Tangram
Revista de Educação Matemática

DOI: 10.30612/tangram.v9i1.19783

Volume e Capacidade na formação continuada de professoras

Volume and Capacity in Continuing Teacher Education

Volumen y Capacidad en la formación continua de profesoras

Isabel Sampaio Balduino Santana
Programa de Pós-Graduação em Educação (PPGED)/
Universidade Federal de Uberlândia (UFU)
Uberlândia, Minas Gerais, Brasil
E-mail: isabelsbs08@gmail.com
Orcid: https://orcid.org/0000-0002-6567-7384

Tamiris Teixeira de Carvalho
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática (PPGECM)/
Universidade Federal de Uberlândia (UFU)
Uberlândia, Minas Gerais, Brasil
E-mail: tamiris.carvalho@ufu.br
Orcid: https://orcid.org/0009-0006-5761-6991

Fabiana Fiorezi de Marco
Instituto de Matemática e Estatística (IME)/
Universidade Federal de Uberlândia (UFU)
Uberlândia, Minas Gerais, Brasil
E-mail:ffmarco@gmail.com
Orcid: https://orcid.org/0000-0002-7126-5626

Tangram
Revista de Educação Matemática
Universidade Federal da Grande Dourados

Resumo: Este artigo, recorte de uma pesquisa de doutorado em andamento, tem como proposta abordar conceitos de volume e capacidade na formação continuada de professores que ensinam matemática na Infância. A escolha por desenvolver um projeto de formação continuada voltado para professores que ensinam matemática na Educação Infantil e Anos Iniciais se deve ao fato de ser nessa etapa escolar que, geralmente, os indivíduos têm o primeiro contato formal com a disciplina, seus conceitos e conteúdos. O critério pelos conceitos de volume e capacidade adveio da manifestação de dúvidas e dificuldades de compreensão pelas professoras participantes em um encontro formativo. Abordar os conceitos de volume e capacidade na formação continuada de professores da infância por meio de uma situação desencadeadora de aprendizagem é o objetivo principal deste texto. As reações iniciais das professoras foram enriquecedoras para o desenvolvimento da prática, pois se sentiram motivadas e engajadas em ajudar o personagem da situação. Com as reações das professoras, demonstrações de engajamento com o que lhes foi proposto, a consciência da necessidade pela busca do conhecimento de conceitos matemáticos, foi possível notar que elas vivenciaram um momento de atividade de formação durante a oficina. Como formadoras, o momento também nos colocou em atividade, pois percebemos a necessidade de aprimorar nossos conhecimentos acerca da temática para o desenvolvimento de projetos futuros.

Palavras-chave: Anos Iniciais. Educação Matemática. Grandezas e Medidas.

Abstract: This article, an excerpt from ongoing doctoral research, aims to address concepts of volume and capacity in the continuing education of teachers who teach mathematics in early childhood. The choice to develop a continuing education project aimed at teachers who teach mathematics in early childhood and the early years of elementary school stems from the fact that it is at this stage of schooling that individuals generally have their first formal contact with the discipline, its concepts, and content. The selection of volume and capacity concepts arose from the expression of doubts and difficulties in understanding by the participating teachers in a formative meeting. Addressing the concepts of volume and capacity in the continuing education of early childhood teachers through a learning-triggering situation is the main objective of this text. The initial reactions of the teachers were enriching for the development of the practice, as they felt motivated and engaged in helping the character in the situation. With the teachers' reactions, demonstrations of engagement with what was proposed to them, and awareness of the need to seek knowledge of mathematical concepts, it was possible to notice that they experienced a moment of formative activity during the workshop. As trainers, the moment also put us into activity, as we realized the need to improve our knowledge about the theme for the development of future projects.

Keywords: Early Years. Mathematical Education. Quantities and Measurements.

Tangram
Revista de Educação Matemática
Universidade Federal da Grande Dourados

Resumen: Este artículo, recorte de una investigación de doctorado en curso, tiene como propuesta abordar los conceptos de volumen y capacidad en la formación continua de profesores que enseñan matemáticas en la Infancia. La elección de desarrollar un proyecto de formación continua dirigido a profesores que enseñan matemáticas en la Educación Infantil y Años Iniciales se debe al hecho de que es en esta etapa escolar donde generalmente los individuos tienen el primer contacto formal con la disciplina, sus conceptos y contenidos. El criterio por los conceptos de volumen y capacidad surgió de la manifestación de dudas y dificultades de comprensión por las profesoras participantes en un encuentro formativo. Abordar los conceptos de volumen y capacidad en la formación continua de profesores de la infancia a través de una situación desencadenante de aprendizaje es el objetivo principal de este texto. Las reacciones iniciales de las profesoras fueron enriquecedoras para el desarrollo de la práctica, pues se sintieron motivadas y comprometidas en ayudar al personaje de la situación. Con las reacciones de las profesoras, demostraciones de compromiso con lo que se les propuso, la conciencia de la necesidad de la búsqueda del conocimiento de conceptos matemáticos, fue posible notar que ellas vivenciaron un momento de actividad de formación durante el taller. Como formadoras, el momento también nos puso en actividad, pues percibimos la necesidad de perfeccionar nuestros conocimientos acerca de la temática para el desarrollo de proyectos futuros.

Palabras clave: Primeros años. Educación Matemática. Tallas y medidas.

Recebido em 19/07/2025
Aceito em 13/11/2025

Tangram, Revista de Educação Matemática, Dourados - MS, V.09, e026009. Universidade Federal da Grande Dourados, e-ISSN: 2595-0967

CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Este artigo, um recorte de uma pesquisa de doutorado em andamento, tem como objetivo abordar os conceitos de volume e capacidade na formação continuada de professores que ensinam matemática na Infância. Consideramos como infância a Educação Infantil e anos Iniciais do Ensino Fundamental, e por formação continuada "um processo que ocorre na continuidade da formação inicial e que visa a transformação da realidade escolar por meio da articulação entre teoria e prática docente" (Moretti, 2007, p. 24).

Tal formação possibilita que os professores, além de refletirem sobre sua prática, compartilhem suas experiências e anseios, aprimorem seus conhecimentos e aprendam novos.

> Esta preocupação decorre do entendimento sobre a importância de propiciar, em espaços de formação de professores, não só oportunidades para que eles adquiram o domínio de técnicas e metodologias relativas ao ensino da matemática. É preciso também que os professores encontrem situações nas quais possam significar conhecimentos matemáticos, refletir teórico metodologicamente sobre o modo como organizam suas atividades com a e na sala de aula compartilhando conhecimentos com seus pares. (Marco & Moura, 2016, p. 20)

Desse modo, ressaltamos a necessidade de investimentos em projetos de formação continuada e da parceria entre a Universidade e Escolas de Educação Básica para que esses espaços sejam possíveis.

