Tangram
Revista de Educação Matemática

DOI: 10.30612/tangram.v9i1.19876

Ações mentais matemáticas mobilizadas por estudantes no estudo de Limite de uma função

Mathematical mental actions mobilized by students in studying the Limit of a function

Acciones mentales matemáticas movilizadas por los estudiantes al estudiar el Límite de una función

Emanuel Gomes Peixoto
Discente do Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática,
Universidade Federal de Goiás/UFG
Goiânia, Goiás, Brasil
E-mail: emanuellgomees@gmail.com
Orcid: https://orcid.org/0000-0001-9191-3363

Karly Barbosa Alvarenga
Instituto de Matemática e Estatística, Universidade Federal de Goiás/UFG
Goiânia, Goiás, Brasil
E-mail: karly@ufg.com.br
Orcid: https://orcid.org/0000-0001-7670-8548

Resumo: O presente artigo discute e apresenta as possíveis ações mentais matemáticas mobilizadas por estudantes na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral, ao estudarem o conceito de Limite de uma função. O principal referencial teórico adotado é o Modelo Teórico de Ações Mentais Matemáticas, que articula pressupostos do Pensamento Matemático Avançado e das Neurociências Cognitivas. Este modelo contempla um conjunto de 49 ações mentais, possibilitando identificar processos cognitivos que, embora muitas vezes subliminares, são fundamentais para compreender, manipular e resolver problemas matemáticos. De natureza qualitativa, o estudo caracteriza-se como exploratório e descritivo. Os dados foram coletados de acadêmicos do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal de Goiás, sendo analisadas 34 respostas, das quais três foram selecionadas para discussão. Os resultados indicam que os participantes mobilizaram diversas ações mentais matemáticas, mas foram limitados pela ausência de interação consciente entre essas ações ou pela falta de aprofundamento necessário. De modo geral, as ações mentais de Classificar, Conectar experiências anteriores (met-before), Interpretar e Representar mostraram-se recorrentes. Um estudante ativou um percurso formal e algébrico, dominando a ação de formalizar por meio da definição de épsilons e deltas. Em contraste, os outros dois recorreram a abordagens visuais e gráficas, mobilizando as ações de graficar e visualizar, mas enfrentando dificuldades em articular o entendimento intuitivo com a formalização matemática. Conclui-se que o estímulo intencional e integrado de múltiplas ações mentais, incentivando a transição entre registros algébricos e visuais, pode potencializar a compreensão conceitual e auxiliar na mitigação dos altos índices de reprovação e evasão na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral.

Palavras-chave: Pensamento matemático. Limite de uma função. Cálculo Diferencial e Integral. Ações mentais matemáticas

Abstract: This article discusses and presents the possible mathematical mental actions mobilized by students in the Differential and Integral Calculus discipline when studying the concept of the limit of a function. The main theoretical framework adopted is the Theoretical Model of Mathematical Mental Actions, which articulates premises from Advanced Mathematical Thinking and Cognitive Neurosciences. This model encompasses a set of 49 mental actions, making it possible to identify cognitive processes that, although often subliminal, are fundamental for understanding, manipulating, and solving mathematical problems. Of a qualitative nature, the study is characterized as exploratory and descriptive. Data were collected from students in the Mathematics Degree program at the Federal University of Goiás, with 34 responses analyzed, three of which were selected for discussion. The results indicate that the participants mobilized several mathematical mental actions but were limited by the lack of conscious interaction between these actions or by a lack of the necessary depth. In general, the mental actions of Classifying, Connecting previous experiences (met-before), Interpreting, and Representing proved to be recurrent. One student activated a formal and algebraic path, mastering the action of formalizing through the epsilon-delta definition. In contrast, the other two resorted to visual and graphical approaches, mobilizing the actions of "graphing" and visualizing, but facing difficulties in articulating intuitive understanding with mathematical formalization. It is concluded that the intentional and integrated stimulation of multiple mental actions, encouraging the transition between algebraic and visual registers, can enhance conceptual understanding and assist in mitigating the high rates of failure and dropout in the Differential and Integral Calculus.

Keywords: Mathematical thinking. Limit of a function. Differential and Integral Calculus. Mathematical mental actions.

Revista de Educação Matemática

Universidade Federal da Grande Dourados

Resumen: El presente artículo discute y presenta las posibles acciones mentales matemáticas movilizadas por estudiantes en la asignatura de Cálculo Diferencial e Integral, al estudiar el concepto de Límite de una función. El principal marco de referencia adoptado es el Modelo Teórico de Acciones Mentales Matemáticas, que articula presupuestos del Pensamiento Matemático Avanzado y de las Neurociencias Cognitivas. Este modelo contempla un conjunto de 49 acciones mentales, lo que permite identificar procesos cognitivos que, aunque a menudo son subliminales, son fundamentales para comprender, manipular y resolver problemas matemáticos. De naturaleza cualitativa, el estudio se caracteriza por ser exploratorio y descriptivo. Los datos fueron recolectados de académicos de la carrera de Licenciatura en Matemáticas de la Universidad Federal de Goiás; se analizaron 34 respuestas, de las cuales tres fueron seleccionadas para la discusión. Los resultados indican que los participantes movilizaron diversas acciones mentales matemáticas, pero se vieron limitados por la ausencia de interacción consciente entre estas acciones o por la falta del nivel de profundidad necesario. En general, las acciones mentales de Clasificar, Conectar experiencias anteriores (*met-before*), Interpretar y Representar resultaron recurrentes. Un estudiante activó un recorrido formal y algebraico, dominando la acción de formalizar a través de la definición de épsilons y deltas. En contraste, los otros dos recurrieron a enfoques visuales y gráficos, movilizando las acciones de graficar y visualizar, pero enfrentando dificultades para articular el entendimiento intuitivo con la formalización matemática. Se concluye que el estímulo intencional e integrado de múltiples acciones mentales, incentivando la transición entre registros algebraicos y visuales, puede potenciar la comprensión conceptual y ayudar a mitigar los altos índices de reprobación y deserción en la asignatura de Cálculo Diferencial e Integral.

Palabras clave: Pensamiento matemático. Límite de una función. Cálculo Diferencial e Integral. Acciones mentales matemáticas.

Recebido em 25/07/2025
Aceito em 10/11/2025

CONSIDERAÇÕES INICIAIS

No Ensino Superior, a abordagem do ensino e da aprendizagem da matemática configura-se como uma questão que suscita preocupação, motivando pesquisas que analisam as dificuldades enfrentadas pelos discentes (Lima & Oliveira, 2023; Olgin et al., 2022; Savioli & Lima, 2022). Aspectos como passividade, ausência de autonomia, dependência integral do professor e insuficiente preparo em relação aos conteúdos matemáticos são apontados como possíveis causas das barreiras de aprendizagem (Masola & Allevato, 2016). No entanto, algumas iniciativas destacam caminhos para o aprimoramento da prática docente, tais como, Aprendizagem Baseada em Problemas (Souza, 2019; Lopes & Reis, 2019); Aprendizagem por meio da resolução de situações-problema e a aprendizagem baseada em projetos (Diniz, 2018); e Modelagem Matemática (Santos et al., 2020).

As dificuldades enfrentadas ao ingressar no Ensino Superior tornam-se mais acentuadas na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral (CDI). Essa disciplina apresenta elevados índices de reprovação e evasão, o que suscita grande preocupação tanto no Brasil quanto no exterior (Barbosa, 2004; Rasmussen et al., 2014; Rosa et al., 2019). Tais estudos indicam a necessidade de investigar e propor soluções para esse problema.

