Tangram
Revista de Educação Matemática

DOI: 10.30612/tangram.v8i1.19422

Contribuições de práticas dialógicas de Modelagem para a formação do estudante nos anos iniciais do Ensino Fundamental

Contributions of dialogic Modelling practices to student formation in the early years of Elementary School

Aportes de las prácticas de Modelación dialógica a la formación de estudiantes en los primeros años de la Educación Primaria

Karen Ramos
Pós-graduação em Ensino e História das Ciências e Matemática
Universidade Federal do ABC - UFABC
Santo André, São Paulo, Brasil
E-mail:karen.ramos@ufabc.edu.br
Orcid: http://orcid.org/0000-0001-7233-6265

Regina Helena de Oliveira Lino Franchi
Pós-graduação em Ensino e História das Ciências e Matemática
Universidade Federal do ABC - UFABC
Santo André, São Paulo, Brasil
E-mail:regina.franchi@ufabc.edu.br
Orcid: https://orcid.org/0000-0002-9549-1134

Resumo: Este artigo apresenta a análise de uma prática de Modelagem Matemática, com características dialógicas, desenvolvida com estudantes do quinto ano do Ensino

Fundamental. Busca-se responder: que contribuições para a formação dos estudantes podem ser evidenciadas em uma prática de Modelagem Matemática desenvolvida com estudantes do Ensino Fundamental com o tema “Poluição do Ar”? Como dados consideraram-se: anotações do caderno de registro da pesquisadora, gravações em áudio/vídeo, produções dos estudantes e questionário. A análise, de cunho qualitativo, foi subsidiada por referenciais teóricos sobre Modelagem, Educação Matemática Crítica e diálogos. Evidenciaram-se as contribuições: iniciativa na aprendizagem, iniciativa e autonomia na busca de soluções, capacidade de usar a matemática para compreender a realidade, capacidade de usar a matemática para refletir e se posicionar criticamente, capacidade para dialogar, confiança e autonomia para tomar decisões, desenvolvimento da cidadania e capacidade para agir de forma colaborativa.

Palavras-chave: Educação Matemática. Modelagem Matemática. Educação Matemática Crítica. Formação do Estudante.

Abstract: This article presents the analysis of a Mathematical Modeling practice, with dialogical characteristics, developed with students in the fifth year of elementary school. We seek to answer: What contributions to the training of students can be evidenced in a Mathematical Modeling practice developed with Elementary School students with the theme “Air Pollution”? As data we considered: notes from the researcher's field notebook, audio/video recordings, student productions and questionnaire. The analysis, of a qualitative nature, was supported by theoretical references on Modeling, Critical Mathematics Education and dialogues. We highlight the contributions: initiative in learning, initiative and autonomy in the search for solutions, ability to use mathematics to understand reality, ability to use mathematics to reflect and position oneself critically, ability to dialogue, confidence and autonomy to make decisions, development citizenship and ability to act collaboratively .

Keywords: Mathematics Education. Mathematical Modelling. Critical Mathematics Education. Student Formation.

Resumen: Este artículo presenta el análisis de una práctica de Modelación Matemática, con características dialógicas, desarrollada con estudiantes del quinto año de educación básica. Buscamos responder: ¿Qué aportes a la formación de los estudiantes se pueden evidenciar en una práctica de Modelación Matemática desarrollada con estudiantes de Educación Primaria con el tema “Contaminación del Aire”? Como datos se consideraron: notas del cuaderno de campo del investigador, grabaciones de audio/video, producciones de los estudiantes y cuestionario. El análisis, de carácter cualitativo, se apoyó en referentes teóricos sobre Modelización, Educación Matemática Crítica y diálogos. Destacamos los aportes: iniciativa en el aprendizaje, iniciativa y autonomía en la búsqueda de soluciones, capacidad de utilizar las matemáticas para comprender la realidad, capacidad de utilizar las matemáticas para reflexionar y posicionarse críticamente, capacidad de diálogo, confianza y autonomía para tomar decisiones, desarrollo de la ciudadanía. y capacidad para actuar en colaboración.

Palabras clave: Educación Matemática. Modelado matemático. Educación en Matemática Crítica. Formación de estudiantes.

Recebido em 28/12/2024
Aceito em 15/04/2025

CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Algumas metodologias usadas em aulas de matemática enfatizam a resolução de exercícios repetitivos, usando algoritmos ou situações descontextualizadas que pouco oportunizam aos estudantes estabelecer relações entre os conteúdos estudados em aula e o dia a dia. Essa forma de trabalhar a matemática pouco contribui para que o conhecimento seja significativo e possibilite a reflexão, a crítica, o desenvolvimento de sua potencialidade ou que estimule a atuação na sociedade.

Uma prática de sala de aula que pode mudar esse cenário é a Modelagem Matemática. Nas atividades de Modelagem[1] são propostas investigações sobre situações da realidade usando ferramentas da matemática para encontrar soluções para problemas identificados nas situações investigadas. No processo de Modelagem é preciso buscar informações; analisar as possibilidades de utilização de recursos variados, entre eles os que envolvem conteúdos matemáticos; estudar soluções; tomar decisões; e avaliar as consequências das ações realizadas. Vivenciar isso na escola contribui para a formação do estudante – de modo amplo – e pode estimular a criticidade (Franchi, 2002). Habilidades de caráter geral, desejáveis para atuação profissional e para a vida, são naturalmente requeridas e seu desenvolvimento é estimulado nas atividades de Modelagem. Entre elas estão:

> criatividade, espírito crítico e capacidade de aprendizagem contínua. Não é difícil perceber que os ambientes de aprendizagem indicados propiciam o desenvolvimento destas habilidades na medida em que estimulam as indagações e a formação de conjecturas e estimulam a reflexão crítica sobre as atividades desenvolvidas. Outras habilidades gerais como a capacidade de comunicação oral e escrita, capacidade de cooperação, capacidade de trabalho em equipe são naturalmente desenvolvidas nas atividades de Modelagem. (Franchi, 2002, p. 172)

Ainda, por ser desenvolvida em grupos e de forma colaborativa, muito se aprende e se ensina no convívio com outros estudantes, principalmente por meio da comunicação dialógica. Veleda (2015) defende que ao utilizar a Modelagem para ensinar matemática já se pressupõe a existência do diálogo; e enfatiza: “ao participar

[1] Para evitar repetições utilizaremos o termo “Modelagem” para nos referirmos à Modelagem Matemática.

do processo de ensino com perguntas, ideias, discussões e posicionamentos, o estudante se constrói um ser capaz de promover a transformação da sua realidade" (p. 12).