A escolha por desenvolver um projeto de formação continuada voltado para professores que ensinam matemática na Educação Infantil e Anos Iniciais se deve ao fato de ser nessa etapa escolar que geralmente os indivíduos têm o primeiro contato formal com a disciplina, seus conceitos e conteúdos. Conceitos esses que são fundamentais para o desenvolvimento do pensamento matemático, do raciocínio lógico, da criticidade, da compreensão de mundo das crianças. No entanto, a criança

Tangram, Revista de Educação Matemática, Dourados - MS, V.09, e026009. Universidade Federal da Grande Dourados, e-ISSN: 2595-0967

não começa a aprender apenas quando ingressa na escola, e, por conseguinte, os conhecimentos espontâneos devem ser levados em consideração (Arrais et al., 2023).

Concordamos com Silva e Oliveira (2014, p. 71) ao apontarem que a "formação continuada é urgente e necessária não meramente para desenvolver artefatos técnicos, mas, principalmente como espaço para o diálogo, reflexão e troca de experiências".

Diante da relevância de propor momentos de formação continuada, desenvolvemos, como proposta de pesquisa, um projeto de extensão composto por momentos de formação com professores da Educação Infantil e Anos Iniciais[1], com o intuito de possibilitar reflexões sobre as práticas pedagógicas por meio de um processo de produção coletiva de conhecimentos sobre a organização do ensino de Matemática nesta etapa escolar. O projeto durou 6 (seis) meses, com reuniões quinzenais na modalidade presencial.

A escolha pelos conceitos de volume e capacidade adveio da manifestação de dúvidas e dificuldades de compreensão pelas professoras participantes em um dos encontros formativos, anterior à oficina proposta.

A pesquisa está sendo desenvolvida com base nos pressupostos da Teoria Histórico-Cultural proposta por Vigotski (2007, 2009) e da Teoria da Atividade proposta por Leontiev (1983, 2012), concomitantemente com as ideias de Moura (1996) e Moura et al. (2016) sobre Atividade Orientadora de Ensino (AOE).

Ao longo do texto, apresentamos uma síntese da teoria que fundamenta nosso trabalho, além de discorrer sobre o movimento lógico-histórico relacionado a volume e capacidade, pois esses são os temas abordados na proposta que desenvolvemos. Por fim, fazemos uma análise do ocorrido na oficina proposta e dos resultados alcançados.

UM POUCO SOBRE A TEORIA QUE NOS EMBASA

[1] Como se trata de uma pesquisa que envolve seres humanos, o projeto foi aprovado pelo Comitê de Ética da Universidade Federal de Uberlândia, com o CAEE 77318123.5.0000.5152.

CC BY NC SA

Ao desenvolver uma pesquisa sobre formação de professores embasada na Teoria Histórico-Cultural (THC), reconhecemos que:

> A Teoria Histórico-Cultural tem se apresentado como amparo teórico-metodológico para a organização e efetivação de formação contínua, pois consideramos que os escritos de Vigotski (2009, 2010) favorecem o diálogo com professores e autoridades públicas sobre a essencialidade da organização intencional do ensino para as crianças desde os seus primeiros meses. (Chaves, 2020, p. 230)

Sobre o conceito de atividade proposto por Leontiev, as autoras Santos e Asbahr (2020) apontam que, embora Leontiev (1983) utilize o conceito de atividade por várias vezes e em diversos momentos, ele não apresenta um conceito estático, ou seja, o conceito se dinamiza e requalifica dialeticamente. Segundo Leontiev (1983), para que um indivíduo esteja em atividade é preciso uma necessidade, a qual gera um motivo e este gera um objetivo. Este último é o que colocará o indivíduo em atividade.

A Atividade Orientadora de Ensino (AOE), considerada como a unidade entre a atividade de ensino (do professor) e a atividade de aprendizagem (do aluno) (Moura, 1996), tem como características: a necessidade do trabalho coletivo; a intencionalidade pedagógica; a situação desencadeadora de aprendizagem (SDA) (Moraes, 2008). As situações desencadeadoras de aprendizagem têm como intuito elaborar situações que possibilitem aos sujeitos se apropriar de conceitos matemáticos elaborados historicamente pela humanidade, colocando-os em atividade de aprendizagem.

Desse modo, cabe ao professor organizar o ensino de modo que conhecimentos elaborados historicamente pela humanidade sejam apropriados pelos alunos. Vale destacar que, para que ocorra aprendizagem, é necessário que o estudante esteja em atividade (Rigon et al., 2016). Portanto, ao organizarem o ensino, é importante que os professores estejam atentos a ações que possibilitem aos alunos estarem em atividade de aprendizagem, despertando o interesse e a curiosidade, de modo a se sentirem envolvidos no processo de ensino-aprendizagem (Arrais et al., 2023).

A situação desencadeadora da aprendizagem visa colocar os alunos diante de problematizações semelhantes às vivenciadas pela humanidade para o

Tangram, Revista de Educação Matemática, Dourados - MS, V.09, e026009. Universidade Federal da Grande Dourados, e-ISSN: 2595-0967

desenvolvimento de um conceito matemático. Além disso, a solução e a síntese da situação-problema proposta devem ser elaboradas coletivamente.

Para a proposição das SDAs, Moura et al. (2016) sugerem alguns recursos como os jogos e as brincadeiras, situações emergentes do cotidiano e a história virtual do conceito. Os jogos e as brincadeiras podem ser criados pelo professor ou adaptados daqueles já conhecidos pelas crianças, desde que haja intencionalidade e coloquem as crianças em movimento para pensar e resolver uma situação-problema em que a matemática se faça presente.

As situações emergentes do cotidiano são aquelas questões ou observações apontadas pelas crianças que surgem no dia a dia escolar. Elas exigem que o professor esteja atento para que aproveite tais momentos para desenvolver uma situação desencadeadora de aprendizagem.

A história virtual do conceito é uma narrativa, um faz de conta ou uma história elaborada pelo professor, na qual a personagem principal precisa resolver uma situação que envolve conhecimentos matemáticos. Essa personagem convida os estudantes a ajudá-la a encontrar a solução. Geralmente, os alunos se envolvem e se sentem participantes do enredo.