Por um lado, analisar o processo de ensino e aprendizagem revela-se fundamental e, por esse motivo, essa área tem sido alvo de pesquisas que buscam alternativas para mitigar uma cultura de reprovação (Dörr, 2017; Soares, 2017; Oliveira & Raad, 2012). Por outro, para Rafael (2017), as intervenções metodológicas implementadas por universidades com o objetivo de reduzir a taxa de não aprovação em CDI podem ocasionar uma diminuição desse percentual, contudo, não se constata uma melhora significativa na aprendizagem. Observa-se que tais ações postergam os problemas, mas não os solucionam de maneira eficaz.

Por se tratar de uma disciplina que, em geral, é ministrada no primeiro semestre de cursos da área de exatas, torna-se fundamental compreender o impacto da transição do Ensino Médio para o Ensino Superior. Segundo Nasser et al. (2022), no nível médio, os estudantes tendem a aprender regras e fórmulas de modo mecânico, enquanto na etapa subsequente há uma demanda ampliada por abstração, generalização e formalização matemática.

Uma estratégia para facilitar tal adaptação consiste em estimular o pensamento matemático por meio de múltiplas representações (algébricas, gráficas, tabulares e verbais), priorizando a compreensão conceitual em detrimento da simples aplicação de algoritmos (Nasser et al., 2022). Além disso, a transição exige mudanças na forma como os alunos pensam e aprendem matemática. A metacognição emerge como um recurso relevante nesse processo, pois contribui para que os alunos se tornem mais conscientes, autônomos e estratégicos na aprendizagem. Para Teixeira et al. (2022), essa abordagem favorece o desenvolvimento do hábito de refletir sobre o próprio pensamento e suas ações, promovendo um aprendizado mais crítico e consciente, em que os discentes são capazes de avaliar e ajustar suas próprias estratégias de estudo.

O presente trabalho discute os processos mentais envolvidos na aprendizagem da matemática, adotando a perspectiva de teóricos que abordam o Pensamento Matemático Avançado (PMA) (Dreyfus, 1991) e o Avanço do Pensamento Matemático (Alvarenga & Domingos, 2021). Essa abordagem suscita o interesse de pesquisadores em Educação Matemática, que buscam identificar as habilidades e processos mentais mobilizados durante o estudo, na resolução de exercícios e na demonstração de teoremas (Alvarenga & Ferreira, 2017; Alvarenga et al., 2022; Harel & Sowder, 2005; Santos et al., 2018; Tall, 1991). Esse tema pode ser discutido a partir de qualquer situação-problema, sendo que, neste artigo, tem-se o conceito de Limite de uma função como tópico central, o qual desempenha papel fundamental e serve de base para todos os conceitos de CDI.

A abordagem metodológica de ensino comumente adotada para introduzir o conceito de Limite de uma função envolve, inicialmente, uma abordagem intuitiva, seguida da formalização por meio da definição utilizando "épsilons e deltas". A compreensão da formalização encontra-se intrinsecamente vinculada à assimilação intuitiva e à visualização da ideia. Dreyfus (1991) destaca alguns processos mentais como Formalizar e Visualizar, os quais estão relacionados ao desenvolvimento do pensamento matemático.

O objetivo central da investigação realizada consistiu em identificar, nas resoluções escritas, as ações mentais acionadas em questões sobre Limite de uma função em provas de CDI. Nesse sentido, a questão norteadora foi: quais são as possíveis ações mentais matemáticas mobilizadas por estudantes de CDI na resolução de uma questão relativa ao conceito de Limite de uma função? Apresenta-se, aqui, a análise de uma dessas questões.

Nas análises, foram identificadas estratégias cognitivas empregadas durante a resolução das questões, bem como diversas construções mentais, evidenciando diferentes abordagens e compreensões do conceito de Limite de uma função. Tais construções mentais refletem não apenas o domínio dos aspectos técnicos e formais, mas também a maneira como o conceito é visualizado e interpretado.

MODELO TEÓRICO DE AÇÕES MENTAIS MATEMÁTICAS

O conceito de Limite de uma função exerce papel fundamental em CDI. É relevante ressaltar que a complexidade relacionada ao seu ensino advém da diversidade de percepções sobre o tema, especialmente no que tange à compreensão individual dos estudantes (Santos & Almouloud, 2019). Torna-se, portanto, premente a necessidade de uma abordagem mais abrangente, tendo em vista a elevada taxa de reprovação e evasão. Nesse sentido, é imprescindível que o "professor reflita acerca da sua prática, do seu discurso em sala de aula, das metodologias que utiliza, porque um conceito como o de Limite exige um trabalho para além do ensino de procedimentos algébricos" (Santos & Almouloud, 2019, p. 20).

Uma alternativa promissora para a compreensão dos elementos envolvidos no processo de ensino e aprendizagem da matemática consiste no estabelecimento do diálogo entre as neurociências cognitivas e a formação de professores, tema central desenvolvido por Alvarenga e Domingos (2021). Tal abordagem revela-se especialmente pertinente no Ensino Superior, no qual o debate acerca do pensamento matemático tem sido objeto de estudo de diversos teóricos (Alvarenga, 2023; Dreyfus, 1991; Tall, 1991).

Uma das concepções sobre o Pensamento Matemático Avançado (PMA) sustenta que este é alcançado quando múltiplos componentes processuais interagem simultaneamente, resultando em uma ação complexa, dentre eles: generalização, abstração, formalização, transformação, representação, visualização, controle e dedução (Dreyfus, 1991). O autor enfatiza que, ao compreenderem esses processos, os professores de matemática podem reconhecer o que de fato ocorre durante o percurso de aprendizagem, de modo a proporcionar oportunidades para que os estudantes desenvolvam conscientemente habilidades matemáticas. Sob outra perspectiva, o PMA pode ser entendido como um processo que envolve estruturas cognitivas produzidas por uma ampla gama de atividades matemáticas, visando à construção de novas ideias e à constituição de um sistema abrangente de teoremas demonstrados em constante expansão (Tall, 1991).

Alvarenga (2021, 2023) revisita autores como Dreyfus (1991), Tall (1991, 1995), Dubinsky e McDonald (2001), Costa (2002) e Harel e Sowder (2005), com o objetivo de ampliar a compreensão acerca dos processos mentais inerentes ao pensamento matemático. Em um quadro teórico, foram explicitadas determinadas Ações Mentais (AM) que podem contribuir para o desenvolvimento do pensamento matemático (Tabela 1). Cabe salientar que Alvarenga e Domingos (2020) atualizam a terminologia proposta por Dreyfus (1991), substituindo “processos mentais” por “ações mentais matemáticas”, mobilizadas pelos estudantes.

As ações mentais matemáticas constituem processos cognitivos utilizados pelos indivíduos para compreender, manipular, resolver problemas matemáticos e, de modo geral, pensar matematicamente. Envolvem diferentes níveis de pensamento e podem ser classificadas em diversas categorias, dependendo da abordagem teórica adotada. Em geral, trata-se de processos subliminares, representando atividades neurais que ocorrem sem atingir o nível consciente, mas que influenciam percepções e decisões. Propõe-se, neste contexto, que tais ações sejam estimuladas de forma mais consciente, de modo que professores e estudantes possam conhecer os caminhos percorridos durante o estudo, favorecendo o máximo aproveitamento das aprendizagens e, consequentemente, o desenvolvimento das capacidades matemáticas, frequentemente obscurecidas.

Métodos matemáticos e da física teórica têm sido empregados para analisar a topologia cerebral, considerando diferentes escalas — desde redes formadas por centenas de neurônios em organismos pequenos até 100 bilhões de neurônios no cérebro de mamíferos (Lucini et al., 2019). Para os autores deste estudo, a matemática não se configura apenas como um conjunto de regras arbitrárias, mas sim como uma habilidade profundamente conectada ao funcionamento cerebral, envolvendo, em seu estudo, inúmeras áreas de ativação.