Práticas de Modelagem, desenvolvidas de acordo com pressupostos da Educação Matemática Crítica (EMC) – que se preocupa com a função da matemática na sociedade –, podem estimular reflexão, criticidade e cidadania, promovendo mudanças nos contextos escolares e diálogos entre os participantes, trazendo contribuições para a formação dos estudantes. Investigando sobre essas contribuições, desenvolvemos uma prática de Modelagem com estudantes do quinto ano do Ensino Fundamental, tendo como tema a poluição do ar. Neste artigo[2] buscamos responder: "Que contribuições para a formação dos estudantes podem ser evidenciadas em uma prática de Modelagem Matemática desenvolvida com estudantes do Ensino Fundamental com o tema 'Poluição do Ar'?". Apresentamos a seguir referenciais que pautaram a concepção e a análise da prática desenvolvida.

REFERENCIAIS QUE SUBSIDIARAM A PRÁTICA E SUA ANÁLISE

Defendemos a ideia de que práticas de Modelagem Matemática desenvolvidas de acordo com os pressupostos da EMC e que estimulem os diálogos podem trazer contribuições para a formação dos estudantes. Para orientar a realização de uma prática com essas características, assim como para subsidiar as análises dos dados obtidos, valemo-nos de referenciais teóricos que abordam basicamente: Modelagem Matemática, EMC e Diálogos em Educação.

Nossos entendimentos sobre Modelagem Matemática estão pautados na concepção de Franchi (2020) quando afirma que a

> Modelagem Matemática é uma proposta pedagógica caracterizada pela criação de um ambiente para investigação sobre um tema ou situação-problema, por meio da Matemática, que possibilita a aprendizagem da Matemática, o desenvolvimento das potencialidades do estudante, bem como de sua capacidade de reflexão crítica no contexto do tema ou situação-problema. (p.

[2] Este artigo compõe a dissertação de mestrado – em formato *multipaper*, escrita pela primeira autora e orientada pela segunda – defendida no Programa de Pós-Graduação em Ensino e História das Ciências e Matemática da Universidade Federal do ABC e ainda não divulgada.

201)

Franchi considera que as práticas de Modelagem Matemática contribuem para a aprendizagem de conteúdos de diferentes áreas e o desenvolvimento dos estudantes, habilitando-os para atuação na sociedade. Para ela,

> a participação ativa do estudante no processo de Modelagem pode estimular o desenvolvimento de potencialidades tais como a iniciativa, criatividade, criticidade, autonomia para aprender, capacidade de trabalhar em equipe, de buscar informações e de utilizar recursos variados para solução de problemas. (Franchi, 2020, p. 201)

Burak e Martins (2015) falam em competências que são estimuladas nas práticas de Modelagem, incluindo "saber observar, explorar e investigar; estabelecer relações, classificar e generalizar e, ainda, favorecer situações que permitam desenvolver capacidades de argumentar, tomar decisões e criticar" (p. 97).

Autores como Barbosa (2001), Burak e Martins (2015) e Franchi (2020) consideram que na Modelagem se constituem espaços para investigação sobre problemas da realidade. Segundo Mulinari, Kill e Gaze (2018), os ambientes de investigação propiciados pela Modelagem possibilitam o estabelecimento de relações da matemática com outras áreas do conhecimento e com situações do dia a dia, o que se revela como uma estratégia para que a educação matemática possibilite a crítica e as interpretações de situações reais.

Nesse sentido, de acordo com Veleda (2015), o uso da Modelagem "pode representar um caminho para as crianças perceberem o quão importante a Matemática é para nossa vida, pois nas aulas são convidadas a investigar e pesquisar sobre um tema que seja de seu interesse" (p. 13).

A escolha de temas de interesse dos estudantes para investigação é indicada por autores como Burak (2004), Franchi (2020), entre outros. Quando os estudantes estão interessados, é possível que assumam a condução da investigação e se esforcem para encontrar soluções para problemáticas levantadas. Nessa busca, conteúdos matemáticos podem ser mobilizados e adquirir significado no contexto dos temas investigados (Franchi, 2020). Ainda, a matemática com significado e contextualizada pode ajudar na interpretação de fatos da realidade, que é essencialmente matematizada. Faustino (2018) discorre sobre o modo como, no dizer de Freire

(2008), a matemática se faz presente na forma como o ser humano se relaciona com o mundo e com as pessoas em situações do cotidiano. Assim, a matemática pode contribuir para a leitura e interpretação do mundo e também para intervenção nele.

Uma característica importante das práticas de Modelagem é que os estudantes trabalham em grupos. O contexto investigativo e colaborativo favorece a promoção do diálogo. O trabalho coletivo de investigação possibilita a interação entre estudantes e a troca de ideias. O docente pode mediar, participar junto, orientar, questionar e desafiar os estudantes a buscar soluções. Essa interação deve ser respeitosa, todos devem poder falar e ser ouvidos. Deixa de existir o professor como detentor do conhecimento. Essa forma de ação em cooperação – na qual os participantes em igualdade estão dispostos a conhecer a visão de mundo do outro e a construir juntos novas visões, em que eles se sentem à vontade para expressar suas ideias e há respeito à diversidade de opiniões – faz com que a comunicação adquira certas qualidades que a caracterizam como diálogo (Alrø & Skovsmose, 2010). Isso pode ser observado em relatos de práticas de Modelagem. Silva e Silva (2021) ponderam que nessas práticas "a interação entre os membros da equipe pode proporcionar diálogos que podem ser o ponto de partida para o desencadeamento da construção de novos conhecimentos" (p. 4). Para Freire (1993), o diálogo tem um papel crucial no processo de ensino e aprendizagem, pois para esse autor a aprendizagem é um processo coletivo onde aprendem juntos.