Na organização das SDAs, é fundamental ter como referência o desenvolvimento histórico e lógico do conceito em foco, compreendido como produção humana (Souza et al., 2021). Desse modo, um elemento a se destacar na formação de professores que ensinam matemática na Educação Infantil e Anos Iniciais “é o conhecimento da história dos conceitos, pois essa história é a história do desenvolvimento dos problemas e das soluções criadas nas relações humanas” (Moura, 2012, p. 188). Trata-se da compreensão da necessidade que levou a humanidade a desenvolver tal conceito e como ele foi se constituindo no decorrer do tempo até chegar na forma que nos está posta atualmente, visto que os conhecimentos e conceitos não são estáticos.

Conforme aponta Libâneo (2004):

> O que se espera da aprendizagem dos alunos também deverá ser esperado de um programa de formação dos próprios professores. Tais mudanças correspondem à expectativa de Davydov de que a escola de hoje ensine aos

Tangram, Revista de Educação Matemática, Dourados - MS, V.09, e026009. Universidade Federal da Grande Dourados, e-ISSN: 2595-0967

> alunos a orientar-se independentemente na informação científica e em qualquer outra, ou seja, que os ensine a pensar. (p. 115)

Como mencionado anteriormente, é importante que o professor esteja atento "pela organização do ensino na perspectiva dialética da relação entre teoria e prática" (Munhoz & Moura, 2020, p. 360), com compreensão do(s) conceito(s) que vai ensinar. A partir de então, ele deve buscar estratégias metodológicas para trabalhar tais conceitos visando ao desenvolvimento do pensamento teórico e científico dos estudantes, de acordo com a realidade social e cultural que lhe está diante.

Entendemos que os momentos de formação continuada podem "criar condições ao professor para estar em atividade de ensino, tendo instrumentos didáticos para pensar, no coletivo, em práticas que permitam que seus alunos estejam em atividade de estudo" (Arrais et al., 2023, p. 394). Concordamos com os autores ao pontuarem que uma formação continuada deve ser pautada na coletividade, pois o coletivo, na perspectiva de Petrovski (1984), tem um grande potencial de contribuir com a formação docente.

> O coletivo, portanto, representa uma forma superior de grupo, em que seus membros participam de forma consciente, com motivos que se alinham com o significado do grupo, e sua participação assume um sentido pessoal. Na formação de professores, isso implica que suas ações conjuntas integram uma atividade formativa que contribui para a docência e desenvolvimento pessoal. (Binsfeld & Lopes, 2024, p. 5)

A presente pesquisa se desenvolveu com um grupo de professoras participantes de um projeto[2] formativo. Nesse projeto, os momentos de formação foram organizados de forma pautada na coletividade, a fim de que as ações desenvolvidas em conjunto integrassem uma atividade formativa. No momento da oficina "Conceitos de Volume e Capacidade a partir de uma História Virtual do Conceito", estabelecemos um diálogo de modo a envolver todas as participantes[3] e para que a solução para

[2] O nome específico do projeto foi ocultado para não ferir os princípios éticos da pesquisa e normas de publicação desta revista.

[3] Declaramos que as participantes do estudo autorizaram o uso de suas contribuições para fins de pesquisa conforme Termo de Consentimento Livre e Esclarecido assinado por todas.

CC BY NC SA

situação-problema apresentada fosse elaborada coletivamente, a partir das observações de todas.

Concomitante a esse momento, discutimos sobre o movimento lógico-histórico dos conceitos de volume e capacidade, já que “o problema, por sua vez, deve conter a gênese do conceito: explicitar as necessidades humanas que motivaram a sua criação, e como os homens mobilizaram-se para encontrar as soluções ou sínteses no movimento aqui já destacado, compreendido por lógico-histórico” (Moura et al., 2018, p. 13). A seguir, apresentamos o movimento lógico-histórico dos conceitos de volume e capacidade.

MOVIMENTO LÓGICO-HISTÓRICO DOS CONCEITOS DE VOLUME E CAPACIDADE

A respeito do movimento histórico, Magalhães (2014) afirma que o estudo do cálculo de volume teve origem quando o ser humano começou a transportar e armazenar, especialmente no campo da agricultura, onde era essencial para a preservação das colheitas. O autor aponta que noções de volume já apareceram em registros egípcios de cerca de 3.500 anos atrás. Moura et al. (2018) reforçam essa ideia, mostrando que textos babilônicos da mesma época também documentam essas noções. Isso demonstra que a necessidade desse conhecimento emergiu simultaneamente em várias regiões.

No que diz respeito ao movimento lógico, esse avanço científico já estava registrado nos papiros de Moscou e de Rhind, que continham cálculos de volume semelhantes aos que usamos atualmente. Além disso, os estudos de Moura et al. (2018) destacam um marco significativo para esse desenvolvimento, o livro *Os Elementos*, de Euclides, que aborda a relação entre o volume de um prisma e o de uma pirâmide, assim como a relação entre o volume de um cone e o de um cilindro. Entre os diversos Matemáticos que contribuíram para esse desenvolvimento, na pesquisa discorremos sobre Arquimedes (287 a.C. – 212 a.C.), Joannes Kepler (1571-1630) e Cavalieri (1598-1647).

Tangram, Revista de Educação Matemática, Dourados - MS, V.09, e026009. Universidade Federal da Grande Dourados, e-ISSN: 2595-0967

Sobre Arquimedes, seus estudos acerca do conceito de volume surgiram a partir de uma demanda do rei, que o designou para verificar se sua coroa era feita de ouro puro. Certa vez, durante um banho em uma banheira, o estudioso descobriu que, ao emergir na banheira, a quantidade de água que transbordava correspondia à sua própria massa e volume. Com essa observação, ele decidiu realizar um experimento semelhante com a coroa, submergindo-a em uma quantidade de água, além de usar um outro objeto de ouro puro que tivesse a mesma massa da coroa para também submergir na mesma quantidade de água. Ao notar que os dois objetos deslocavam volumes diferentes de água, Arquimedes chegou à conclusão de que a coroa não era feita de ouro puro. Esse experimento levou ao que conhecemos atualmente como "Princípio de Arquimedes" ou "Lei da Hidrostática", que estabelece que um corpo imerso em um fluido experimenta uma força de empuxo, direcionada para cima, que se opõe ao peso do objeto (Carvalho, 2024).

A demanda que levou Kepler a realizar sua pesquisa surgiu em um período em que o escambo era a principal forma de negociação, o que incluía a padronização de recipientes para facilitar as transações. Depois de se sentir enganado em uma negociação com um comerciante de vinho, ele começou a questionar o método utilizado para medir o volume e o preço dos barris. Essa insatisfação o motivou a iniciar estudos para determinar a forma ideal do barril, com o objetivo de maximizar seu volume. Após uma série de experimentos, Kepler concluiu que o volume do barril poderia ser estimado pela soma dos volumes de vários cilindros empilhados, sendo que quanto mais próximos desses cilindros estiverem sendo colocados, mais precisa seria a aproximação do formato e do volume do barril. Esse conceito é atualmente reconhecido como "métodos infinitesimais” (Carvalho, 2024).

