embasamento para a compreensão dos conteúdos matemáticos seguintes.

A proposta metodológica deste projeto consistiu em uma abordagem aritmética para a construção do conhecimento algébrico por meio de tarefas investigativas, o qual requer a participação efetiva do aluno na construção do seu conhecimento. Segundo Ponte, Brocardo e Oliveira (2006), o aluno aprende quando mobiliza os seus recursos cognitivos e afetivos com vista a atingir um objetivo. Esse é, precisamente, um dos aspectos fortes das investigações (p.23).

O processo de generalização, segundo Dreyfus (1991 apud. SANTOS e BIANCHINI 2012, p.37):

> Consiste em observar ou induzir dados, para identificar aspectos comuns, para expandir os domínios de validade. É partir de um caso particular para um caso geral, isto não é uma tarefa fácil, mas deve ser salientado que a generalização que ocorre com relação a determinados objetos matemáticos é importante para o estudante porque ele deixa de esperar o conhecido em "terra firme" para lidar com a generalidade que adicionou à situação.

A generalização é um dos processos que formam uma base para o processo de abstrair, que é o mais importante entre os processos do PMA. Se um aluno desenvolve a habilidade de conscientemente fazer abstrações de situações matemáticas, ele alcançou um nível avançado do pensamento matemático (DREYFUS, 2002).

## METODOLOGIA

A fim de se obter informações mais aprofundadas a respeito dos sujeitos desta pesquisa, propomos uma abordagem qualitativa, pois de acordo com Fiorentini e Lorenzato (2012), busca investigar e interpretar o caso como um todo orgânico, uma unidade em ação com dinâmica própria, mas que guarda forte relação com seu entorno ou contexto sociocultural ( p.110). Consistindo em uma pesquisa de campo para caracterizar os sujeitos, pois de acordo com os autores, é uma modalidade de investigação na qual a coleta de dados é realizada diretamente no local em que o problema ou fenômeno acontece, com uma abordagem descritiva de caráter qualitativa.

A pesquisa aconteceu em uma escola da rede municipal de Cachoeiro de Itapemirim/ES no período de 02 de outubro de 2015 a 06 de outubro de 2015 e envolveu 14 alunos do 8° ano do ensino fundamental, com idades entre 13 e 16 anos. Para realizarem as tarefas, os alunos se dividiram em 7 duplas, as quais identificamos por A,B,C,D,E,F e G sendo que, na segunda tarefa a dupla G faltou, logo esta foi realizada com 6 duplas.

A primeira atividade tinha como objetivo investigar acerca dos conhecimentos prévios dos alunos com relação a algumas características do pensamento algébrico, com ênfase na Generalização de Padrões.

Ao propormos a primeira tarefa, os alunos não entenderam como deveriam proceder para realizá-la, pois justificaram que eles nunca tiveram contato com a situação apresentada e por essa razão, não sabiam nem começar, acarretando muita dificuldade na compreensão dos

enunciados. Portanto, fez-se necessário a intervenção do professor regente e dos pesquisadores, de forma a incentivar a turma a desenvolver as tarefas propostas.

Na segunda tarefa, orientamos aos alunos que deveriam realizá-las sem as intervenções dos pesquisadores e do professor regente da turma, pois em se tratando de tarefas investigativas, Ponte, Brocardo e Oliveira (2006) inferem que, investigar é descobrir relações entre objetos matemáticos conhecidos ou desconhecidos, procurando identificar propriedades (p.13).

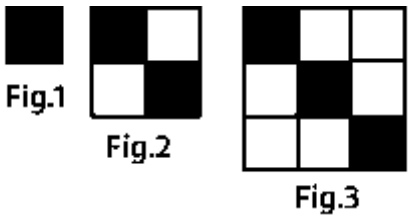
## ANÁLISE DOS RESULTADOS

### Tarefa 1

Elaboramos a tarefa, representada na figura 1, com o objetivo de fazer um diagnóstico acerca dos conhecimentos prévios dos alunos em relação ao pensamento algébrico, enfatizando os processos de Generalização e Sintetização de Padrões.