Questões ligadas ao diálogo, à possibilidade de intervenção no mundo, à reflexão, à crítica e à democracia têm relação com a EMC, que tem Ole Skovsmose como um de seus principais nomes. Inspirado nas ideias preconizadas por Paulo Freire, que coloca a educação dialógica como possibilidade para construção de uma sociedade mais justa, igualitária, reflexiva e democrática, e pelos pensadores da Educação Crítica (EC), Skovsmose (2013) preocupa-se em pensar uma Educação Matemática que ajude a desenvolver competências democráticas nos estudantes. Para esse autor,

> o axioma básico da EC é que a educação não deve servir como reprodução passiva de relações sociais existentes e de relações de poder. ... A educação tem de desempenhar um papel ativo na identificação e no combate de disparidades sociais. (Skovsmose, 2013, p. 32)

O autor apresenta a importância da consciência crítica que pode ser desenvolvida pelo diálogo. O diálogo se apresenta como instrumento de conhecimento de outras realidades, de conscientização e possibilidade de transformação. Também para Freire (1993), “o diálogo autêntico – reconhecimento do outro e reconhecimento de si, no outro – é decisão e compromisso de colaborar na construção do mundo comum” (p. 14).

Para Skovsmose (2013) a matemática não é neutra, tem o poder de formatar a sociedade e pode ser usada como ferramenta de controle nessa sociedade. Por isso é importante entender de que forma ela é usada, com quais pressupostos e interesses e, ao mesmo tempo, como pode nos dar condições de transformar a realidade. A EMC prioriza desenvolver a criticidade de forma a capacitar os estudantes a serem cidadãos mais críticos, conscientes e atuantes, capazes de analisar e questionar o uso da matemática e os impactos sociais que ela pode ter no cotidiano. Skovsmose (2013) propõe, como um dos caminhos, que sejam desenvolvidos projetos interdisciplinares que utilizem a realidade do estudante como foco no estudo. Os projetos possibilitam a criação dos chamados “Cenários para Investigação”, nos quais, por meio de atividades colaborativas e do diálogo, os estudantes são desafiados a problematizar e buscar soluções, questionando e refletindo sobre os contextos investigados. Isso pode favorecer a crítica, a autonomia e o empoderamento dos estudantes.

O trabalho com projetos, proposto por Skovsmose para a EMC, tem relações com a proposta de Modelagem Matemática desenvolvida por projetos temáticos, por meio dos quais se busca problematizar os contextos estudados e refletir criticamente sobre eles e sobre a influência da matemática nesses contextos. Para Araújo (2004), quando a Modelagem Matemática é alicerçada na EMC, pode levar os estudantes a refletirem sobre o papel da matemática na sociedade:

> os alunos têm a oportunidade de vivenciar uma Matemática em ação, o que demanda não apenas discussões de conteúdo matemático, mas também em outras áreas do conhecimento. ... Mais que isso, essas discussões são assentadas no mundo real, o que exige um constante trânsito entre elas, as situações reais e o próprio cotidiano dos alunos. (pp. 10-11)

Dessa forma, o desenvolvimento de projetos na Modelagem pode trazer contribuições que vão muito além da aprendizagem de conteúdos, como as que identificamos no projeto desenvolvido com o tema “Poluição do Ar” e que analisamos neste artigo. A seguir apresentamos os procedimentos metodológicos que utilizamos.

PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Analisamos neste artigo dados relativos à prática de Modelagem Matemática desenvolvida no período de maio a setembro de 2022 em uma escola municipal de Santo André, SP. Cerca de 30 estudantes do quinto ano do Ensino Fundamental participaram das atividades nas aulas regulares da professora da turma – no caso, também pesquisadora, uma das autoras deste artigo. Na prática de Modelagem, cujo tema foi “Poluição do Ar”, eles realizaram investigações buscando possíveis soluções para a questão da qualidade do ar da cidade.

Os dados analisados referem-se a diferentes momentos da atividade e ao conjunto dos participantes. São constituídos por: transcrições de gravações de áudio dos encontros em que as atividades foram desenvolvidas, registros produzidos pelos estudantes, respostas de um questionário no qual avaliaram a prática realizada e registros do caderno de campo da pesquisadora.

A análise, de cunho qualitativo, foi feita buscando evidenciar nos dados, relativos aos diálogos e às ações dos estudantes, contribuições para sua formação. Para tanto foi usada uma tipificação construída pelas autoras em publicação anterior (Ramos & Franchi, 2024a), na qual foram consideradas como contribuições para formação aquelas que vão além do conhecimento específico e dizem respeito ao desenvolvimento das potencialidades do indivíduo para viver em sociedade e se realizar. Nossas interpretações no contexto investigado pautaram-se em referenciais teóricos da Modelagem Matemática, da EMC e do Diálogo em Educação. A seguir apresentamos a prática realizada e a análise feita considerando os referenciais teóricos apresentados.

APRESENTAÇÃO DA PRÁTICA E ANÁLISE

Nesta seção apresentamos e analisamos a prática de Modelagem no projeto "Poluição do Ar". O projeto surgiu do interesse dos estudantes em estudar causas da poluição do ar, após a abordagem de conteúdos sobre o sistema respiratório e suas doenças em uma aula de Ciências. Os estudantes preocuparam-se com a qualidade do ar da região em que está a escola – uma região com diversas indústrias, avenidas e trânsito. Tiveram acesso aos relatórios da Companhia Ambiental do Estado de São Paulo (Cetesb), que mostravam boa qualidade do ar em 2020 e 2021, durante o isolamento da pandemia de Covid-19; e qualidade moderada do ar quando os automóveis voltaram a circular em 2022. Os estudantes e a docente, com essas informações em mãos e uma vontade de mudar a situação da qualidade do ar na região, decidiram buscar soluções para o transporte de pessoas diminuindo a utilização dos automóveis com motor a combustão.

A turma de 30 estudantes foi dividida em 6 grupos para investigar e propor alternativas para substituição dos carros a combustão. Investigaram sobre diversos meios de transporte e a poluição gerada por eles. Cada grupo escolheu um tipo de transporte como solução – e, a partir daí, os alunos aprofundaram os estudos e apresentaram suas conclusões para a classe, justificando com dados e argumentos a escolha feita. Para isso levantaram informações e as analisaram, identificando pontos positivos, negativos e pontos que podem ser melhorados nessas opções em diferentes contextos. Optaram por trocar automóveis por: carro elétrico, ônibus elétrico, ônibus a diesel, bicicleta e trem.