A necessidade que impulsionou Cavalieri em suas pesquisas foi baseada na medição de volumes de sólidos de diferentes formas. Ele iniciou seus estudos com o propósito de descobrir métodos para calcular esses volumes. Após suas investigações, Cavalieri formulou o que hoje é conhecido como o "Princípio de Cavalieri", que é aplicado nos conceitos de área e volume. O princípio diz que

> Se os segmentos determinados pela intersecção de qualquer reta perpendicular a uma direção fixa com duas figuras planas tiverem sempre o mesmo

Tangram, Revista de Educação Matemática, Dourados - MS, V.09, e026009. Universidade Federal da Grande Dourados, e-ISSN: 2595-0967

> comprimento, então, as superfícies têm a mesma área. Se as áreas das secções por qualquer plano perpendicular a uma direção fixa de dois sólidos forem iguais, então, os sólidos têm volumes iguais. (Brolezzi & Druck, 2002, p. 49)

Esses são alguns dos diversos matemáticos que contribuíram para o desenvolvimento do conceito de volume e capacidade. Sobre esses conceitos, é interessante destacar que, apesar de estarem interligados, são termos que possuem significados diferentes. A capacidade "se refere ao que ele pode conter na forma sólida, líquida ou gasosa" (Moura et al., 2018, p. 139). Já o volume corresponde "à quantidade de espaço que determinado objeto ocupa em relação a outros objetos" (Moura et al., 2018, p. 139).

Assim, o movimento lógico-histórico busca entender o desenvolvimento das necessidades humanas ao longo da história. Ele se propõe a investigar como certas necessidades emergem em determinados contextos e como elas impulsionaram para o surgimento dos conceitos matemáticos. Além disso, busca acompanhar o desenvolvimento e o progresso desses conceitos ao longo do tempo. Carvalho (2024), a partir desses estudos, elaborou uma proposta que se alinha à necessidade humana no que diz respeito ao surgimento dos conceitos de volume e capacidade (no contexto histórico) e ao seu desenvolvimento científico (no contexto lógico).

A partir da demanda surgida no projeto formativo, por meio de uma curiosidade exposta pelas professoras participantes sobre os conceitos de volume e capacidade, desenvolvemos a proposta de Carvalho (2024), que se aproxima da ideia de História Virtual do Conceito, segundo os princípios da Atividade Orientadora de Ensino.

RESULTADOS E DISCUSSÕES

A proposta apresentou um problema desencadeador, desafiando as participantes a pensarem em soluções para ajudar a personagem. Segundo Moura et al. (2017), o problema desencadeador é

> Um problema que traga a essência da necessidade que levou a humanidade a criar o conceito a ser ensinado, o núcleo do conceito a ser apropriado. Esse problema deve contemplar a necessidade da humanidade que levou a sua construção, sendo que a solução conterá também a forma com que os homens foram se organizando para satisfazer essa necessidade. (p. 91)

Tangram, Revista de Educação Matemática, Dourados - MS, V.09, e026009. Universidade Federal da Grande Dourados, e-ISSN: 2595-0967

Desse modo, ao propor um problema real, a aprendizagem se tornou mais significativa para os envolvidos. Ao serem desafiadas a pensar em soluções para uma situação concreta, as participantes compreenderam melhor a origem e a aplicabilidade dos conceitos, conferindo mais sentido ao estudo e promovendo compartilhamento de ideias, reflexões e uma participação coletiva mais envolvente.

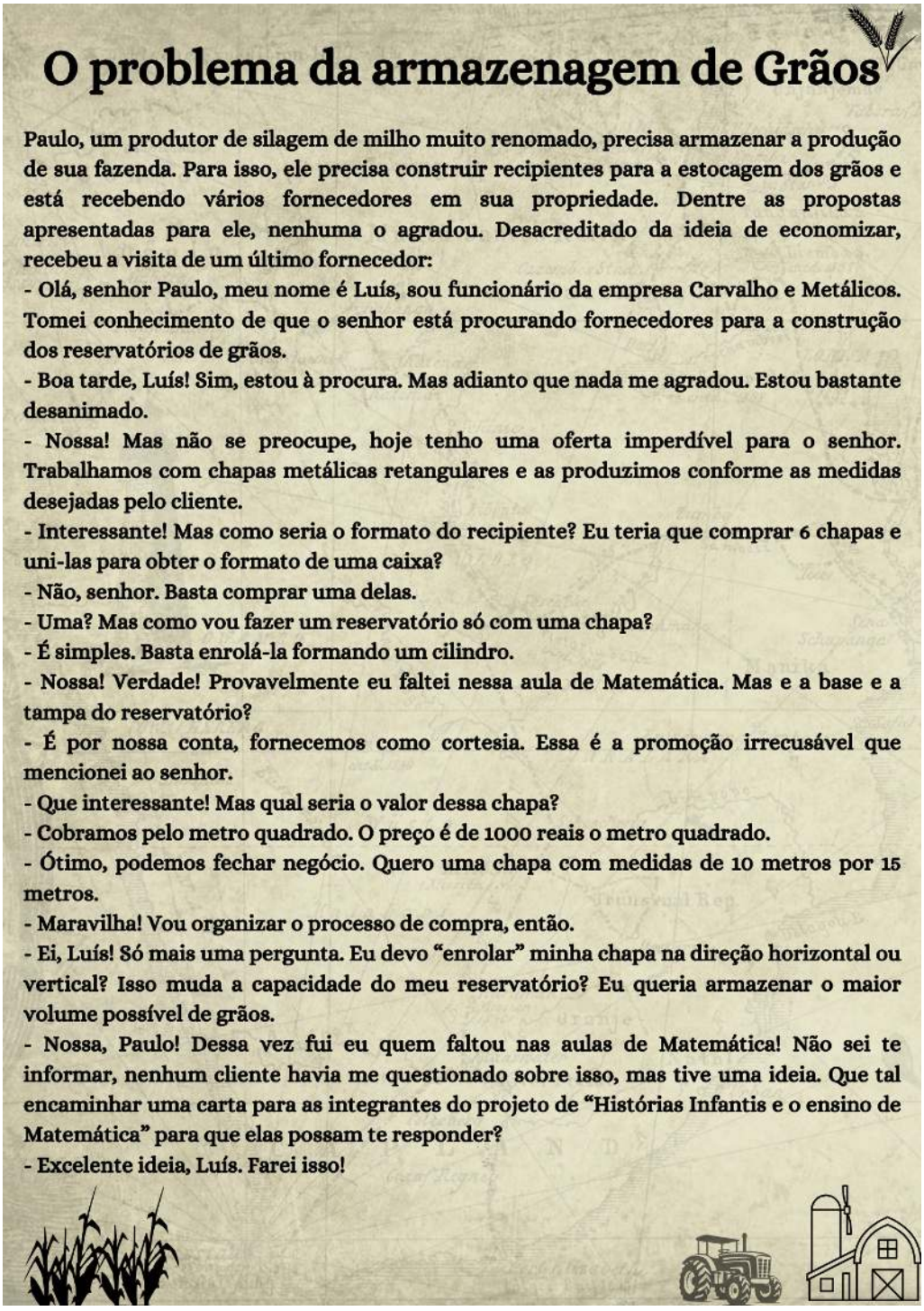
A trama ocorre em um cenário agrícola, onde um agricultor deseja otimizar o volume interno (capacidade) de seu reservatório de grãos. Esse contexto lembra a história do matemático Kepler, que buscou maximizar o volume de um barril. A situação reflete como uma necessidade prática pode levar à criação de um conceito matemático para resolver o problema.