**Figura 1**: Tarefa 1

a) Observe a sequência de figuras a seguir:




b) Obedecendo o mesmo padrão da sequência acima, desenhe as duas figuras seguintes.
c) Quantos quadrados há na figura 7?
d) Quantos quadrados sombreados há na figura 7?
e) Quantos quadrados brancos há na figura 7?
f) Preencha a tabela a seguir:

| N° da figura | Quantidade de quadrados pintados | Quantidade de quadrados total | Quantidade de quadrados brancos |
|---|---|---|---|
| 1 | | | |
| 2 | | | |
| 3 | | | |
| 4 | | | |
| 5 | | | |
| 6 | | | |
| 7 | | | |
| 10 | | | |
| 12 | | | |
| n | | | |

**Fonte:** Adaptado de NOVA ESCOLA. Generalizações e cálculos algébricos. Disponível em:

<http://rede.novaescolaclube.org.br/planos-de-aula/generalizacoes-e-calculos-algebricos>. Acesso em: 06 abr. 2015

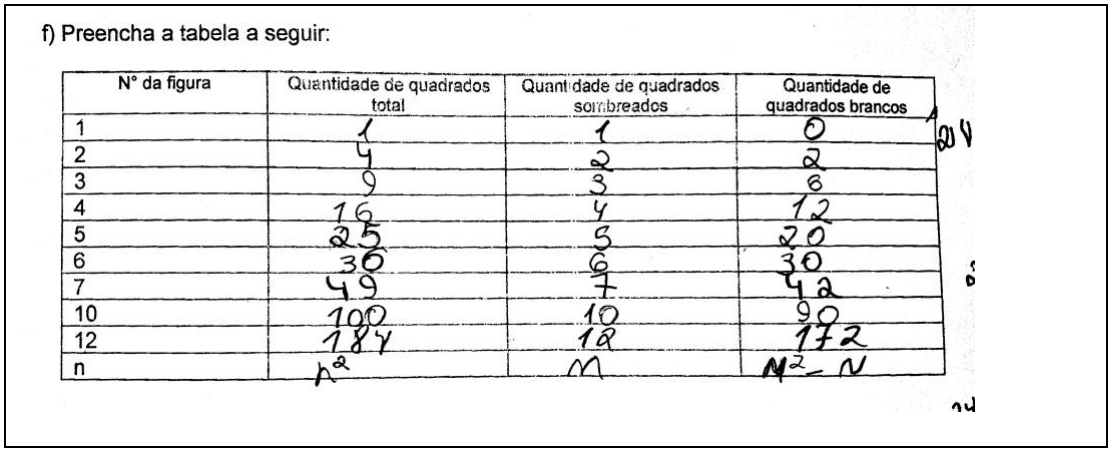
O item **a)** desta tarefa trata-se da visualização das figuras. Após isso, esperávamos que os alunos não tivessem dificuldades para resolver os itens posteriores, entretanto, como houve dificuldade no entendimento da questão proposta, foi necessária a intervenção dos pesquisadores e do professor regente da turma, a fim de incentivar aos alunos a investigarem as ideias matemáticas existentes na tarefa e representá-las. Esperava-se, que todas as duplas realizassem este item corretamente, entretanto, algumas cometeram erros.

O item **b)** tinha como objetivo a identificação do padrão de construção das figuras, para a partir disso, representar as figuras posteriores. Como previsto, todas as duplas realizaram a atividade corretamente.

Os itens **c)**, **d)** e **e)** objetivavam a visualização da figura 7. Todas as duplas realizaram corretamente, vale salientar que duas delas (dupla A e dupla G) resolveram através da representação em forma de desenho. Logo, infere-se sobre as duplas que não fizeram a representação com desenhos, podem ter utilizado os processos de generalização e sintetização para encontrar as respostas.

O item **f)** consistia no preenchimento da tabela com o objetivo de facilitar a visualização dos padrões, sendo que ao preencherem a mesma, os alunos sintetizariam uma expressão para caracterizar a figura **n**. Diante da experiência, duas duplas erraram o preenchimento da tabela, mas o erro foi relacionado às operações de multiplicação. Vale ressaltar, que nesta mesma atividade cinco duplas acertaram com êxito, como exemplifica a figura 2. Entende-se que as duplas A e G utilizaram dos desenhos para preencher a tabela, desenhando até a figura 12, mas conseguiram analisá-la depois de pronta, sendo que este processo de sintetização da figura **n** foi identificado, apenas, quando ela se tornou indispensável para a resolução do exercício. Percebemos que, caso acrescentássemos na tabela um número bem maior do que 12 provavelmente essas duplas generalizariam antes.