Entender o processo cognitivo do pensamento matemático é uma preocupação antiga, como demonstrado por Poincaré, em 1905, que manifestou interesse acerca da ocorrência da intuição matemática, da lógica e criatividade dos matemáticos. Tal questão é abordada em um capítulo da obra *La valeur de la science*. Em 1945, Hadamard publicou o livro *The psychology of invention in the mathematical field*, no qual afirma que, caso um matemático fosse também psicólogo, ou vice-versa, o tema poderia ser mais bem explorado e compreendido (Alvarenga, 2021).

Segundo Alvarenga (2021), distintas regiões cerebrais são ativadas de acordo com o tipo de ação mental matemática envolvida, por exemplo:

- Córtex pré-frontal → envolvido no pensamento lógico, planejamento e resolução de problemas matemáticos mais complexos;
- Lobo parietal (especialmente o sulco intraparietal) → responsável pelo processamento de quantidades, relações numéricas e operações matemáticas básicas.
- Córtex occipito-temporal → contribui para o reconhecimento de símbolos matemáticos e números.
- Hipocampo → importante para a memória e recuperação de fatos matemáticos armazenados (como tabuada, propriedades algébricas e numéricas, entre outros).

A partir deste contexto, apresentamos o Modelo Teórico de Ações Mentais Matemáticas (Tabela 1), o qual contempla um conjunto de 49 AM, a fim de estimular que o maior número possível delas seja consciente e integre um processo metacognitivo de aprendizagem.

Este modelo teve início com poucas AM e foi progressivamente ampliado como resultado de diversas pesquisas e debates que contaram com a participação de estudantes da Educação Básica, Superior e de pós-graduação (Alvarenga, 2021, 2023; Alvarenga & Domingos, 2020, 2021; Alvarenga & Ferreira, 2017; Alvarenga et al., 2022; Peixoto & Alvarenga, 2024; Santos et al., 2018), além de estudos sobre teóricos reconhecidos (Dreyfus, 1991; Costa, 2002; Harel & Sowder, 2005; Tall, 1991, 1995).

Tabela 1

Modelo Teórico de Ações Mentais Matemáticas (MTAMM)

Algebrizar	Analisar a direção inversa da manipulação	Argumentar de forma textual, sem a formalização ou a linguagem matemática
Classificar	Coletar informações/dados	Comparar por meio de problemas semelhantes
Compensar	Conectar experiências anteriores (*met-before*)	Conjecturar

Criar a própria linguagem matemática	Dar contraexemplos	Demonstrar, provar
Distinguir o que são hipóteses e o que é tese	Elaborar casos particulares	Encapsular processos em objetos, desencapsular objetos em processos
Enumerar etapas	Estimar, fazer aproximações	Evidenciar
Fazer “mostrações”	Fazer analogias entre outros conteúdos	Fazer cálculos com números reais
Flexibilizar contextos	Flexibilizar interpretações	Formalizar
Generalizar	Geometrizar	“Graficar”
Identificar	Induzir	Inferir
Interpretar	Investigar	Manipular expressões da direita para a esquerda, quando possível. Reverter
Manipular expressões de baixo para cima	Modelar	“Numerizar”
Organizar, desorganizar e reorganizar	Repensar, refazer e repensar, isto é, tentar, tentar e tentar…	Representar
Simplificar	Sintetizar	Tabelar
Traduzir da língua materna para a linguagem matemática simbólica	Traduzir da linguagem matemática para a língua materna	Transpor ideias (mudar de um contexto para o outro)
Transpor informações (estar coerente; conectar informações)	Usar linguagem matemática adequada	Verificar
Visualizar		

Fonte: Proposta de Alvarenga e Domingos (2020); reflexão e desenvolvimento do Grupo de Estudos em Educação Matemática (GEEM-UFG)

Outro elemento relacionado a esse tema é a investigação da metacognição, que está associada ao conhecimento que se possui acerca das operações mentais, tais como memória, escrita e compreensão (Lucena, 2013). Essa perspectiva corrobora o modelo teórico apresentado, no sentido de estabelecer um percurso que se concentra na compreensão interna e autorreflexiva dos saberes. Nesse mesmo contexto, Burón (1996) ressalta que a metacognição consiste na busca pela compreensão e pelo controle das próprias construções e ações mentais matemáticas empregadas no processo de aprendizagem.

Tangram
Revista de Educação Matemática
Universidade Federal da Grande Dourados

CAMINHO METODOLÓGICO DA PESQUISA

O estudo realizou uma abordagem qualitativa dos dados, apresentando características exploratórias e descritivas (Viela, 2017). O objetivo consiste em discutir um tema pouco explorado, visando à ampliação da teoria e à formulação de novas hipóteses que possam subsidiar discussões futuras. Os dados são compostos por resoluções de uma questão referente ao Limite de uma função, elaboradas por 34 participantes matriculados no CDI, durante uma atividade avaliativa conduzida em sala de aula.

A seleção da questão foi orientada por um problema que permitiu ao discente adotar diferentes caminhos de raciocínio para alcançar a resposta. A questão que originou as respostas a serem analisadas (Figura 1) distingue-se de outras, tradicionalmente presentes em avaliações dos cursos de CDI, que exigem apenas a aplicação direta das regras de Limite de uma função. Tal questão proporciona espaço para que os respondentes possam expor amplamente o entendimento do tema, sem a necessidade de dominá-lo integralmente ou recorrer a métodos memorizados. Supõe-se que essa abordagem apresente menor tendência de direcionar os respondentes por um percurso guiado por algoritmos de resolução.

Questão 5. Sejam $f: R \to R$ e $a, L \in R$.

1. O que o símbolo

$$\lim_{x \to n} f(x) = L,$$

representa para você?

2. Usando sua resposta ao item 1, mostre que

$$\lim_{x \to 1} 2x = 2.$$

Figura 1. Questão aplicada em uma turma de CDI.

Fonte: Dados da pesquisa.

Adicionalmente, torna-se possível avaliar não apenas as habilidades de realizar cálculos de forma mecânica e reproduzir métodos de resolução, como também a capacidade de apresentar uma argumentação coerente entre os itens 1 e 2. A resposta pode ser expressa de diferentes formas, seja em linguagem matemática, com formalidade e rigor, seja em linguagem materna, fundamentada nas percepções adquiridas por meio do estudo do tema.

Inicialmente, todas as respostas foram examinadas com o intuito de identificar os erros mais recorrentes e as resoluções corretas mais relevantes. Posteriormente, foram promovidas discussões e a análise foi aprofundada com a apresentação dos resultados ao GEEM. Em etapa subsequente, a partir da análise anterior, foram selecionadas as respostas de três avaliações para que fosse realizada a descrição de cada pensamento matemático, conforme apresentado na Tabela 1.

POSSÍVEIS AÇÕES MENTAIS MOBILIZADAS

Para estimular o pensamento matemático, é fundamental compreender que o rigor e o formalismo não constituem os únicos caminhos para o ensino e a aprendizagem. O contexto e os exemplos, tanto no âmbito matemático quanto em outros campos, assumem papel relevante nesse processo. A compreensão ocorre na mente do estudante, podendo se dar de forma rápida ou após uma sequência extensa de atividades de aprendizagem, envolvendo uma variedade de ações concretas (Dreyfus, 1991). Nesse sentido, descrevemos a seguir algumas das AM (Tabela 2), que poderiam ser mobilizadas e suas respectivas justificativas. Tal movimento de discussão e descrição é necessário para que seja possível identificá-las nas diferentes respostas dos estudantes.