O agricultor da história deseja construir um reservatório em formato cilíndrico usando uma chapa com medidas de 10 m x 15 m. Ele questiona se a capacidade se modifica conforme a direção (vertical ou horizontal) em que se enrola a chapa, uma vez que ele quer estocar a maior quantidade possível de grãos e não possui recursos suficientes para construir mais de um reservatório (Figura 1). Sem uma resposta concreta, ele envia cartas solicitando ajuda das participantes da pesquisa (Figura 2).

Tanto a história quanto a carta foram entregues em versão impressa às professoras. No encontro desse dia, estavam presentes seis professoras que formaram dois grupos com três integrantes em cada. Fizemos uma leitura coletiva da história e, em seguida, as deixamos refletirem e fazerem suposições sobre possíveis soluções para o problema.

Tangram, Revista de Educação Matemática, Dourados - MS, V.09, e026009. Universidade Federal da Grande Dourados, e-ISSN: 2595-0967

Tangram
Revista de Educação Matemática
Universidade Federal da Grande Dourados



O problema da armazenagem de Grãos

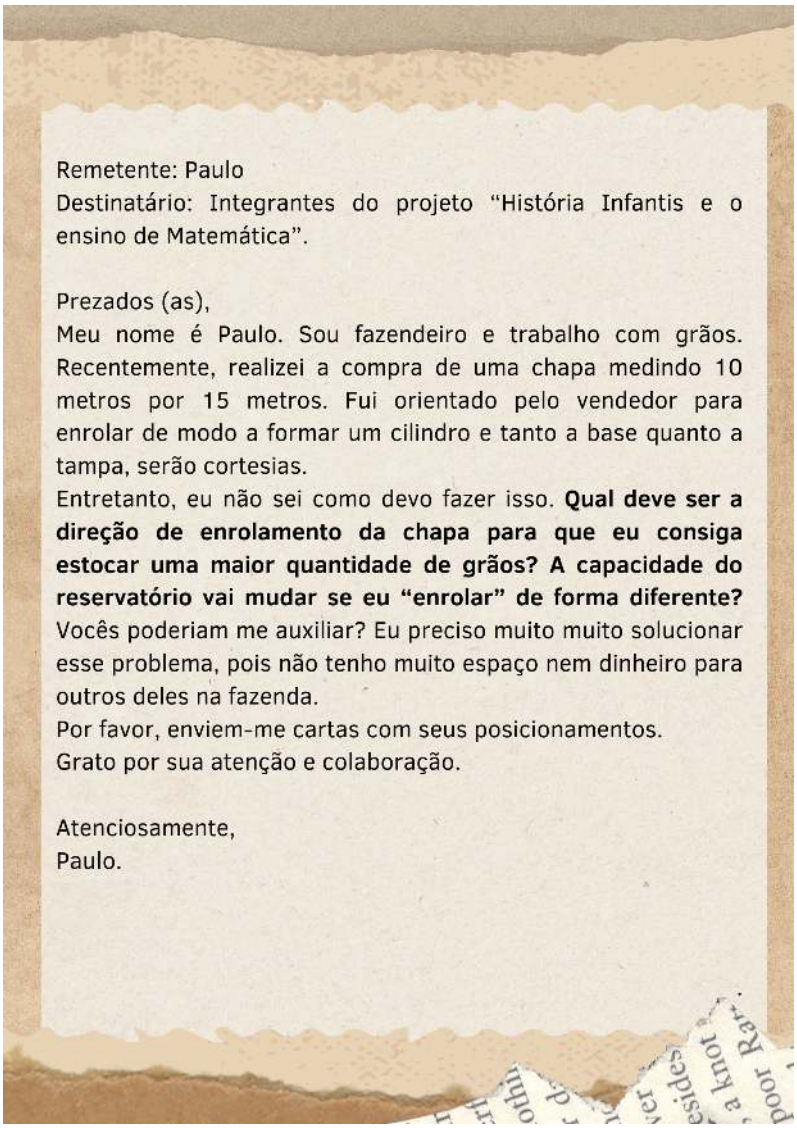
Paulo, um produtor de silagem de milho muito renomado, precisa armazenar a produção de sua fazenda. Para isso, ele precisa construir recipientes para a estocagem dos grãos e está recebendo vários fornecedores em sua propriedade. Dentre as propostas apresentadas para ele, nenhuma o agradou. Desacreditado da ideia de economizar, recebeu a visita de um último fornecedor:

- Olá, senhor Paulo, meu nome é Luís, sou funcionário da empresa Carvalho e Metálicos. Tomei conhecimento de que o senhor está procurando fornecedores para a construção dos reservatórios de grãos.
- Boa tarde, Luís! Sim, estou à procura. Mas adianto que nada me agradou. Estou bastante desanimado.
- Nossa! Mas não se preocupe, hoje tenho uma oferta imperdível para o senhor. Trabalhamos com chapas metálicas retangulares e as produzimos conforme as medidas desejadas pelo cliente.
- Interessante! Mas como seria o formato do recipiente? Eu teria que comprar 6 chapas e uni-las para obter o formato de uma caixa?
- Não, senhor. Basta comprar uma delas.
- Uma? Mas como vou fazer um reservatório só com uma chapa?
- É simples. Basta enrolá-la formando um cilindro.
- Nossa! Verdade! Provavelmente eu faltei nessa aula de Matemática. Mas e a base e a tampa do reservatório?
- É por nossa conta, fornecemos como cortesia. Essa é a promoção irrecusável que mencionei ao senhor.
- Que interessante! Mas qual seria o valor dessa chapa?
- Cobramos pelo metro quadrado. O preço é de 1000 reais o metro quadrado.
- Ótimo, podemos fechar negócio. Quero uma chapa com medidas de 10 metros por 15 metros.
- Maravilha! Vou organizar o processo de compra, então.
- Ei, Luís! Só mais uma pergunta. Eu devo "enrolar" minha chapa na direção horizontal ou vertical? Isso muda a capacidade do meu reservatório? Eu queria armazenar o maior volume possível de grãos.
- Nossa, Paulo! Dessa vez fui eu quem faltou nas aulas de Matemática! Não sei te informar, nenhum cliente havia me questionado sobre isso, mas tive uma ideia. Que tal encaminhar uma carta para as integrantes do projeto de "Histórias Infantis e o ensino de Matemática" para que elas possam te responder?
- Excelente ideia, Luís. Farei isso!