Discorremos a seguir sobre o desenvolvimento do projeto, já evidenciando as contribuições de acordo com a tipificação apresentada por Ramos & Franchi (2024a). Apresentamos também nossa interpretação sobre cada tipo de contribuição que consta no artigo citado. De acordo com suas características, as contribuições podem ser classificadas em: *iniciativa na aprendizagem*, que se refere à proatividade e à disposição para o próprio aprendizado; *iniciativa e autonomia na busca de soluções*, que se refere à capacidade de identificar problemas e buscar soluções baseadas no próprio julgamento; *confiança e autonomia para tomar decisões*, que se refere à habilidade de examinar situações e decidir sobre a melhor solução com segurança;

capacidade para dialogar, que se refere à habilidade de comunicação e entendimentos por meio de trocas respeitosas; *capacidade de usar a matemática para compreender a realidade*, que se refere à capacidade de utilizar conceitos matemáticos para interpretar e solucionar problemas cotidianos; *capacidade de usar a matemática para refletir e se posicionar criticamente*, que se refere a usar a matemática para compreender e questionar realidades sociais, econômicas e políticas de forma crítica; *confiança para comunicar suas ideias*, que se refere à segurança em expor seus pontos de vista; e *desenvolvimento da cidadania*, que se refere à forma de atuação na sociedade de modo ético e responsável.

No desenvolvimento do projeto, os estudantes partiram de um problema global e complexo (poluição do ar causada pela circulação de carros com motores a combustão) e caminharam para estudos sobre as circunstâncias em que se dá esse problema na cidade de Santo André, buscando compreendê-lo e apresentar possíveis soluções para ele. Interpretamos que esse caminho está em consonância com o pensamento de Morin (2006) quando discorre sobre os saberes necessários à educação do futuro e aponta para a "necessidade de promover o conhecimento capaz de apreender problemas globais e fundamentais para neles inserir os conhecimentos parciais e locais" (p. 14). A poluição do ar é uma questão global, visto que atinge o planeta, porém a análise do problema e a busca de propostas de solução pelos estudantes consideram a questão localmente, apresentando dados e possibilidades de melhoria para a cidade onde vivem. Isso possibilita não apenas ampliar a compreensão sobre o problema global como também sensibilizar para a importância de ações no contexto local, contribuindo para o *desenvolvimento da cidadania*.

Durante a atividade, buscou-se estimular a participação de todos os estudantes, dando a liberdade para escolherem a forma de conduzirem a investigação e os recursos a serem utilizados. Eles dispunham de *tablets* com acesso à internet. A professora percorria os grupos ouvindo as considerações, buscando conhecer o que estavam pesquisando; e estimulando o respeito, a troca de ideias, a colaboração, a reflexão, a crítica e a construção de significados no processo de investigação. Por essas características, essa prática pode ser entendida como uma prática dialógica, de acordo com os referenciais de Alrø e Skovsmose (2010) e Freire (1996).

Desde a problematização inicial, quando analisaram informações do relatório da

Cetesb sobre a qualidade do ar na cidade em diferentes momentos, os estudantes *usaram a matemática para compreender a realidade, refletir e se posicionar criticamente,* como evidenciamos a seguir com alguns exemplos. Na transcrição da problematização feita pelo Grupo 5 (Figura 1), vemos que comparam dados dos anos de 2020 e 2022. Comparar diz respeito a algum tipo de matematização feita no contexto estudado. Ao dizerem que é preciso encontrar uma solução, estão se posicionando criticamente.

> Em 2020 devido ao isolamento social havia menos carros na rua e o ar estava em boas condições. Em 2022 havia muitos carros na rua e a condição do ar era moderada. O grupo decidiu que precisa encontrar uma solução para diminuir os carros na rua e manter o ar bom.

Figura 1. Registro da problematização do Grupo 5

Fonte: dados da pesquisa (2022).

Vemos também a criação do que Alrø e Skovsmose (2010) chamam de vista privilegiada: “Vistas privilegiadas são criadas quando o professor prepara o terreno. Elas representam possíveis perspectivas nas atividades de sala de aula. Uma vista privilegiada proporciona uma visão geral da tarefa e dá algum sentido a ela” (p. 32). Neste caso os estudantes conheciam os objetivos dos estudos que deveriam fazer e, em diálogo com a docente, decidiram sobre o tipo de informação que queriam buscar, escolheram fontes, definiram quais dados consideravam relevantes para o estudo e fizeram análises utilizando conhecimentos diversos. Tiveram *iniciativa na aprendizagem e iniciativa e autonomia na busca de soluções*.

Isso também fica evidenciado nos diálogos do Grupo 6 quando, ao analisarem as porcentagens indicadas no relatório da Cetesb para os anos de 2021 e 2022, propõem uma subtração das porcentagens como parâmetro para avaliar o aumento de material particulado, indicando piora na qualidade do ar. A seguir vemos trechos desses diálogos. Identificamos como Be, By, Da, Gu e Me os participantes do grupo.

Me: *Então, sabendo que em 2021 estava melhor...*
Be: *Vou fazer uma conta rapidinha, vou fazer uma conta de 93% de 2021, tava 93% boa - 87% de 2022 estava ruim. Eu vou fazer uma subtração.*

Me: *Sabemos que 2021 observamos em que... E aqui eu parei. ...*
Me: *Tá, mas a gente precisa da pergunta.*
Da: *O material particulado vem de...*
Me: *Dos plásticos que são...*
By: *Do escapamento de carro, como a professora tinha falado.*
Da: *Eu acho legal uma pergunta que interessa bem, é que a porcentagem aumenta em pouco período.*
Me: *Isso aumenta 6% ainda.*
Da: *A porcentagem ruim aumentou e a boa aumentou.*
Me: *A boa diminuiu 6.*

A partir da análise, ouvindo as opiniões dos participantes, percebemos que apresentam possíveis problematizações, evidenciando *capacidade para dialogar*.