Tabela 2

Lista das Ações Mentais que poderiam ser mobilizadas na questão 5

Ações Mentais	Justificativa
Algebrizar	No estudo de limites de uma função, “algebrizar” pode ser compreendido como o processo de manipulação algébrica de expressões para resolver ou simplificar limites de funções. Nesse sentido, pode-se optar pelo caminho algébrico para responder tanto o item 1 quanto o item 2 da questão.
Argumentar de forma textual, sem a formalização ou a linguagem	Argumentar de forma textual é o procedimento de explicar e justificar o passo a passo dos procedimentos matemáticos utilizando os artifícios da escrita textual, na resolução de um problema ou na explicação de como se chegou à conclusão de uma questão ou conceito, sem a formalização ou uso da linguagem matemática. Essa possibilidade é oferecida ao respondente, pois o enunciado pede uma interpretação

matemática	do símbolo de Limite de uma função, mas não define quais caminhos o estudante pode usar para responder à pergunta.
Classificar	Classificar é o ato de agrupar elementos ou objetos de acordo com suas características comuns ou propriedades específicas. Na resolução, é preciso reconhecer e classificar o objeto como Limite de uma função, trabalhando com as características e propriedades específicas desse conceito.
Conectar experiências anteriores (*Met-before*)	Esta AM refere-se à prática de usar conhecimentos e as habilidades adquiridas em conceitos matemáticos anteriores para resolver problemas, explicar conceitos e entender novos conceitos matemáticos. Nesse sentido, Limite de uma função faz parte da matemática estudada no Ensino Superior, sendo fundamental conectar experiências anteriores em seu estudo e na resolução da questão, como, por exemplo, com os conteúdos: função polinomial de grau 1, módulo, inequações e outros que em geral são estudados na Educação Básica.
Fazer cálculos com números reais	Fazer cálculos com números reais condiz com o procedimento de realizar operações aritméticas (adição, subtração, multiplicação e divisão) e outras manipulações matemáticas usando números reais como operadores. Essa ação mental não é determinante, mas pode incrementar na argumentação do item 5.2, caso o respondente opte pela formalização.
Formalizar	Em geral os respondentes podem mobilizar essa ação em níveis diferentes. Formalizar refere-se à ação de tornar um raciocínio, conceito, definição ou teorema mais sistematizado, axiomatizado e matematicamente correto, seguindo as regras e estruturas da lógica matemática e utilização adequada de símbolos. Nesse sentido, o respondente pode optar por diferentes níveis de formalização, desde que matematicamente coerente.
“Graficar”	Essa AM é mobilizada quando se usa os elementos do plano cartesiano para representar a função, equação ou conjunto de dados. Muitos autores de livros de CDI abordam o conceito de Limite de uma função por meio da representação gráfica. “Graficar” está entre a intersecção das AM algebrizar e geometrizar. Em ambos os itens, pode-se desenvolver a ação mental “graficar” para justificar sua argumentação.
Visualizar	Visualizar está relacionado aos processos “geometrizar” e “graficar”, pois diz respeito à ação de representar conceitos ou problemas matemáticos de forma gráfica, diagramática e geométrica para se obter uma compreensão ampla do conceito estudado. O conceito de Limite de uma função pode ser entendido como algo estático em um processo dinâmico, principalmente quando é abordado pela sua representação gráfica. Quanto mais os valores do domínio se aproximam do ponto “a”, mais os valores da imagem se aproximam do ponto “L”, no contradomínio. Ou seja, essa AM é uma das mais importantes para a compreensão desse conceito. Ao mesmo tempo em que é estática, leva a uma compreensão dinâmica, pois intervalos e aproximação são conceitos dinâmicos.
Interpretar	Interpretar em matemática é a ação de atribuir significados a números, símbolos, expressões numéricas e algébricas, gráficos, diagramas, problemas ou soluções matemáticas e situações-problemas. Nesse sentido, é fundamental a ação “interpretar” o significado do $\lim_{x \to a} f(x) = L$, que exige uma compreensão de um conceito dinâmico, que envolve intervalo e aproximação.
Representar	Essa AM refere-se ao ato de expressar ou mostrar conceitos ou relações matemáticas de maneira clara e concisa. Nesse sentido, a representação se dará de acordo com a experiência individual, de forma que se torne compreensível ao outro. O Limite de uma função pode ser representado em tabela, gráfico ou símbolos. São múltiplos os caminhos para representação do conceito nessa questão.
Usar a	O uso correto das notações, símbolos e convenções estabelecidas em matemática

linguagem matemática adequada	é imprescindível para essa resolução. Não se pode fugir do sistema axiomatizado usado na matemática, pois, independente do caminho escolhido, o aluno deve estar coerente com o significado de $\lim_{x \to a} f\,(x) = L$ convencionado.
Traduzir da linguagem matemática para a linguagem materna	O respondente pode optar por uma solução que não siga o rigor matemático, expressando sua interpretação por meio de uma linguagem natural, como o idioma falado ou escrito que é compreendido pelo outro. O enunciado abre essa possibilidade.

Fonte: Elaboração própria

POSSÍVEIS AÇÕES MENTAIS MOBILIZADAS

A seguir, apresentam-se as respostas selecionadas que serviram de base para a análise. Essas respostas representam três abordagens distintas que poderiam ser seguidas, além de conterem acertos e equívocos relevantes. A partir delas, é viável identificar algumas construções mentais mobilizadas e refletir sobre caminhos para que os professores possam criar situações de aprendizagem que promovam o desenvolvimento das AM.

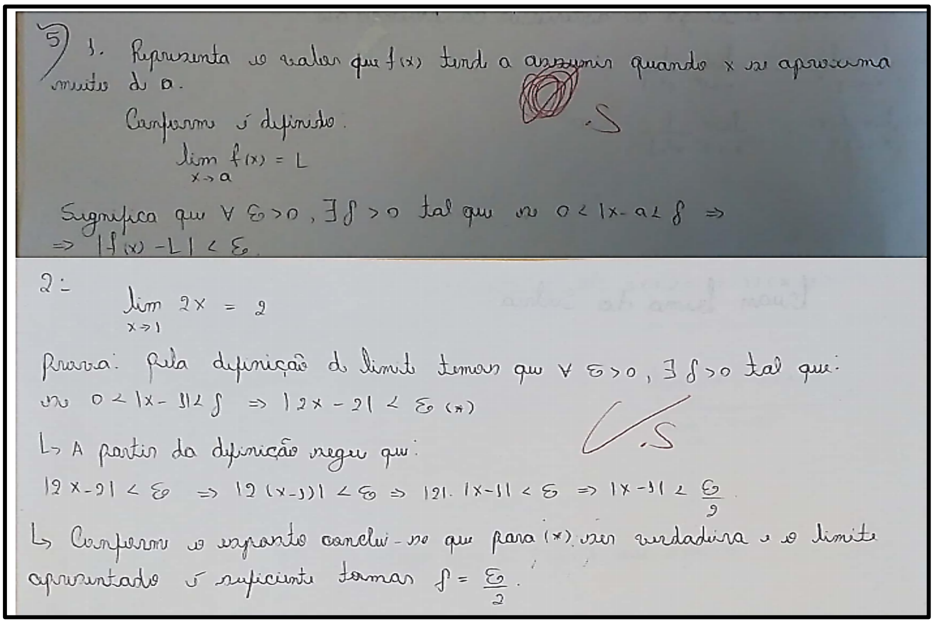

5) 1. Representa o valor que $f(x)$ tende a assumir quando x se aproxima muito de a.
Conforme é definido:
$\lim_{x \to a} f(x) = L$
Significa que $\forall\, \varepsilon > 0, \exists\, \delta > 0$ tal que se $0 < |x-a| < \delta \Rightarrow$
$\Rightarrow |f(x) - L| < \varepsilon$.
2: $\lim_{x \to 1} 2x = 2$
Prova: Pela definição de limite temos que $\forall\, \varepsilon > 0, \exists\, \delta > 0$ tal que:
se $0 < |x-1| < \delta \Rightarrow |2x-2| < \varepsilon$ (*)
↳ A partir da definição segue que:
$|2x-2| < \varepsilon \Rightarrow |2(x-1)| < \varepsilon \Rightarrow |2| . |x-1| < \varepsilon \Rightarrow |x-1| < \frac{\varepsilon}{2}$
↳ Conforme o exposto conclui-se que para (*) ser verdadeira e o limite apresentado é suficiente tomar $\delta = \frac{\varepsilon}{2}$.