Figura 1. HVC sobre volume e capacidade

Fonte: Adaptado de Carvalho (2024).

Tangram, Revista de Educação Matemática, Dourados - MS, V.09, e026009. Universidade Federal da Grande Dourados, e-ISSN: 2595-0967



Remetente: Paulo
Destinatário: Integrantes do projeto "História Infantis e o ensino de Matemática".

Prezados (as),
Meu nome é Paulo. Sou fazendeiro e trabalho com grãos. Recentemente, realizei a compra de uma chapa medindo 10 metros por 15 metros. Fui orientado pelo vendedor para enrolar de modo a formar um cilindro e tanto a base quanto a tampa, serão cortesias.
Entretanto, eu não sei como devo fazer isso. **Qual deve ser a direção de enrolamento da chapa para que eu consiga estocar uma maior quantidade de grãos? A capacidade do reservatório vai mudar se eu "enrolar" de forma diferente?**
Vocês poderiam me auxiliar? Eu preciso muito muito solucionar esse problema, pois não tenho muito espaço nem dinheiro para outros deles na fazenda.
Por favor, enviem-me cartas com seus posicionamentos.
Grato por sua atenção e colaboração.

Atenciosamente,
Paulo.

Figura 2. Carta às participantes da pesquisa

Fonte: Adaptado de Carvalho (2024).

De início, a maioria delas supôs que, independentemente de enrolar na vertical ou na horizontal, a capacidade não mudaria, uma vez que a chapa metálica é a mesma. Algumas se preocuparam com o fato de a personagem ter relatado pouco espaço na fazenda e argumentaram que, pensando nesse quesito, a melhor opção seria enrolar na vertical, ou seja, com base mais estreita e maior altura.

Tangram, Revista de Educação Matemática, Dourados - MS, V.09, e026009. Universidade Federal da Grande Dourados, e-ISSN: 2595-0967

Em seguida, convidamos as professoras a simularem o problema, a fim de auxiliá-las a chegarem a uma conclusão. Oferecemos folha sulfite tamanho A4, grãos de milho para pipoca e fita tipo crepe para que as professoras fizessem os testes. Vale ressaltar que essa simulação é apenas uma aproximação, já que os grãos de milho possuem formatos irregulares.



Figura 3. Simulação do problema pelas participantes

Fonte: Acervo dos autores (2024).

Os grupos realizaram dois testes: um, enrolando o papel no sentido vertical e outro, no sentido horizontal. No sentido vertical, formou-se um recipiente cilíndrico mais alto e estreito, enquanto no sentido horizontal, o recipiente ficou mais baixo e largo. O grupo 1 finalizou o experimento e percebeu que a chapa enrolada de forma horizontal (com maior área da base e menor altura) cabem mais grãos, mas não conseguiram compreender o motivo. O grupo 2 apresentou algumas dificuldades de organização dos materiais para realizar o experimento, mas com auxílio do grupo 1 conseguiram perceber que a chapa enrolada no formato horizontal caberia mais grãos.

Tal situação deixou as professoras reflexivas. A surpresa inicial, ao perceberem que a direção (horizontal e vertical) faz diferença, despertou ainda mais curiosidade

Tangram, Revista de Educação Matemática, Dourados - MS, V.09, e026009. Universidade Federal da Grande Dourados, e-ISSN: 2595-0967

em relação à justificativa matemática por trás da situação. Isso impulsionou a busca por um entendimento lógico com ainda mais motivação, já que as medidas de largura e comprimento permaneceram as mesmas.

Na sequência, iniciamos a explicação lógica. Primeiro, perguntamos se, para elas, os termos "volume" e "capacidade" significavam a mesma coisa. A maioria respondeu que sim e disse que nunca tinha refletido sobre essa diferença antes. Explicamos que, apesar de os termos serem parecidos, são conceitos diferentes. Mostramos um exemplo prático: um frasco de perfume com capacidade de $90ml$ que, ao ser imerso na água, deslocava $200ml$, ou seja, o volume do frasco era de $200ml$. Com isso, esclarecemos que a capacidade se refere à quantidade que algo pode conter, enquanto o volume está relacionado ao espaço que o objeto ocupa. Esses termos são semelhantes porque a capacidade pode ser vista como o volume interno de um recipiente, desconsiderando o material ao redor.

Em seguida, perguntamos se elas já haviam tido contato com a fórmula do volume do cilindro e se lembravam de algo a respeito. A maioria respondeu de maneira negativa. Diante disso, relembramos a fórmula e explicamos cada uma das grandezas envolvidas. Explicamos que, para calcular o volume do cilindro, é necessário multiplicar a altura pela área da base, que é um círculo. Depois disso, explicamos como o raio influencia a fórmula e concluímos com elas que, quanto maior for o valor do raio, maior será o volume do sólido. Com o intuito de proporcionar uma melhor compreensão, fizemos uma demonstração no GeoGebra[4].

Uma das participantes demonstrou curiosidade quanto à origem da fórmula de volume do cilindro e quis uma explicação lógica para o acontecimento do experimento. Por mais que tenhamos dialogado, ela não ficou convencida, pois, segundo ela, o material (chapa metálica ou papel sulfite) era o mesmo e com as mesmas características de tamanho. Ela queria entender para além da fórmula do volume: quais simulações levaram a chegar na fórmula que conhecemos hoje.

[4] GeoGebra é um software matemático muito utilizado para visualização de elementos geométricos.

CC BY NC SA

Todas as explicações nós não temos, pois muitas se perderam ao longo dos tempos. O que temos são alguns registros históricos e algumas indicações de que um conceito perpassou diferentes movimentos históricos. Podemos dizer que a fórmula é o lógico, o resumo do resumo.