**Figura 2:** Resposta da dupla E

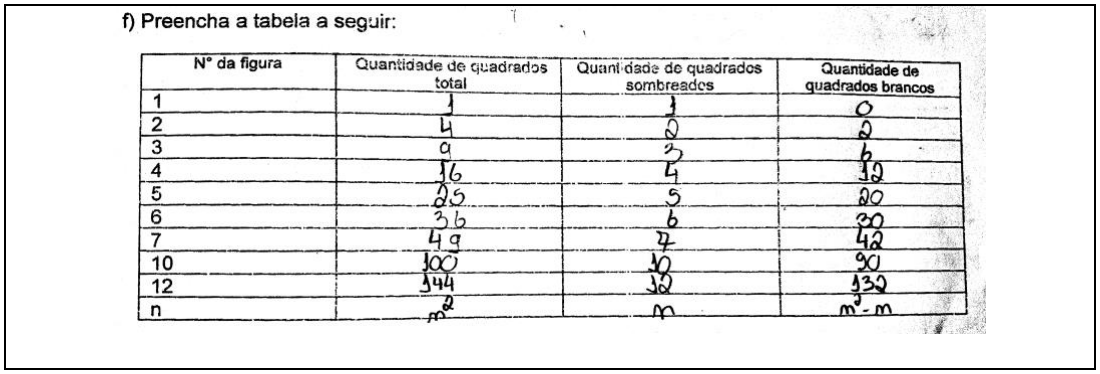


f) Preencha a tabela a seguir:

| N° da figura | Quantidade de quadrados total | Quantidade de quadrados sombreados | Quantidade de quadrados brancos |
|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 1 | 0 |
| 2 | 4 | 2 | 2 |
| 3 | 9 | 3 | 6 |
| 4 | 16 | 4 | 12 |
| 5 | 25 | 5 | 20 |
| 6 | 36 | 6 | 30 |
| 7 | 49 | 7 | 42 |
| 10 | 100 | 10 | 90 |
| 12 | 184 | 12 | 172 |
| n | $n^2$ | n | $n^2 - n$ |

**Fonte:** Dados da Pesquisa

**Figura 3:** Resposta da dupla A



f) Preencha a tabela a seguir:

| N° da figura | Quantidade de quadrados total | Quantidade de quadrados sombreados | Quantidade de quadrados brancos |
|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 1 | 0 |
| 2 | 4 | 2 | 2 |
| 3 | 9 | 3 | 6 |
| 4 | 16 | 4 | 12 |
| 5 | 25 | 5 | 20 |
| 6 | 36 | 6 | 30 |
| 7 | 49 | 7 | 42 |
| 10 | 100 | 10 | 90 |
| 12 | 144 | 12 | 132 |
| n | $n^2$ | n | $n^2 - n$ |

**Fonte:** Dados da pesquisa

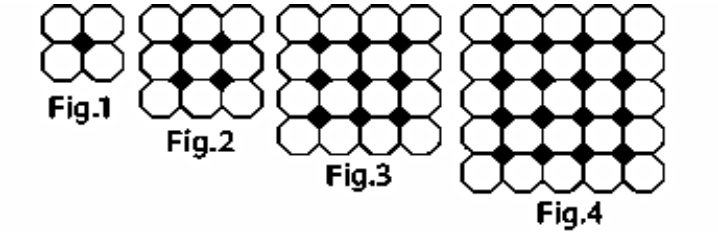
Observamos que nas duas situações as duplas não definiram em qual conjunto a estrutura algébrica pertence, além de a dupla E ter confundido os cálculos para a figura de posição 12. Desta forma, é necessário indicar a expressão $\mathbf{a_n = n^2 - n}$, com $n \in IN - \{0\}$ e $\mathbf{a_n}$ corresponde à quantidade de quadradinhos referentes à posição n.

### Tarefa 2

Esta tarefa teve como objetivo analisar os processos de generalização e sintetização utilizados pelas duplas ao investigar a tarefa proposta.

**Figura 4: Tarefa 2**

1 Observe a sequência de figuras a seguir:



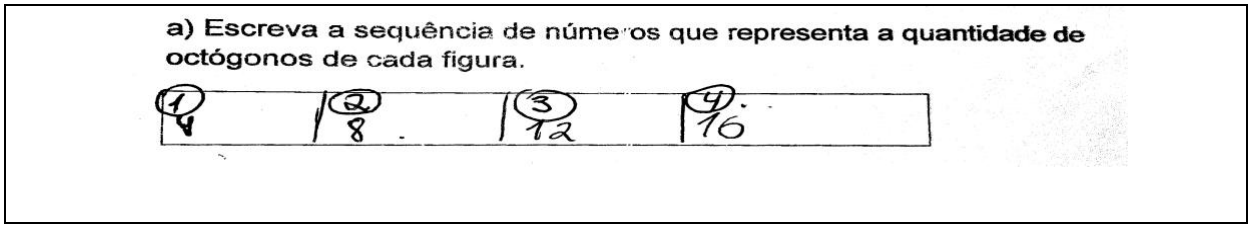

a) Escreva a sequência de números que representa a quantidade de octógonos de cada figura.
b) Escreva a sequência de números que representa a quantidade de quadrados sombreados de cada figura.
c) Sem desenhar as figuras 5 e 6, aponte a quantidade de quadrados sombreados que elas devem ter.
d) Quantos quadrados sombreados tem a décima figura?
e) Quantos octógonos tem a figura 10?
f) Complete a tabela:

| Nº da figura | Nº de octógonos | Nº de quadrados sombreados |
|---|---|---|
| 1 | | |
| 2 | | |
| 3 | | |
| 4 | | |
| 5 | | |
| 6 | | |
| 7 | | |
| 10 | | |
| n | | |