Figura 2. Protocolo 1 - Estudante A.

Fonte: Dados da pesquisa.

Na resolução apresentada pelo estudante A (EA), observa-se que determinados processos mentais se mostram mais evidentes do que outros. Para responder ao que representa o símbolo $\lim_{x \to a} f\,(x) = L$, ele opta por explorar a definição dada por épsilons (ϵ) e delta (δ), demonstrando precisão, rigor matemático e coerência, o que indica que a ação mental de **formalizar** está sob seu domínio em relação a esse conceito.

Em sequência, no item 5.2, ele também responde de acordo com a definição. Ao identificar o símbolo e redigir seu significado a partir da definição, emprega a ação de **classificar**. Conforme os critérios apresentados na Tabela 2, **utiliza a linguagem matemática adequada**. Por fim, ao demonstrar que ,,lim-x→1.-2.x=2 por meio da definição, aciona o processo de interpretar, manejando o conceito definido para alcançar o resultado. Nas duas primeiras linhas do item 1, o estudante também utiliza **argumentação textual e visualização** para interpretar o comportamento do limite. Embora essas não sejam as principais ações mentais mobilizadas na resolução, elas são relevantes para evidenciar sua compreensão do conceito.

Ao empregar o raciocínio exposto no primeiro item para resolver o segundo, observa-se que a resposta apresentada não se trata de mera repetição mecânica. Ao relacionar ambos, aplica seu conhecimento sobre Limite de uma função para um caso particular. Mesmo tratando-se de uma questão de baixa complexidade, nota-se que o estudante foi capaz de estabelecer uma conexão entre a definição do conceito e sua aplicação. Nesse contexto, pode ter também mobilizado as seguintes ações mentais: **conectar experiências prévias, algebrizar, realizar cálculos com números reais e representar**.

Além disso, observa-se que as ações mentais matemáticas evidenciadas na resposta do estudante interagem entre si, isto é, não se apresentam de forma isolada. Ao classificar que empregaria o conceito de Limite de uma função, integra essa informação à formalização matemática. Ressalte-se que a interação simultânea entre os processos mentais contribui para a obtenção de um PMA (Dreyfus, 1991). Dessa forma, pode-se afirmar que o aluno está em processo de avanço do pensamento matemático ao apresentar, de forma simultânea, a interação dos processos mencionados.

A formalização matemática foi predominante no protocolo 1 para a resolução da questão proposta. Este percurso, quando comparado aos protocolos 2 e 3 apresentados

Tangram
Revista de Educação Matemática
Universidade Federal da Grande Dourados

a seguir, evidencia que o desenvolvimento do pensamento matemático não é único e revela um procedimento orientado exclusivamente pelo aspecto algébrico. Portanto, a compreensão do estudante A acerca do conceito de Limite de uma função não abarca nenhuma visualização geométrica ou gráfica, diferentemente do que foi observado nos demais participantes.

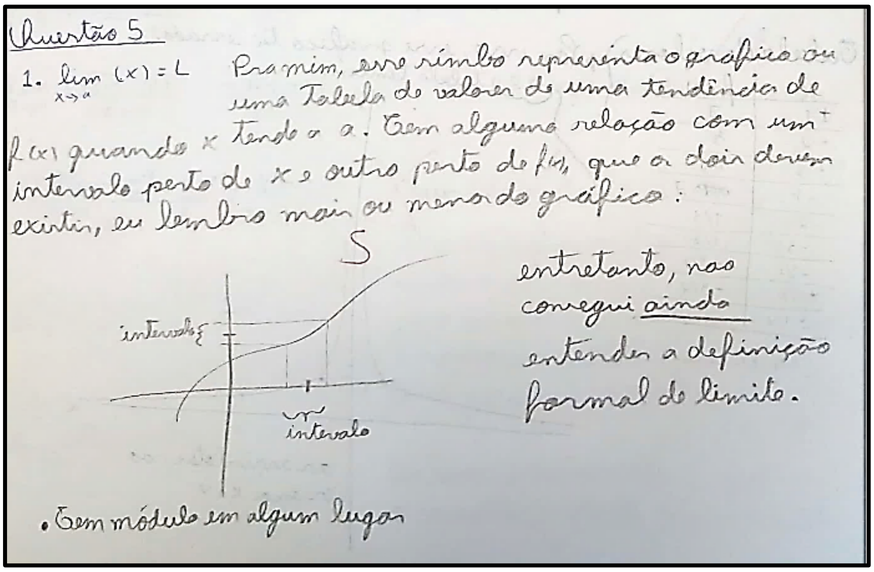


Figura 3. Protocolo 2 - Estudante B.

Fonte: Dados da pesquisa.

O estudante B (EB) apresenta uma solução que tende para o aspecto intuitivo do conceito. Ele expõe, em suas próprias palavras, o entendimento que possui acerca do tema, mesmo não utilizando terminologia matemática apropriada. No desenvolvimento de sua resposta, demonstra compreender o assunto, mas evidencia dificuldades quanto à formalização, visto que não realiza tal processo em suas ideias concomitantemente à representação gráfica em esboço.

A representação gráfica revela-se uma ferramenta relevante no estudo das funções (Andrade & Saraiva, 2012; Santos, 2023). Nos cursos de CDI, é comum que a abordagem inicial do conceito intuitivo seja feita por meio de representações gráficas, as quais auxiliam na compreensão. Assim como apresentado por Santos et al. (2018), o ato de esboçar gráficos mobiliza, de forma simultânea, uma diversidade de processos mentais, tais como, analisar, verificar, reconhecer, manipular, traduzir, visualizar, generalizar, sintetizar, abstrair e formalizar. Tal fato pode indicar o desenvolvimento da compreensão do aprendiz acerca do conceito, especialmente em comparação àqueles que apresentam dificuldades na realização dessas tarefas.

O obstáculo relacionado à formalização matemática pode decorrer de um déficit de aprendizagem resultante da própria trajetória do estudante com a matemática. O respondente deixou em branco o segundo item, no qual deveria utilizar a ideia previamente expressa. **Transpor informações** configura-se como uma ação essencial, pois a resposta do item 5.1 deveria ser empregada no item 5.2, o que EB não conseguiu realizar. Esse aspecto também evidencia a dificuldade do estudante em **formular casos particulares** a partir de sua compreensão conceitual. Aprofundar o entendimento de noções abstratas exige, dentre outros fatores, a capacidade de reconhecê-las e articulá-las em situações mais simples e concretas.

Assim como o estudante A, EB demonstra em sua resposta a ação de **classificar**, identificando o símbolo e enunciando o significado de Limite de uma função. Ao utilizar uma abordagem gráfica, mobiliza as AM **graficar** e **visualizar**, as quais se relacionam ao conceito de Visualização Matemática. No entanto, tal operação ocorre de forma limitada, visto que o estudante transita superficialmente por cada um desses processos, não conseguindo, ainda que informalmente, concluir sua ideia de forma clara e completa.