Esse incômodo da participante relatado acima é muito pertinente, pois nos incita a buscar e pesquisar mais sobre a temática. Falas como: "*Não, não estou convencida"* e "*Eu não vou embora daqui hoje se eu não souber isso*", demonstram que atingimos alguns de nossos objetivos, ou seja, conseguimos colocá-las em movimento, em atividade.

Após a finalização desse encontro, as participantes presentes continuaram conversando sobre a oficina em um aplicativo de mensagens instantâneas. A professora que não ficou convicta da situação vivenciada no experimento nos enviou o seguinte áudio em um aplicativo de mensagens instantâneas:

> Agora eu sei que eu fiquei refletindo, tomando banho imaginando. Mas é parece para mim óbvio agora, claro que na hora da problematização colocaram para nós uma lâmina. Uma parte seria as paredes. Ninguém considerou que isso ia diferenciar o tamanho do chão. E aí apesar das paredes serem iguais, precisa levar em conta o chão e o teto. Assim o diâmetro muda. Então, agora assim parece claro que é uma terceira variável que a gente tem que levar em consideração. E não duas. E apesar do vendedor lá dessas lâminas dar de brinde a parte da tampa e do fundo, ele não considerou que dependendo se colocar horizontal ou vertical ele vai ter que dar um brinde maior. Porque aí a área, a parte que ele vai ter que dar de brinde, vai mudar se for na vertical ou na horizontal. Então é a resposta que eu procurava. Nossa, como pode né? Qual a explicação lógica de aumentar então esse volume? Não faz sentido, sendo que o material que usamos para fazer esse recipiente foi o mesmo, e na verdade não foi o mesmo, porque nós montamos apenas as laterais. Nós não montamos uma terceira e quarta peça fundamentais na hora de montar o volume, na hora de montar o cilindro, que são a tampa e o fundo. A tampa e o fundo são super determinantes. Quanto mais largo, maior o fundo. Então agora sim faz sentido para mim! Porque eu fiquei imaginando o que seria ou seriam os mesmos materiais. Na verdade, não são os mesmos materiais, porque diferente do metro quadrado o metro cúbico considera então um terceiro lado. Vou dizer assim: Que é o fundo e a tampa. Agora para mim é uma explicação lógica. Faz todo sentido. Eu não estava compreendendo.

Esse acontecimento nos mostrou que a professora continuou em atividade, mesmo após a finalização do encontro. Por meio dessas situações, é possível

Tangram, Revista de Educação Matemática, Dourados - MS, V.09, e026009. Universidade Federal da Grande Dourados, e-ISSN: 2595-0967

perceber como o professor se forma, como se apropria de conceitos matemáticos percebendo a importância do desenvolvimento do movimento histórico e lógico do conceito e como isto pode contribuir com sua formação e com a aprendizagem dos alunos.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

As reações iniciais das professoras foram muito enriquecedoras para o desenvolvimento da prática, pois elas se sentiram motivadas e engajadas em ajudar a personagem da história. Para a AOE, essa é uma fase importante, uma vez que se trata de um problema real, cotidiano, que incentivou a busca por uma solução matemática lógica, fazendo com que o problema passasse a ser delas.

> Se o trabalho do professor é a atividade de ensino que está relacionada a satisfação da necessidade de ensinar, é de se esperar que os processos formativos estejam relacionados à sua necessidade de prover-se de conhecimentos para isso. É nessa perspectiva que podemos conceber um processo formativo como atividade de formação. (Lopes, 2018, p. 115)

A partir das reações das professoras — que demonstraram engajamento com as propostas e consciência da necessidade de aprofundar seus conhecimentos sobre conceitos e conteúdos matemáticos —, foi possível perceber que elas vivenciaram, durante a oficina, um momento de atividade de formação significativo. Como formadoras, o momento também nos colocou em atividade, pois percebemos a necessidade de aprimorar nossos conhecimentos acerca da temática para o desenvolvimento de projetos futuros.

Para finalizar a prática, explicamos que o que elas vivenciaram foi uma aproximação da Atividade Orientadora de Ensino, enfrentando um problema similar ao que originou esses conceitos no passado. Esse desafio despertou o interesse pela explicação científica e lógica dos conceitos matemáticos. Destacamos a relevância do movimento lógico-histórico e a importância de professor e aluno estarem em atividade com objetivos claros: ensinar e aprender.

Para concluir, discutimos como adaptar a proposta para o trabalho com crianças, criando personagens e situações ligadas à realidade delas, sem precisar apresentar

Tangram, Revista de Educação Matemática, Dourados - MS, V.09, e026009. Universidade Federal da Grande Dourados, e-ISSN: 2595-0967

fórmulas. A abordagem seria intuitiva, comparando qual recipiente “cabe mais”. Isso ajudaria as crianças a desenvolverem uma base inicial para entender conceitos futuros.

> Pôr o professor em atividade significa proporcionar-lhe a oportunidade de compreender o conceito que será ensinado às crianças, em sua gênese. Não basta saber os procedimentos de utilização do mesmo, é importante que o professor se aproprie do movimento lógico-histórico da criação desse conceito para ensiná-lo às crianças. (Brito & Araújo, 2015, p. 522)

Observamos que, mesmo após a prática, algumas professoras demonstraram ainda estarem em atividade e continuaram questionando e dialogando em grupos de comunicação, buscando justificativas e fazendo comparações para entender melhor a proposta. Com isso, concluímos que o desenvolvimento dessa oficina possibilitou uma visão mais cuidadosa para a importância da compreensão dos conceitos e conteúdos matemáticos que iremos ensinar, reforçando a relevância de momentos de formação continuada, de modo que haja diálogos entre teoria e prática.

Tangram, Revista de Educação Matemática, Dourados - MS, V.09, e026009. Universidade Federal da Grande Dourados, e-ISSN: 2595-0967

REFERÊNCIAS

Arrais, L. F. L., Silva, J. L. S., Gil, M. L. E., Santos, E. de A. dos, & Moraes, S. P. G. de. (2024). Reflexões Sobre a Formação Contínua de Professores que Ensinam Matemática na Infância. *Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática*, *16*(3), 390–398. https://doi.org/10.17921/2176-5634.2023v16n3p390-398

Binsfeld, C., & Lopes, A. R. L. V. (2024). Formação de professores em um coletivo: alguns princípios orientadores. *Educação em Revista,* 40, e49029. https://doi.org/10.1590/0102-4698-49029

Brito, K. D. M., & Araújo, E. S. (2015). Um olhar sobre a pesquisa formativa na organização do ensino de matemática para a infância. In *Anais do Congresso Pedagogia Histórico-Crítica: educação e desenvolvimento humano* (pp. 515-528). Faculdade de Ciências.