**Fonte:** Adaptado de NOVA ESCOLA. Generalizações e cálculos algébricos. Disponível em: <http://rede.novaescolaclube.org.br/planos-de-aula/generalizacoes-e-calculos-algebricos>. Acesso em: 06 abr. 2015

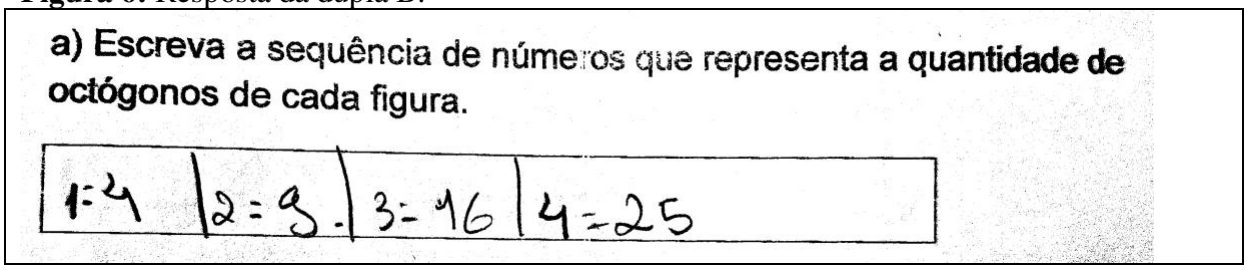
O item **a)** desta atividade consistiu em observar as figuras e representar de forma numérica a quantidade de octógonos que havia em cada uma das figuras. Das 06 duplas que realizaram esta atividade, 01 não conseguiu responder corretamente este item, como mostra a figura 5. A dupla B, como mostra a figura 6, respondeu corretamente, porém a representação não foi feita da maneira adequada, tendo em vista que 1=4 não é verdade, mas sim figura1 = 4 octógonos.

**Figura 5:** resposta da dupla C.




**Fonte:** Dados da pesquisa.

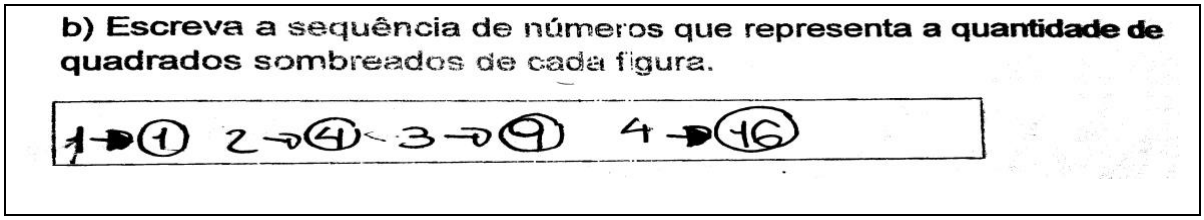
**Figura 6:** Resposta da dupla B.




**Fonte:** Dados da pesquisa

O item **b)** consistiu em observar a quantidade de quadrados existentes em cada uma das figuras e representá-los de forma numérica.

**Figura 7:** resposta da dupla C.



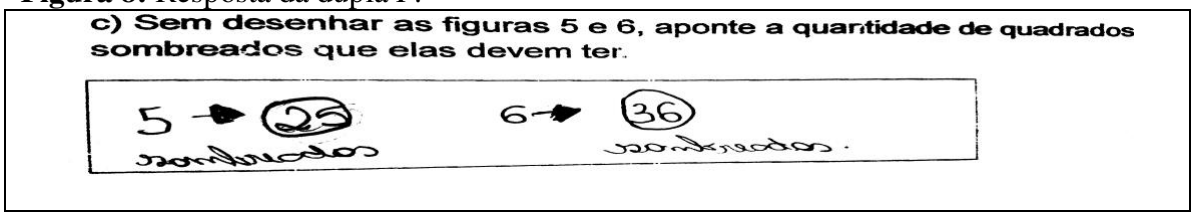

**Fonte**: Dados da pesquisa

Todas as duplas conseguiram responder corretamente, entretanto houve mudanças, apenas, nas formas de representação. Observamos na figura 7, que o registro foi feito de maneira incorreta, pois deveria ser escrita a sequência de quadrados 1, 4, 9, 16 ou escrever figura 1=1 quadrado, figura 2=4 quadrados e assim por diante.