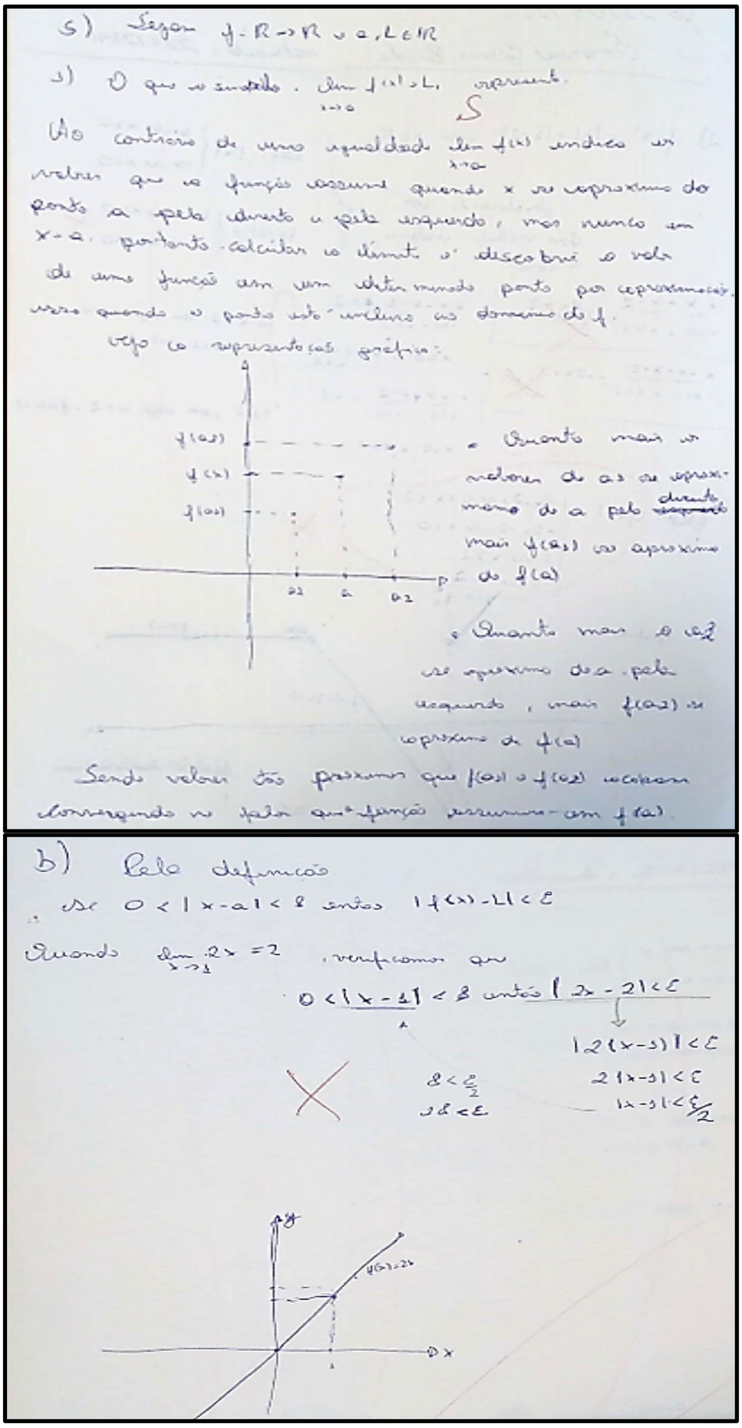
EB também estabelece **conexões com experiências anteriores**, pois apresenta suas ideias de modo a remeter ao entendimento subjetivo do conceito quando este lhe foi apresentado, e, de forma textual, recupera um conhecimento já adquirido, mas não consegue demonstrar pleno domínio no momento da avaliação. As frases “eu lembro mais ou menos do gráfico”, “entretanto, não consegui entender ainda a definição formal de limite” e “tem módulo em algum lugar” indicam a necessidade de avançar em relação às ações mentais: **conectar experiências anteriores, interpretar, representar e argumentar de forma textual, sem recorrer à formalização ou à linguagem matemática**.

A partir da análise do protocolo 2, percebe-se que EB está muito próximo de compreender o conceito de Limite de uma função e caminha para o avanço de seu pensamento matemático, pois mobiliza algumas ações mentais de modo coerente.

Tangram, Revista de Educação Matemática, Dourados - MS, V.09, e026005. Universidade Federal da Grande Dourados, e-ISSN: 2595-0967

Tangram
Revista de Educação Matemática
Universidade Federal da Grande Dourados

Contudo, necessita superar o obstáculo da linguagem matemática formal para que possa interagir com outros e, consequentemente, ampliar as possibilidades de aumentar seu repertório de AM.



5) Seja $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ e $a, L \in \mathbb{R}$

1) O que o símbolo $\lim_{x \to a} f(x) = L$, representa.

Ao contrário de uma igualdade $\lim_{x \to a} f(x)$ indica um valor que a função assume quando x se aproxima do ponto a pela direita e pela esquerda, mas nunca em $x = a$. portanto calcular o limite é descobrir o valor de uma função em um determinado ponto por aproximação, mesmo quando o ponto está incluso no domínio de f.

Veja a representação gráfica:

• Quanto mais os valores de a_2 se aproximam de a pela direita mais $f(a_2)$ se aproxima de $f(a)$

• Quanto mais o a_1 se aproxima de a pela esquerda, mais $f(a_1)$ se aproxima de $f(a)$

Sendo valores tão próximos que $f(a_1)$ e $f(a_2)$ acabam convergindo no valor que a função assume em $f(a)$.

b) Pela definição

se $0 < |x-a| < \delta$ então $|f(x)-L| < \varepsilon$

Quando $\lim_{x \to 1} 2x = 2$, verificamos que

$0 < |x-1| < \delta$ então $|2x-2| < \varepsilon$

$|2(x-1)| < \varepsilon$

$2|x-1| < \varepsilon$

$|x-1| < \frac{\varepsilon}{2}$

$\delta < \frac{\varepsilon}{2}$

$2\delta < \varepsilon$

Figura 5. Protocolo 3 – Item 2 – Estudante C

Fonte: Dados da pesquisa.

O estudante C (EC) também adota uma abordagem intuitiva em sua resposta, mas utiliza recursos gráficos para desenvolver seu raciocínio e destacar a questão da vizinhança e do módulo. No item 5.2, entretanto, não consegue utilizar suas ideias para justificar que $\lim_{x \to 1} 2x = 2$, pois tenta seguir o caminho formal do conceito. Contudo, ele não consegue estabelecer a conexão entre a justificativa por épsilon e delta e a explicação gráfica previamente apresentada. Considera-se que o estudante mobilizou as seguintes ações mentais matemáticas: **argumentar de forma textual, classificar, conectar experiências anteriores, interpretar, algebrizar, formalizar, fazer cálculos com números reais, representar, usar linguagem matemática adequada, graficar e visualizar**. Apesar desse amplo conjunto de ações, o estudante não demonstra a interação simultânea entre todas elas.

Ao analisar o protocolo 3, observa-se o emprego de diversas AM, o que indica um progresso em seu pensamento matemático, embora ainda enfrente obstáculos para estabelecer a relação entre seu conhecimento intuitivo de Limite de uma função e a formalização adquirida por meio do livro ou do professor. Ressalta-se, adicionalmente, que mobilizar um maior número de ações mentais não implica que o estudante C possua uma compreensão mais avançada em comparação aos demais. Pelo contrário, evidencia a necessidade de aprimorar sua compreensão matemática em diversos contextos.

Em comum, os três estudantes parecem ter manifestado as ações mentais**classificar, conectar experiências anteriores, interpretar, representar, argumentar de forma textual e visualizar.** Além disso, tanto EB quanto EC apresentam **visualizar** e **graficar** como as principais ações mentais mobilizadas em suas respostas, o que se deve ao fato de estas estarem fundamentadas na representação gráfica de Limite de uma função.