Me: *Como as porcentagens caíram e aumentaram em tão pouco tempo?*
Da: *Como a gente pode abaixar a porcentagem de material particulado?*

A capacidade de usar a matemática para refletir e se posicionar criticamente também fica evidenciada nos registros do Grupo 3. O grupo investigou a substituição do veículo a combustão por trem e apresentou informações sobre a limitação do trem na cidade. Percebendo que haveria necessidade de construção de malha ferroviária para ampliar o trajeto, eles buscaram informações sobre valores para construção, que seria R$ 6 000 000,00 por km – para rodovia o custo era menor: R$ 1 500 000,00 por km. Consideraram ponto negativo o custo da malha ferroviária, como transcrito na Figura 2.

Pontos negativos: não tem estações de trem em todos os lugares, o trem só vai em determinados lugares. Para construir 1 km de rodovia é necessário gastar R$ 1 500 000,00 e de ferrovia R$ 6 000 000,00.

Figura 2. Pontos negativos sobre o trem
Fonte: dados da pesquisa (2022).

Nos registros do Grupo 6 (Figura 3), que escolheu estudar a substituição de carros por ônibus, ambos a combustão, encontramos evidências de que desenvolveram a *capacidade de usar a matemática para compreender a realidade* e *a capacidade de usar a matemática para refletir e se posicionar criticamente*. Os estudantes analisaram dados da poluição dos carros e dos ônibus. Concluíram que ambos poluem, mas que – em relação ao número de pessoas transportadas – a poluição dos ônibus é menor,

uma vez que carros lançam 7 vezes mais poluentes que os ônibus por passageiro. Consideraram que o número de ônibus da cidade (1 786) seria suficiente para transportar 80 370 pessoas, já que cada ônibus transporta 45 pessoas. Então decidiram calcular quantos ônibus seriam necessários para transportar os habitantes de Santo André. Consideraram a população de 723 889 habitantes e dividiram por 45 – concluíram que seriam necessários 16 086 ônibus, número maior que o existente (1 786); e que, para isso, seria preciso investimento.

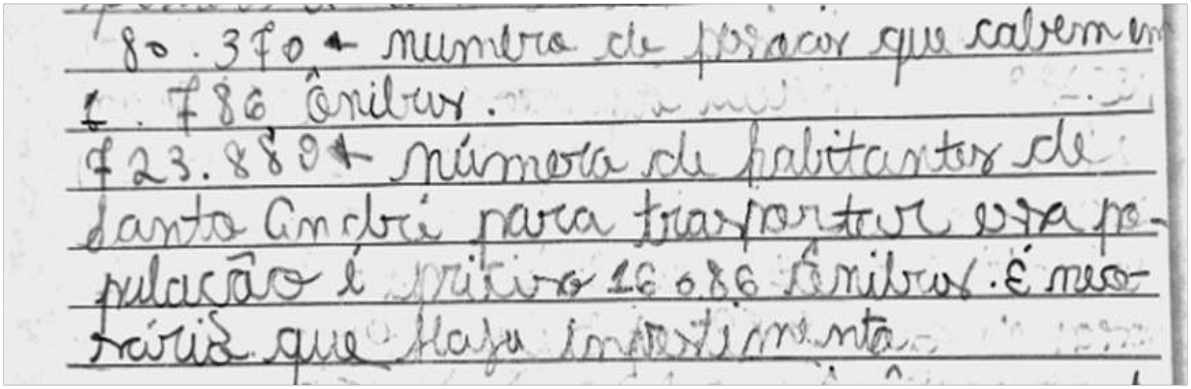

Figura 3. Quantidade de ônibus para os habitantes
Fonte: dados da pesquisa (2022).

Entendemos que o modelo utilizado por eles tem limitações, uma vez que consideraram toda a população da cidade tendo que se locomover diariamente, o que não condiz com a real necessidade. No entanto, as matematizações permitiram uma compreensão e análise da situação investigada e levaram a um posicionamento crítico quando dizem: "É necessário que haja investimento". Isso evidencia também *a capacidade de usar a matemática para refletir e se posicionar criticamente.* Destacamos as operações de multiplicação e divisão, que foram usadas corretamente e adquiriram significado no contexto estudado.

Observando também um diálogo do Grupo 2, no qual os estudantes Ta, Lu, Da e Je apresentam seus resultados para justificar a sua escolha pela substituição dos automóveis a combustão por ônibus elétricos, vemos que os alunos apresentam pontos positivos e negativos. Dizem que os ônibus elétricos carregam muitas pessoas, bem mais que um carro, porém o fio que conecta o ônibus à rede elétrica pode se desencaixar – e enquanto não for arrumado o ônibus não volta a circular. Eles

compararam, verificaram trajetos e pontos de parada na cidade para apresentar suas conclusões. *Usaram a matemática para compreender a realidade, para refletir e se posicionar criticamente*, como mostrado a seguir.

> Professora: *Qual é a vantagem do ônibus elétrico que vocês encontraram?*
> Ta: *Nele cabe muita gente.*
> Lu: *A gente pesquisou um ônibus equivale a 25 carros, então a gente chegou à conclusão que neles cabem muito mais do que um carro.*
> Je: *Eu vou falar o ponto negativo. O fio do ônibus elétrico pode estourar e o ônibus não pode andar. Ele não vai a todos os lugares também.*
> Professora: *Na nossa cidade o ônibus elétrico vai para todos os bairros?*
> Da: *Não.*

Quando dizem que um ônibus equivale a 25 carros, estão se baseando em dados sobre o número de passageiros transportados por um carro (5), por um ônibus elétrico (125) e na divisão efetuada (125:5), evidenciando que *usaram a matemática para compreender a realidade.*

O Grupo 2 apresenta argumentos – que se referem ao contexto global do problema da poluição do ar – para justificar a escolha pelos ônibus elétricos. O estudante Lu, partindo da informação de que cada ônibus elétrico retira 25 carros de circulação, realiza um cálculo com o total de ônibus elétricos no mundo, chegando à quantidade de carros que esses ônibus – contribuindo para a diminuição da poluição – retiraram das ruas no mundo. O estudante apresentou *autonomia na busca de soluções e confiança para comunicar suas ideias*, conforme apresentamos a seguir.