No item **c)** esperávamos que os sujeitos já tivessem a generalização em mente, pois para desenhar a figura solicitada era bastante complicado. Três duplas conseguiram concluir este processo respondendo corretamente, como exemplifica a figura 8. Duas erraram parcialmente a questão, como na figura 9, porém entendemos que o erro seja proveniente de cálculos de multiplicação, esta dupla novamente comete erros em relação à escrita inadequada 5=25, ao invés de colocar figura 5 =25 quadrados. Uma dupla errou completamente a questão, como na

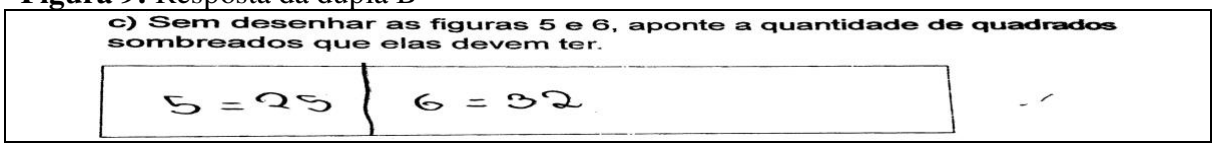
figura 10.

**Figura 8:** Resposta da dupla F.



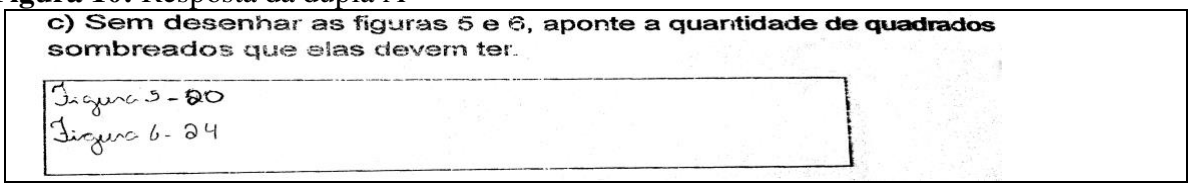

**Fonte:** Dados da pesquisa

**Figura 9:** Resposta da dupla B




**Fonte:** Dados da pesquisa

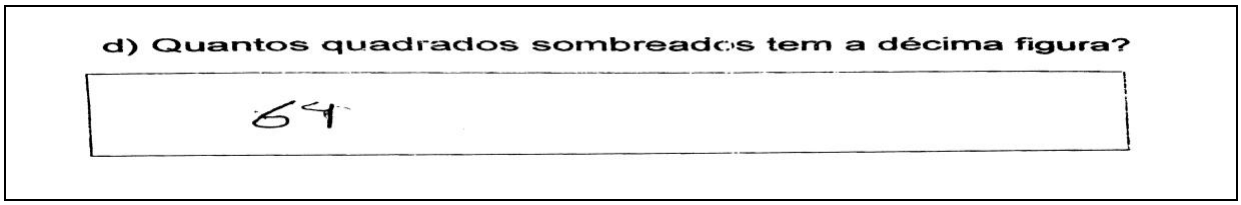
**Figura 10:** Resposta da dupla A




**Fonte:** Dados da pesquisa

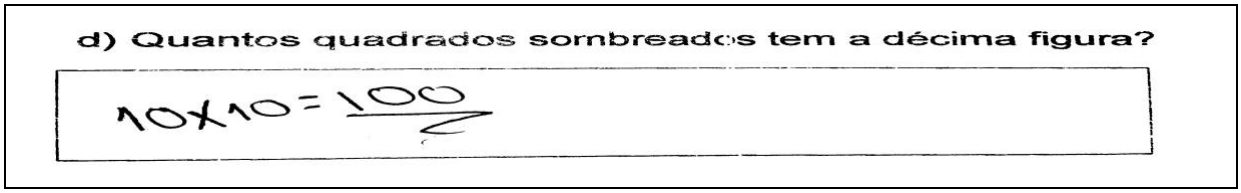
O item **d)** tinha como objetivo a generalização da décima figura no que diz respeito a quantidade de quadrados. Três duplas erraram como a figura 11 exemplifica e três acertaram como exemplificado na figura 12.