Brolezzi, A. C., & Druck, I. de F. (2002). Áreas, semelhanças, volumes e o método da exaustão. In C. Cerri (Org.), *Matemática* (pp. 33-44). Fundação Vanzolini.

Carvalho, T. de. T. (2024). *Uma prática pedagógica para o ensino dos conceitos geométricos de volume e capacidade com licenciandas em Pedagogia*

CC BY NC SA

(Trabalho de Conclusão de Curso, Universidade Federal de Uberlândia). Uberlândia, MG.

Chaves, M. (2020). Formação contínua de professores e a teoria histórico-cultural na educação infantil. *Fractal: revista de psicologia*, 227–232. https://doi.org/10.22409/1984-0292/v32_i-esp/41036

Leontiev, A. N. (1983). *Actividad, Conciencia y Personalidad*. Editorial Pueblo y Educación. Ciudad de La Habana, Cuba.

Leontiev, A. N. (2012). Uma contribuição à teoria de desenvolvimento da psique infantil. In L. S. Vigotskii et al. *Linguagem, desenvolvimento e aprendizagem* (pp. 59-83). Ícone.

Libâneo, J. C. (2004). A aprendizagem escolar e a formação de professores na perspectiva da psicologia histórico-cultural e da teoria da atividade. *Educar*, (24), 113-147.

Lopes, A. R. L. V. (2018). Processos formativos e a aprendizagem da docência: alguns princípios orientadores. In M. T. C. Trevisol, N. Eldkercher, & D. P. Pensin (Orgs.), *Diálogos sobre formação docente e práticas de ensino* (pp. 107-134). Campinas: Mercado de Letras.

Magalhães, M. H. (2014). *Produção de sentidos e de significados de estudantes do ensino médio sobre o conceito de volume e capacidade de prismas* (Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de São Carlos). São Carlos, SP.

Marco, F. F., & Moura, M. O. (2016). Quando ações desenvolvidas por professores em processo de formação se constituem em atividade orientadora de formação docente: alguns indiciadores. In A. R. L. V. Lopes, E. S. Araújo & F.

F. Marco (Eds.), *Formação docente em ação* (pp. 19–39). Campinas: Pontes Editores.

Moraes, S. P. G. (2008). *Avaliação do processo de ensino e aprendizagem em matemática: contribuições da teoria histórico-cultural* (Tese de Doutorado, Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo). São Paulo, SP. https://doi.org/10.11606/T.48.2008.tde-16032009-145709

Moretti, V. D. (2007). *Professores de matemática em atividade de ensino. Uma perspectiva histórico-cultural para a formação docente* (Tese de Doutorado, Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo). São Paulo, SP. https://doi.org/10.11606/T.48.2007.tde-05102007-153534

Moura, M. O. (Coord.). (1996). *Controle da Variação de Quantidades: atividades de ensino*. São Paulo: FEUSP.

Moura, M. O. (2012). Didática e prática de ensino para educar com matemática. In Y. U. F. Leite et al. (Orgs.), *Políticas de formação inicial e continuada de professores*. Araraquara, SP: Junqueira&Marin.

Moura, M. O., Araújo, E. S., Souza, F. D., Panossian, M. L., & Moretti, V. D. (2016). A atividade orientadora de ensino como unidade entre ensino e aprendizagem. In M. O. MOURA (Org.), *A atividade pedagógica na teoria histórico-cultural* (2ª ed., pp. 93-125). Campinas: Autores Associados.

Moura, M. O., Sforni, M. S. F., & Lopes, A. R. L. V. (2017). A objetivação do ensino e o desenvolvimento do modo geral da aprendizagem da atividade pedagógica. In M. O. MOURA (Org.), *Educação escolar e pesquisa na teoria histórico-cultural*. São Paulo: Edições Loyola.

Tangram, Revista de Educação Matemática, Dourados - MS, V.09, e026009. Universidade Federal da Grande Dourados, e-ISSN: 2595-0967

Moura, M. O., Lopes, A. R. L. V., Araújo, E. S., & Cedro, W. L. (Orgs.). (2018). *Atividades para o ensino de Matemática nos anos iniciais da Educação Básica. Volume III: Números e Operações*. FFCLRP/USP. Ribeirão Preto.

Munhoz, A. P. G., & Moura, M. O. (2020). Atividade de formação de professores de matemática mediada pela Atividade Orientadora de Ensino. *Obutchénie. Revista de Didática e Psicologia Pedagógica*, *4*(2), 355-381. https://doi.org/10.14393/OBv4n2.a2020-57487

Petrovski, A. V. (1984). *Personalidad, Actividad y Colectividad* (A. Kessler, Trad.). Buenos Aires: Editorial Cartago.

Rigon, A. J., Asbahr, F. S. F., & Moretti, V. D. (2016). A atividade pedagógica na teoria histórico-cultural. In: M. O. MOURA (Ed.), *A atividade pedagógica na teoria histórico-cultural* (2ª ed., pp. 13-44). Campinas: Autores Associados.

Santos, M. A., & Asbahr, F. S. F. (2020). A Teoria da Atividade de A. N. Leontiev: uma síntese de suas principais obras. *Revista Brasileira da Pesquisa Sócio-histórico-Cultural e da Atividade*, *2*(2), 1-23.

Silva, A. M., & Oliveira, M. R. F. (2014). A relevância da formação continuada do (a) professor (a) de educação infantil para uma prática reflexiva. In *Anais da 3ª Jornada de Didáticas e 2º Seminário de Pesquisa do CEMAD: Desafios para a Docência* (pp. 69-81). Universidade Estadual de Londrina (UEL).

Souza, F. D. de, Aguiar, C. P. de, Oliveira, D. M. B. de & Batista, M. L. (2021). Do conceito de Atividade Orientadora de Ensino às situações desencadeadoras de aprendizagem em pesquisas sobre ensino e formação de professores. *Ensino em Re-vista*, 28, e061. https://doi.org/10.14393/ER-v28a2021-61

CC BY NC SA

Vigotski, L. S. (2007). *A formação social da mente* (J. C. Neto, L. Silveira, M. B. S. C. Afeche, Trads.; 7ª ed.). Martins Fontes. São Paulo.

Vigotski, L. S. (2009). *Vigotski: a construção do pensamento e da linguagem* (P. Bezerra, Trad.; 2ª ed.). Martins Fontes. São Paulo.

Tangram, Revista de Educação Matemática, Dourados - MS, V.09, e026009. Universidade Federal da Grande Dourados, e-ISSN: 2595-0967