A imagem abaixo ilustra os processos mentais de cada protocolo (Figura 5). Cabe ressaltar que cada respondente possui sua própria construção mental, sendo, portanto, inviável comparar em um mesmo nível cada ação mental, como, por exemplo, a ação mental **interpretar**, que pode se manifestar em diferentes níveis nas respostas.

Ações mentais	**EA**	**EB**	**EC**
Classificar	x	x	x
Conectar experiências anteriores (*met-before*)	x	x	x

Tangram, Revista de Educação Matemática, Dourados - MS, V.09, e026005. Universidade Federal da Grande Dourados, e-ISSN: 2595-0967

Tangram
Revista de Educação Matemática

Universidade Federal da Grande Dourados

Ações mentais	EA	EB	EC
Interpretar	x	x	x
Representar	x	x	x
Argumentar de forma textual	x	x	x
Visualizar	x	x	x
Algebrizar	x		x
Fazer cálculos com números reais	x		x
Formalizar	x		x
Usar a linguagem matemática adequada	x		x
“Graficar”		x	x

Figura 5. Ações mentais mobilizadas EA, EB, EC

Fonte: Elaboração própria.

Esses estudantes encontram-se em processo de desenvolvimento de seu pensamento matemático, mas alguns apresentam obstáculos mais significativos a serem superados ou aprimorados em suas AM e habilidades de argumentação matemática. Para a compreensão de um conceito, é fundamental que este seja abordado sob diferentes perspectivas e ângulos. Sempre que possível, é recomendável apresentá-lo por meio de múltiplos recursos, como formalização matemática, representações geométricas, exemplos teóricos e práticos, situações-problema, entre outros. No entanto, não basta apenas abordar os conceitos de distintas maneiras; torna-se imprescindível orientar os estudantes para que transitem entre essas diferentes abordagens.

De modo geral, não se ensina ao estudante o desenvolvimento consciente do pensamento matemático, mas, sim, a aplicação de fórmulas, métodos ou mecanismos de solução para situações-problema diversas. Embora o estudo do Limite de uma função seja considerado de aprendizagem complexa, abordagens com diferentes representações podem potencializar a compreensão desse conceito. Por exemplo, ao analisar como esse conteúdo é apresentado em três livros didáticos de CDI, Santos (2023) aponta a predominância de registros algébricos, seguidos pela linguagem natural, à medida que gráficos ocupam posição acessória e registros numéricos apresentam participação mínima na exposição dos conceitos.

Considerações Finais

Por meio deste estudo, foi possível identificar determinadas AM que constituem o PM dos participantes, o que pode auxiliar acadêmicos e docentes na identificação dos aspectos que demandam maior estímulo. No contexto da análise do Limite de uma função, observam-se aspectos relevantes relacionados à formalização matemática e à visualização gráfica do conceito, ambos devendo ser abordados de maneira integrada, proporcionando um estímulo harmônico entre eles.

Em comum, nas três resoluções, foram identificadas as AM: **classificar, conectar experiências anteriores, interpretar, representar, argumentar de forma textual e visualizar**. Nas resoluções que se apoiaram em um caminho formal, foram observadas: **algebrizar, fazer cálculos com números reais, formalizar e usar a linguagem matemática adequada**. Naquelas que usaram recursos visuais, percebeu-se: **argumentar de forma textual, graficar e visualizar**.

O propósito da Tabela 1 é ampliar as áreas cerebrais ativadas e intensificar esse estímulo. É evidente que diversas e variadas áreas cerebrais são ativadas durante o estudo da matemática (Alvarenga, 2023). Nesse sentido, o modelo teórico possibilita estimular, de forma indireta, múltiplas áreas de ativação cerebral e, de maneira direta, as ações mentais matemáticas, com a perspectiva de promover avanços na compreensão matemática.

Cada análise de questão revela novas interpretações para as ações mentais matemáticas, promovendo aprofundamento e sugerindo diferentes abordagens para investigar e desenvolver o pensamento matemático. Com base nessas discussões, o ensino de CDI pode incorporar propostas, como a apresentação do Modelo Teórico de Ações Mentais Matemáticas aos estudantes, incentivando-os a mobilizar intencionalmente suas AM para ativar distintas áreas cerebrais. Ademais, é possível incentivá-los a identificar quais AM utilizam ao resolver situações-problema, sejam elas simples ou complexas, bem como explorar diferentes estratégias de interpretação para um mesmo enunciado.

REFERÊNCIAS

Alvarenga, K. B. (2021). Maneiras de Avançar o Pensamento Matemático na Educação Básica com respaldo das Neurociências. In E. C. de Faria, M. A. Gonçalves Júnior, & M. G. Moraes (Orgs.), *A educação matemática na escola: pesquisas e práticas goianas* (pp. 44–57). Cegraf UFG. Recuperado em 20 de agosto de 2025, de https://publica.ciar.ufg.br/ebooks/ebook_a_educacao_matematica_na_escola/05.html

Alvarenga, K. B. (2023). Avançando o Pensamento Matemático com base nos resultados das Neurociências Cognitivas. In P. Scott, Y. Morales, & A. Ruíz (Orgs.), *Investigación: 10. Educación Matemática en las Américas 2023* (pp. 55-61). Recuperado em 20 de agosto de 2025, de https://ciaem-iacme.org/wp-content/uploads/2023/12/2023-Volumen10-Tema-9.pdf

Alvarenga, K. B., & Domingos, A. (2020). *Ressignificação do Pensamento Matemático avançado* [Relatório de pós-doutorado não publicado]. Universidade Nova de Lisboa, Portugal.

Alvarenga, K. B., & Domingos, A. (2021). Conexões entre neuroeducação e formação de professores. *Revista Internacional de Formação de Professores, 6*, 1-24. Recuperado em 20 de agosto de 2025, de https://periodicoscientificos.itp.ifsp.edu.br/index.php/rifp/article/view/554/

Alvarenga, K. B., & Ferreira, C. (2017). Pensamento Matemático Elementar versus Pensamento Matemático Avançado: uma análise de esboços gráficos de Funções em Cálculo Diferencial e Integral. In *Livro de Atas do VIII Congresso Iberoamericano de Educação Matemática* (pp. 575-583), Madrid, Espanha.

Recuperado em 20 de agosto de 2025, de https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/204801

Alvarenga, K. B., Rocha, C. N., Carvalho, P. P. T., Soares, M. J. R., & Lima, J. A. (2022). Investigação acerca das possíveis ações mentais desenvolvidas por estudantes do 1º ano do ensino médio no retorno às aulas presenciais. *Amazônia: Revista de Educação em Ciências e Matemáticas, 18*, 176-187. http://dx.doi.org/10.18542/amazrecm.v18i41.13501

Andrade, J. M., & Saraiva, M. J. (2012). Múltiplas representações: um contributo para a aprendizagem do conceito de função. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 15*(2), 137-169. Recuperado em 20 de agosto de 2025, de https://www.scielo.org.mx/pdf/relime/v15n2/v15n2a2.pdf

Barbosa, M. A. (2004). *O insucesso no ensino e aprendizagem na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral* [Dissertação de Mestrado, Pontifícia Universidade Católica do Paraná].

Burón, J. (1996). *Enseñar a aprender: Introducción a la metacognición*. Ediciones Mensajero.

Costa, C. (2002). Processos mentais associados ao pensamento matemático avançado: Visualização. In J. P. Ponte, C. Costa, A. I. Rosendo, E. Maia, N. Figueiredo, & A. F. Dionísio (Orgs.), *Atividades de investigação na aprendizagem da matemática e na formação de professores* (pp. 257-273). Secção de Educação e Matemática da Sociedade Portuguesa de Ciências de Educação.