**Figura 11:** Resposta da dupla B




**Fonte:** Dados da pesquisa

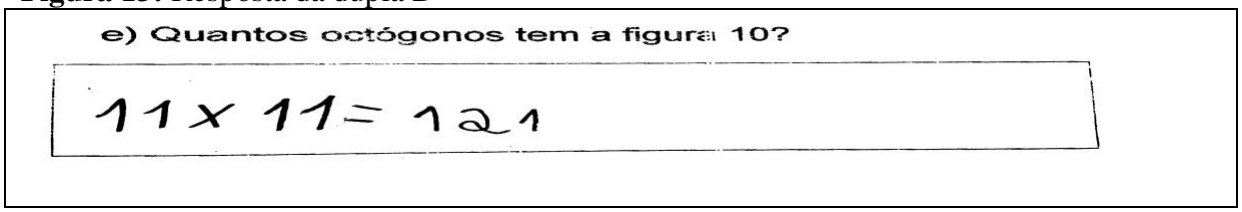
**Figura 12:** Resposta da dupla D




**Fonte:** Dados da pesquisa

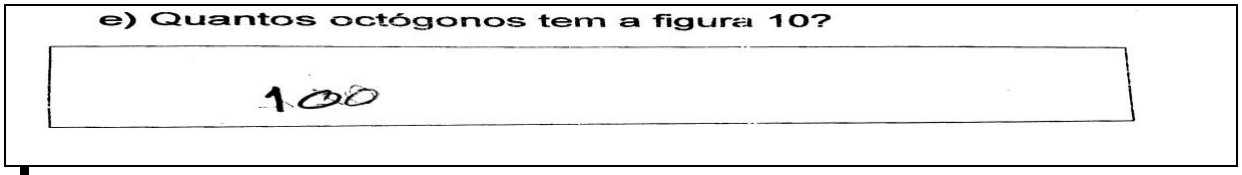
No item **e)**, esperava-se que os alunos generalizassem a quantidade de octógonos presentes na representação da décima segunda figura. Quatro duplas responderam corretamente, como na figura 13, uma respondeu errado, como na figura 14, e uma deixou a questão em branco.

**Figura 13:** Resposta da dupla D




**Fonte:** Dados da pesquisa

**Figura 14:** Resposta da dupla B




**Fonte:** Dados da pesquisa

No item **f)**, cujo objetivo era observar a forma como os alunos generalizavam o padrão existente nas figuras, percebemos que duas duplas erraram, como mostram as figuras 15 e 16. Duas conseguiram preencher a tabela, porém não conseguiram generalizar e sintetizar (figura 17). Outras duas duplas atingiram o resultado esperado, como mostram as figuras 18 e 19. No caso da figura 18 faltaram os parênteses para expressar corretamente $\mathbf{a_n = (n+1).(n+1)}$, e identificar o conjunto ao qual a estrutura algébrica está contido. Desta forma, $\mathbf{a_n = (n+1).(n+1)}$, com $n \in IN - \{0\}$ e $\mathbf{a_n}$ corresponde a quantidade de quadradinhos referentes à posição n.

**Figura 15:** Resposta da dupla E.

f) Complete a tabela:

| Nº da figura | Nº de octógonos | Nº de quadrados sombreados |
|---|---|---|
| 1 | 4 | 1 |
| 2 | 8 | 4 |
| 3 | 16 | 9 |
| 4 | 25 | 16 |
| 5 | 36 | 30 |
| 6 | 40 | 36 |
| 7 | 50 | 45 |
| 10 | 64 | 100 |
| N-ésimo | $n^2$ | n |

**Fonte:** Dados da pesquisa

**Figura 16:** Resposta da dupla B

f) Complete a tabela:

| Nº da figura | Nº de octógonos | Nº de quadrados sombreados |
|---|---|---|
| 1 | 4 | 1 |
| 2 | 9 | 4 |
| 3 | 16 | 9 |
| 4 | 25 | 16 |
| 5 | 32 | 25 |
| 6 | 49 | 32 |
| 7 | 64 | 49 |
| 10 | 100 | 64 |
| N-ésimo | N² | N²-N |