> Lu: *É uma informação, existem 346 mil ônibus elétricos no mundo. A gente fez esse valor de ônibus elétrico vezes 25, que daria um ônibus desse equivalente a 25 carros, e chegamos no valor de oito milhões e seiscentos e cinquenta mil carros tirados da rua.*

Ao final da prática os estudantes responderam a um questionário em que foram levantadas questões em relação ao projeto e à comunicação entre os estudantes e entre eles e a professora. Para esta análise identificamos os 28 estudantes que responderam, sem fazer distinção a que grupos pertenciam. Perguntamos sobre a etapa do projeto de que mais gostaram, sobre pontos positivos e a melhorar. Dezenove preferiram a etapa da investigação, como mostram os excertos: "*Me fez pensar aonde queremos chegar*" (estudante Ra); "*Foi essencial para coletar dados*"

(estudante By); "*Sem as informações não chegaríamos à solução*" (estudante Da); "*A investigação foi a mais importante, pois tínhamos que achar o que causava a poluição*" (estudante Na).

Por essas respostas podemos notar a importância dada pelos estudantes à investigação. Perceberam que deviam ter atenção à pesquisa, pois dados coletados por eles guiaram o projeto e auxiliaram na busca da solução. Um dos estudantes afirmou: "*Me fez pensar aonde queremos chegar*" (estudante Ra). Essa fala evidencia o que Alrø e Skovsmose (2010) chamam de "vistas privilegiadas", que se trata de dar aos estudantes a oportunidade de conhecer onde se pretende chegar ao fim da atividade e mostrar que há objetivos para o que está sendo realizado. Isso possibilitou pensar no percurso realizado, nos caminhos utilizados e nos recursos necessários para chegar a uma solução para o problema estudado, o que evidencia *iniciativa na aprendizagem*.

Ao apontarem pontos positivos do projeto, enfatizaram o convívio, a cooperação e o que foi possível aprender: "*conseguimos aprender muito mais e também aprender a socializar mais. Aprendemos muita coisa, a pesquisar melhor é uma delas*" (estudante Mo). Interpretamos que, ao dizer que aprender a pesquisar foi a melhor das coisas que aprendeu com o projeto, o estudante dá indícios do desenvolvimento da *iniciativa e autonomia na busca de soluções*, que não apenas contribuiu para o projeto, mas especialmente para sua formação.

Também foi apontada como ponto positivo a obtenção de resultados que possibilitaram a compreensão sobre o problema: "*Conseguir chegar em uma solução para melhorar o ar*" (estudante Lu). Isso dá indícios do desenvolvimento da *capacidade de usar a matemática para compreender a realidade.*

Foi enfatizada também a importância das ações visando à diminuição da poluição: "*estamos fazendo isso para melhorar o mundo*" (estudante Mu). Isso evidencia a consciência sobre a gravidade do problema e a responsabilidade de cada um na sociedade, dando indícios do *desenvolvimento da cidadania*.

Os estudantes valorizaram a comunicação e o diálogo entre todos eles, destacando isso também como ponto positivo: "*Foi como os grupos conseguiram se entender entre si; prestar atenção e escutar as pessoas quando estiver falando, pois todos têm boas ideias*" (estudante Be); "*Foi a comunicação, as pesquisas, a*

matemática, a exploração pela poluição" (estudante Ro).

Percebemos que o projeto contribuiu para que os estudantes desenvolvessem *capacidade para dialogar*. Como ponto positivo, na resposta: "*Foi como os grupos conseguiram se entender entre si; prestar atenção e escutar as pessoas quando estiver falando, pois todos têm boas ideias*", o estudante apresenta características que demonstram se tratar de prática dialógica, pois a partir da investigação e das informações eles se manifestaram, apresentando pontos de vista; e discutiram as opiniões de todos, sempre ouvindo e valorizando as ideias dos colegas – ou seja, se relacionaram de maneira dialógica e mostraram *confiança para comunicar suas ideias. A capacidade para dialogar* foi percebida nas seguintes respostas, como pontos positivos: "*o melhor foi todos do grupo se ajudando, dando ideias*" (estudante La); e "*nosso grupo foi se ajudando durante os dias*" (estudante Ra). Vemos aqui outro aspecto, que não foi apontado no artigo usado como referência e que pode ser identificado como contribuição para formação: a *capacidade para agir de forma colaborativa*, que diz respeito a atuar em equipe e em colaboração; comunicar de maneira eficaz; lidar com conflitos com empatia, adaptação e confiança mútua; e ter responsabilidade compartilhada.

Mencionaram como pontos positivos a pesquisa e a matemática. Ao mesmo tempo que a matemática aparece como ponto positivo, também foi apontada como ponto a melhorar: "*Inicialmente os números nos confundiram, depois de fazer mais pesquisas conseguimos resolver*" (estudante Ma); "*As contas que eu precisei fazer*" (estudante Na); "*Os números eram altos*" (estudante Ni).

Notamos que alguns estudantes sentiram dificuldades em relação ao uso das ferramentas da matemática para lidar com os dados ("*inicialmente os números nos confundiram*"), mas entenderam a sua necessidade ("*as contas que eu precisei fazer*") e procuraram superar as dificuldades, *trabalhando em colaboração* com auxílio da docente: "*depois de fazer mais pesquisas conseguimos resolver*". Essas dificuldades podem ser, de certa forma, explicadas por se tratar de estudantes do 5.º ano do Ensino Fundamental, que ainda estão em processo de aprendizagem da aritmética.

Para descrever e explicar a poluição do ar causada pelos carros e fazer previsões sobre alternativas de substituição dos carros por outros meios de transportes, os estudantes pesquisaram e organizaram os dados numéricos obtidos na internet.

Fizeram cálculos utilizando as operações básicas: adição, subtração, multiplicação e divisão, o que se mostra pertinente ao seu nível de escolaridade. Não tiveram dúvidas sobre qual operação utilizar, uma vez que o significado foi adquirido no contexto estudado, de acordo com a necessidade. Usaram *a matemática para compreender a realidade, para refletir e se posicionar criticamente.* Tiveram dificuldades para efetuar alguns cálculos porque, para eles, "*os números eram altos*" (estudante Ni). Mas as dificuldades foram superadas com a ajuda dos colegas e da professora. Entendemos que, mais do que aprender um conteúdo específico de matemática, a aprendizagem que identificamos diz respeito aos significados dos conteúdos matemáticos e ao seu uso em ambientes de investigação.