Diniz, J. F. (2018). Metodologias Ativas no Ensino Superior: a articulação da resolução de situações problema com o ensino por meio de projetos em prática. *Revista Ensaios Pioneiros, 2*(1), 32-46. https://doi.org/10.24933/rep.v2i1.145

Dörr, R. C. (2017). *Análise de Aprendizagem em Cálculo Diferencial e Integral: um estudo de caso de desenvolvimento de conceitos e procedimentos algébricos em universidade pública brasileira* [Tese de Doutorado, Universidade de Brasília]. Recuperado em 20 de agosto de 2025, de http://repositorio.unb.br/handle/10482/25283

Dreyfus, T. (1991). Advanced Mathematical Thinking Processes. In D. Tall (Ed.), *Advanced Mathematical Thinking* (pp. 25-41). Kluwer Academic Publishers.

Dubinsky, Ed., & McDonald, M. A. (2001). APOS: a constructivist theory of learning in undergraduate mathematics education research. In D. Holton (Ed.), *The teaching and learning of mathematics at university level: an ICMI study* (pp. 275-282). Kluwer Academic Publishers.

Harel, G., & Sowder, L. (2005). Advanced Mathematical-Thinking at Any Age: its nature and its development. *Mathematical Thinking and Learning*, *7*(1), 27-50. https://doi.org/10.1207/s15327833mtl0701_3

Lima, F. J., & Oliveira, J. P. (2023). Desafios para a permanência no ensino superior: o caso de alunos ingressantes em um curso de licenciatura em matemática. *Revista Internacional de Educação Superior, 10,* e024039. 10.20396/riesup.v10i00.8667417

Lopes, A. P. C., & Reis, F. S. (2019). Vamos viajar? – uma abordagem da Aprendizagem baseada em Problemas no Cálculo Diferencial e Integral com alunos de Engenharia. *Revista de Educação Matemática, 16* (23), 449-469. https://doi.org/10.25090/remat25269062v16n232019p449a469

Lucena, A. M. (2013). *A metacognição no livro didático de matemática: um olhar sobre os números racionais* [Dissertação de Mestrado, Universidade Federal Rural de

Pernambuco]. Recuperado em 20 de agosto de 2025, de http://www.tede2.ufrpe.br:8080/tede/bitstream/tede2/5414/2/Alexandre%20Marcelino%20de%20Lucena.pdf

Lucini, F. A, Ferrano, G. D., Sigman, M., & Makse, H. A. (2019). How the Brain Transitions from Conscious to Subliminal Perception. *Neuroscience, 441,* 280-290. https://doi.org/10.1016/j.neuroscience.2019.03.047

Masola, W. J., & Allevato, N. S. G. (2016). Dificuldades de aprendizagem matemática de alunos ingressantes na educação superior. *Revista Brasileira de Ensino Superior, 2*(1), 64-74. https://doi.org/10.18256/2447-3944/rebes.v2n1p64-74

Nasser, L., Sousa, G. A., & Torraca, M. (2022). Transição do Ensino Médio para o Superior: Implicações das pesquisas desenvolvidas por um grupo colaborativo. *Boletim GEPEM, 78*, 83-101. http://dx.doi.org/10.4322/gepem.2022.012

Oliveira, M. C. A., & Raad, M. R. (2012). A existência de uma cultura escolar de reprovação no ensino de Cálculo. *Boletim Gepem, 61*, 125-137. https://doi.org/10.69906/GEPEM.2176-2988.2012.260

Olgin, C. A., Groenwald, C. L. O., & Palanch, W.B. L. (2022). Currículo, Educação Matemática e Políticas Públicas: desafios da atualidade. *International Journal for Research in Mathematics Education, 12*(1), 1-8. https://doi.org/10.37001/ripem.v12i1.2982

Peixoto, E. G., & Alvarenga, K. B. (2024). Ações mentais matemáticas identificadas em resoluções de avaliações de Cálculo Diferencial e Integral. *Anais do Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática*. Recuperado em 20 de agosto de 2025, de https://www.sbembrasil.org.br/eventos/index.php/sipem/article/view/187

Rafael, R. C. (2017). *Cálculo Diferencial e Integral: um estudo sobre as estratégias de redução do percentual de não aprovação* [Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Juiz de Fora]. Recuperado em 20 de agosto de 2025, de https://repositorio.ufjf.br/jspui/handle/ufjf/5519.

Rasmussen, C., Marrongelle, K., & Borba, M. (2014). Research on calculus: what do we know and where do we need to go? *ZDM Mathematics Education, 46*, 507-515. https://doi.org/10.1007/s11858-014-0615-x

Rosa, C. M., Alvarenga, K. B., & Santos, F. F. T. (2019). Desempenho acadêmico em cálculo diferencial e integral: um estudo de caso. *Revista Internacional de Educação Superior, 5*, e019023. https://doi.org/10.20396/riesup.v5i0.8653091

Santos, L. G. (2023). *Um estudo sobre a abordagem de limite de funções em livros de Cálculo Diferencial e Integral* [Tese de Doutorado, Universidade Federal de Goiás]. Recuperado em 20 de agosto de 2025, de http://repositorio.bc.ufg.br/tede/handle/tede/13154

Santos, M. A. S., Alvarenga, K. B., & Silva, G. R. (2018). Pensamento Matemático: gráficos de funções polinomiais e áreas no ensino superior. *Anais do Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática* [CD-ROM].

Santos, M. B. S., & Almouloud, S. A. (2019). O estudo do Limite de uma função: o que disseram os alunos?. *Linhas Críticas, 25*, e21852. https://doi.org/10.26512/lc.v25.2019.21852

Santos, R. A., Maduro, V. P. S., Santos, V. S., & Soares, G. S. (2020). Contextualizando o Cálculo Diferencial e Integral: uma experiência ancorada na modelagem matemática. In A. C. Oliveira (Ed.), *Investigação, contrução e difusão do conhecimento em matemática* (pp. 81-104). Atena Editora.

Savioli, A. M. P. D., & Lima, G. L. (2022). Educação Matemática no Ensino Superior: perspectivas e desafios sob a ótica do GT04 da SBEM. *Revista brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia, Edição Especial,* 1-4. Recuperado em 20 de agosto de 2025, de https://periodicos.utfpr.edu.br/rbect/article/view/16218

Soares, G. O. (2017). Definição do conceito de limite apresentada por quatro estudantes de um curso de licenciatura em Matemática: uma análise a partir dos Três Mundos da Matemática*. Anais do Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática*. Recuperado em 10 de junho de 2025, de https://wp.ufpel.edu.br/xxiebrapem/files/2018/10/gd4_gabriel_soares.pdf

Souza, D. V. (2019). O uso de problemas matemáticos no Ensino Superior sob o viés da aprendizagem baseada em problemas. *Revista de Educação Matemática, 16*(22), 270-283. Recuperado em 20 de agosto de 2025, de https://www.revistasbemsp.com.br/index.php/REMat-SP/article/view/222

Tall, D. (1991). *Advanced mathematical thinking.* Kluwer Academic Publishers.

Tall, D. (1995). Cognitive growth in elementary and advanced mathematical thinking. In D. Carraher, & L. Miera (Eds.), *Proceedings of XIX International Conference for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 161-175). Recuperado em 10 de junho de 2025, de https://digilander.libero.it/leo723/materiali/algebra/dot1995b-pme-plenary.pdf

Teixeira, C. B., Oliveira, G. S., & Santos, A. O. (2022). Reflexões sobre metacognição e estratégias metacognitivas no ensino de matemática: algumas indicações sobre suas possibilidades para a aprendizagem. *Revista Augustus, 30*(57), 105-121. https://doi.org/10.15202/19811896.2022v30n57p105

Tangram
Revista de Educação Matemática

Universidade Federal da Grande Dourados