**Fonte:** Dados da pesquisa

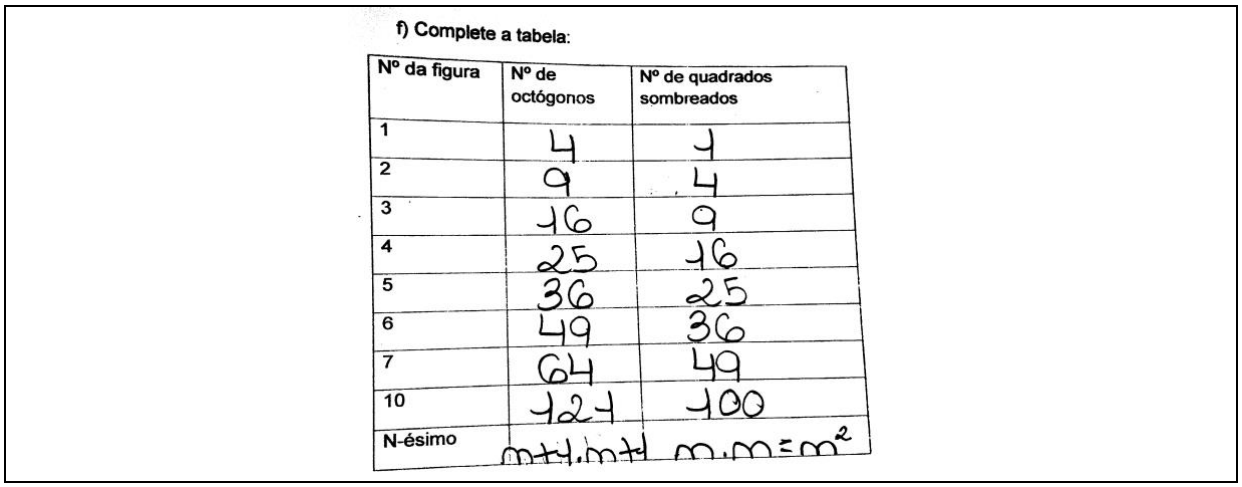
**Figura 17:** resposta da dupla D

f) Complete a tabela:

| Nº da figura | Nº de octógonos | Nº de quadrados sombreados |
|---|---|---|
| 1 | 4 | 1 |
| 2 | 9 | 4 |
| 3 | 16 | 9 |
| 4 | 25 | 16 |
| 5 | 36 | 25 |
| 6 | 49 | 36 |
| 7 | 64 | 49 |
| 10 | 121 | 100 |
| N-ésimo | N² | [illegible] N |

**Fonte:** Dados da pesquisa

**Figura 18:** resposta da dupla F

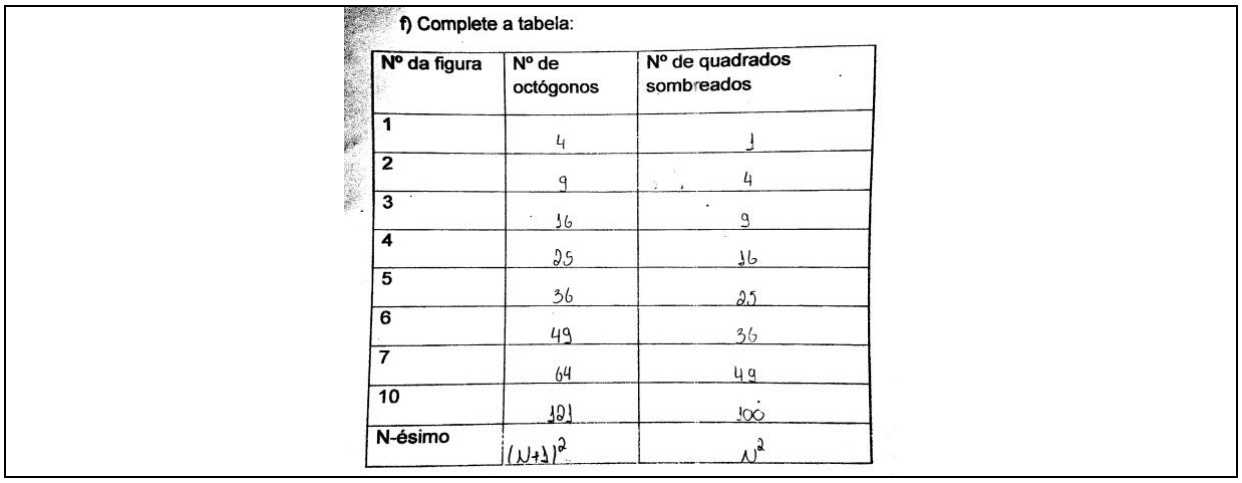


f) Complete a tabela:

| Nº da figura | Nº de octógonos | Nº de quadrados sombreados |
|---|---|---|
| 1 | 4 | 1 |
| 2 | 9 | 4 |
| 3 | 16 | 9 |
| 4 | 25 | 16 |
| 5 | 36 | 25 |
| 6 | 49 | 36 |
| 7 | 64 | 49 |
| 10 | 124 | 100 |
| N-ésimo | m+1.m+1 | m.m=$m^2$ |