A análise dos dados que aqui apresentamos corrobora a visão de Faustino (2018) a respeito de práticas dialógicas no ensino de matemática. Para a autora, aprender matemática de forma dialógica fortalece princípios democráticos ao promover respeito, colaboração e pensamento crítico. Enquanto os estudantes aprendem a ouvir, compartilham estratégias e reconsideram perspectivas. O trabalho em grupo estimula a ajuda mútua e a resolução colaborativa. Esse processo vai além do conteúdo matemático, desenvolvendo habilidades sociais e democráticas.

A tipificação das contribuições para a formação do estudante apresentada por Ramos & Franchi (2024a) mostrou-se adequada para evidenciar e analisar as contribuições da prática dialógica de Modelagem que apresentamos neste artigo. Assim como na referência citada, pudemos identificar dados em que analisamos todos os tipos de contribuição mencionados. Concordamos com Ramos e Franchi quando dizem:

> Uma prática de Modelagem que estimula o desenvolvimento da capacidade de usar a matemática para compreender a realidade, capacidade de refletir e se posicionar criticamente e desenvolvimento da cidadania tem relação com os pressupostos da Educação Matemática Crítica. Diz respeito à compreensão do papel sociocultural da matemática (Barbosa, 2001) e com a alfabetização matemática que possibilita a todos entender e questionar a sociedade em que vivem (Malheiros, 2004). Iniciativa na aprendizagem, iniciativa e autonomia na busca de soluções, capacidade para dialogar e confiança para comunicar suas ideias, confiança e autonomia para tomar decisões dizem respeito ao desenvolvimento das potencialidades dos estudantes que, de acordo com Franchi (2020), pode ser estimulado pela participação do estudante na Modelagem. Também dizem respeito ao que Skovsmose (2010) denomina de

> *empowerment*, no sentido de ativar a potencialidade criativa do sujeito e muni-lo de poder para agir, o que também está de acordo com a Educação Matemática Crítica. (Ramos & Franchi, 2024a, pp. 18-19)

Na análise feita identificamos mais um tipo de contribuição, que denominamos de *capacidade para agir de forma colaborativa*. Entendemos que isso diz respeito ao desenvolvimento das potencialidades do estudante, mas, assim como a *capacidade para dialogar* (que está no mesmo grupo), também está de acordo com a EMC.

Por meio do empoderamento relacionado ao desenvolvimento das potencialidades dos estudantes, estes se colocam como protagonistas e atuam em sala de aula de modo a investigar e buscar soluções para questões que têm impacto na realidade e apresentam propostas de ação nesse contexto. A prática possibilita uma abertura para que eles revejam seu papel no aprendizado, tomando decisões, guiando o percurso da investigação; e reflexão sobre seu papel no grupo quando ouvem, são ouvidos, respeitam, tomam decisões e constroem conhecimento coletivamente.

A vivência de práticas dialógicas apresenta aos estudantes uma forma democrática de atuação, que pode estimular a construção de espaços com essas características além da escola, nas casas e nas comunidades, o que está de acordo com Faustino (2018) quando diz que as crianças aprendem a interagir de forma democrática. E também em consonância com Ramos & Franchi, (2024b) quando afirmam que, transformando o espaço escolar em um ambiente democrático e dialógico, propício à reflexão, estamos contribuindo para a formação dos estudantes, habilitando-os para atuação crítica na sociedade, o que está de acordo com a EMC.

CONSIDERAÇÕES

O presente artigo evidencia contribuições para a formação do estudante identificadas em práticas de Modelagem Matemática que buscam vivências dialógicas na sala de aula. Quando os objetivos centrais do desenvolvimento da prática de Modelagem têm relação com a compreensão crítica do mundo, dizemos que a prática se classifica na perspectiva sociocrítica da modelagem (Kaiser & Sriraman, 2006), que está de acordo com a EMC. Isso aconteceu na prática descrita. Buscamos a formação

integral do estudante e o desenvolvimento da compreensão crítica do mundo e da sociedade. Tendo como tema “Poluição do Ar”, desenvolvemos o projeto partindo de um problema da realidade, e os estudantes tiveram participação ativa na escolha do tema; na busca de informações, problematizações e soluções; e na reflexão, análise e crítica das soluções. Os trabalhos foram conduzidos de forma que os estudantes estabelecessem diálogos, tomassem decisões coletivamente e refletissem criticamente sobre os problemas abordados. Eles foram desafiados a apresentar soluções para o problema da poluição de modo a modificar a condição existente no contexto estudado. Discutiram, de forma dialógica e crítica, sobre possibilidades, dando à ação a possibilidade de ser transformadora. Isso tem relação com o que Freire (1967) defende para educação, colocando os estudantes “numa postura conscientemente crítica diante de seus problemas” (p. 76).

Foi possível perceber o quanto essa prática de Modelagem contribuiu para a formação dos estudantes. Embora inicialmente eles tenham apresentado algumas dúvidas e inseguranças, aos poucos foram entendendo qual era a proposta de trabalho e como eles poderiam, agindo em cooperação com os colegas, tomar iniciativas que os levariam a atingir os objetivos pretendidos.

Ao pesquisarem sobre outros meios de transporte, os estudantes analisaram os dados e decidiram – fundamentados em argumentos – pela escolha de uma dessas alternativas. Assim mostraram ter *capacidade para dialogar, capacidade de usar a matemática para compreender a realidade, capacidade de usar a matemática para refletir e se posicionar criticamente, iniciativa na aprendizagem, iniciativa e autonomia na busca de soluções, confiança e autonomia para tomar decisões e capacidade de agir de forma colaborativa.* Ao elaborarem seus registros, apresentarem seus resultados aos colegas na plenária e justificarem suas escolhas, mostraram *capacidade para dialogar e confiança para comunicar suas ideias.* Uma contribuição que foi notada e engloba toda a prática realizada se refere ao *desenvolvimento da cidadania.*

As contribuições não foram evidentes para todos. As respostas que apontam pontos a melhorar – “*a minha comunicação, expor minhas ideias ao grupo*” (estudante Ro); “*Sobre conversar, teve muita ideia que eu não falei porque eu não gosto de me abrir para as pessoas que não converso geralmente*” (estudante Da); “*a participação*

de alguns que não se manifestaram" (estudante Ma) – mostram que nem todos se sentiram à vontade para participar, o que evidencia que *nem todos tiveram confiança para comunicar suas ideias* e que *nem sempre tiveram capacidade para dialogar*.