**Fonte:** Dados da pesquisa

**Figura 19:** resposta da dupla A



f) Complete a tabela:

| Nº da figura | Nº de octógonos | Nº de quadrados sombreados |
|---|---|---|
| 1 | 4 | 1 |
| 2 | 9 | 4 |
| 3 | 16 | 9 |
| 4 | 25 | 16 |
| 5 | 36 | 25 |
| 6 | 49 | 36 |
| 7 | 64 | 49 |
| 10 | 121 | 100 |
| N-ésimo | $(N+1)^2$ | $N^2$ |

**Fonte:** Dados da pesquisa

Após o desenvolvimento das duas tarefas, levantamos questionamentos com os alunos a respeito destas: se eles gostaram de desenvolvê-las ou não. Das seis duplas, cinco responderam que *gostaram por que era algo diferente para eles e que essa tarefa era boa para exercitar o raciocínio*. Uma dupla respondeu que gostou mais ou menos, justificando: *Achei difícil a parte do* ***n***. O fato dos alunos descreverem a atividade como algo novo nos remete ao diagnóstico inicial proposto neste trabalho. Ao analisarmos que o motivo principal dos alunos apresentarem tanta dificuldade, a ponto de impossibilitar a realização da tarefa sem a intervenção dos pesquisadores e do professor regente, pode estar relacionado ao fato de não terem vivenciado questões que demandem a generalização de padrões. Portanto, entendemos,

também, que eles gostam de atividades que estimulam o raciocínio.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Visto que o objetivo do estudo era investigar a compreensão dos alunos na realização de tarefas que envolvem a Generalização de Padrões, por meio de duas tarefas investigativas. Entende-se que as tarefas desta natureza são necessárias para oportunizar e desenvolver no aluno os processos de generalização, sintetização e abstração, por conta disso, este tipo de tarefa deveriam ser mais contempladas nas tarefas escolares. Observamos que a falta de contato com tarefas que proporcionam a Generalização de Padrões, dificulta a criatividade dos alunos para desenvolverem questões matemáticas.

Dreyfus (2002) considera a generalização como um processo que forma uma base para a abstração, o qual proporcionaria alcançar um nível mais elevado do pensamento matemático. Tendo em vista que a abstração é "o mais importante dos processos do Pensamento Matemático Avançado - PMA" (DREYFUS, 2002).

Salienta-se que tarefas desta natureza valorizam outras dimensões do pensamento algébrico, indo além da resolução de equações. Além de estimular o raciocínio dos alunos, elas também desconstroem a imagem negativa da álgebra mecanizada, uma vez que incentiva o gosto pela matemática, pois verificamos que os alunos vivenciaram e experienciaram os momentos de investigação matemática com êxito.

## REFERÊNCIAS

BRASIL. SECRETARIA DE EDUCAÇÃO FUNDAMENTAL. **Parâmetros Curriculares Nacionais:** Matemática: terceiro e quarto ciclos. Brasília: MEC/SEF, 1998.

DREYFUS, T. **Advanced mathematical thinking processes**. In: TALL, D. (Ed.). Advanced mathematical thinking. Dordrecht: Kluwer, 2002, p. 25-41

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em Educação Matemática: percursos teórico e metodológico**. 3ª ed. Campinas: Autores Associados, 2012 (Coleção Formação do Professor).

IMENES, L. M.; LELLIS, M. **O currículo tradicional e o problema: um descompasso**. SBEM – Educação Matemática em Revista, v.2, n. 2. PP. 5-12, 1994.

MESTRE, C., OLIVEIRA, H. **O pensamento algébrico e a capacidade de generalização de alunos do 3.º ano de escolaridade do ensino básico.** In: GUIMARÃES, C. M.; REIS, P. G. R. dos (Orgs.). Professores e Infâncias: Estudos e experiências .pp. 201-223. São Paulo: Junqueira e Marin Editores, 2011.

NOVA ESCOLA. **Generalizações e cálculos algébricos.**
Disponível em: <http://rede.novaescolaclube.org.br/planos-de-aula/generalizacoes-e-calculos-algebricos>. Acesso em: 06 abr. 2015

PONTE, J. P. da, BROCARDO, J. e OLIVEIRA, H. **Investigações matemáticas na sala de aula.** Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2006.

SANTOS, A. T. dos e BIANCHINI, B. L. **Análise das estratégias utilizadas pelos estudantes no estudo de funções logarítmicas e exponenciais**, 2012. Disponível em: <http://sites.unifra.br/Portals/35/Artigos/2012/03.pdf> Acesso em: 28 out. 2015

*Enviado:05/01/2018*
*Aceito:05/04/2018*