Um ponto que merece destaque é que houve mudança do cenário da sala de aula construído com o projeto, no qual todos os estudantes puderam fazer escolhas, tomar decisões, comunicar as suas ideias, reconsiderar suas opiniões e construir conhecimento de forma coletiva, embora nem todos tenham se sentido à vontade para participar. Conseguir uma postura ativa dos estudantes, um ambiente onde se sintam à vontade para falar e sejam ouvidos é algo que tem que ser construído aos poucos, pois difere do cenário que observamos nas salas de aula, onde prevalece o absolutismo burocrático – estabelecido pelo chamado padrão sanduíche, no qual a comunicação se dá da seguinte forma: professor pergunta, estudantes respondem e professor confirma e avalia as respostas. Nesse padrão de comunicação, a autoridade do professor é afirmada, visto que a conclusão das questões fica sob seu controle (Alrø & Skovsmose, 2010). Há, portanto, um caminho a ser construído para mudança – e a Modelagem Matemática pode ser uma alternativa.

Skovsmose (2013), enfatizando a questão da democracia, formula várias questões que Borba (2013) – no prefácio do livro referenciado – resume na seguinte pergunta: "é possível pensar que a educação matemática ajudará a desenvolver competências democráticas nos estudantes?" (p. 10). Os resultados neste artigo nos dão indícios de que sim, é possível.

REFERÊNCIAS

Alrø, H., & Skovsmose, O. (2010). *Diálogo e aprendizagem em educação matemática.* Belo Horizonte: Autêntica.

Araújo, J. L. (2004). Modelagem matemática segundo a educação matemática crítica. *Anais do VII ENEM – Encontro Nacional de Educação Matemática*, Recife, PE, Brasil. Recuperado de:

https://www.sbembrasil.org.br/files/viii/pdf/10/MC74574329653.pdf.

Barbosa, J. C. (2001). *Modelagem matemática: concepções e experiências de futuros professores* (Tese de doutorado em Educação Matemática). Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, SP, Brasil.

Borba, M. (2013). Prefácio. In O. Skovsmose, *Educação matemática crítica: a questão da democracia* (p.180). Campinas: Papirus.

Burak, D. (2004). Modelagem Matemática e a sala de aula. *Anais do I EPMEM - Encontro Paranaense da Modelagem Na Educação Matemática*, Londrina, PR, Brasil. Recuperado de: https://www.dionisioburak.com.br/_files/ugd/2d4976_668d89c733b44d6fb20489ecd86e1c30.pdf

Burak, D., & Martins, M. A. (2015, janeiro/abril). Modelagem Matemática nos anos iniciais da educação básica: uma discussão necessária. *Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia,* 8(1), 20. Recuperado de: https://periodicos.utfpr.edu.br/rbect/article/view/1925/1982

Faustino, A. C. (2018). *"Como você chegou a esse resultado?": o diálogo nas aulas de matemática dos anos iniciais do Ensino Fundamental* (Tese de doutorado). Universidade Estadual Paulista, Rio Claro. Recuperado de: https://www.fcc.org.br/wp-content/uploads/2019/11/Ana-Carolina-Faustino.pdf

Franchi. R. H. O. L. (2002). *Uma proposta curricular para cursos de Engenharia utilizando Modelagem Matemática e Informática*. (Dissertação de doutorado, Tese (Doutorado em Educação Matemática)–Instituto de Geociências e

Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista. Rio Claro).

Franchi. R. H. O. L. (2020). A abordagem de conteúdos de Matemática em Práticas de Modelagem e as implicações para o currículo. *Com a Palavra, O Professor,* 5(11), 199–219. https://doi.org/10.23864/cpp.v5i11.562

Freire, P. (1967) *Educação como prática de liberdade*. Rio de Janeiro: Paz e Terra.

Freire, P. (1993). *Pedagogia do oprimido.* São Paulo: Paz e Terra.

Freire, P. (1996). *Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa*. São Paulo: Paz e Terra.

Freire, P. (2008). Entrevista de Paulo Freire. *Oitavo Congresso Internacional de Educação Matemática*. Recuperado de: https://www.youtube.com/watch?v=o6PUw_3t-JE

Kaiser, G., & Sriraman, B. (2006). A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education. *The International Journal on* Mathematics *Education,* 38(3), 302-310. Recuperado de: 10.1007/BF02 652813.

Morin, E. (2006). *Os sete saberes necessários à educação do futuro*. São Paulo: Cortez.

Mulinari, F., Kill, T. G., & Gaze, F. N. (2018). Conexões entre a prática da modelagem matemática e o desenvolvimento do pensamento reflexivo. *Interfaces da Educação*, 9, 206-224.

Ramos, K & Franchi, R. H. O. L.(2024a). Investigação sobre o uso de máscaras na pandemia e contribuições para a formação do estudante nos anos iniciais do

ensino fundamental. *Caderno Pedagógico,* 21(6), e5120. Recuperado de: https://ojs.studiespublicacoes.com.br/ojs/index.php/cadped/article/view/5120

Ramos, K; Franchi, R. H. O. L.(2024b). Diálogos evidenciados em prática de Modelagem nos anos iniciais do Ensino Fundamental. *Revista Internacional de Pesquisa em Educação Matemática,* 14(4), 1-19. Recuperado de: 10.37001/ripem.v14i4.3920

Silva, R. M., & Silva, K. A. P. (2021). Diálogos em atividades de modelagem matemática: uma análise à luz da educação matemática crítica. *Actio*, 6(2), 1-22. Recuperado de: https://periodicos.utfpr.edu.br/actio/article/download/14137/8480

Skovsmose, O. (2013). *Educação matemática crítica: a questão da democracia.* Campinas: Papirus.

Veleda, G. G. (2015). Modelagem Matemática e suas relações com as ideias de Paulo Freire. *9º CNMEM- Conferência Nacional sobre modelagem na educação matemática*, São Carlos, SP, Brasil.