Tangram
Revista de Educação Matemática

DOI: 10.30612/tangram.v8i1.19250

Tecnologias Digitais em Livros Didáticos de Matemática do Novo Ensino Médio

Digital Technologies in the New High School Mathematics Textbooks

Tecnologías digitales en libros de texto de matemáticas de la nueva escuela secundaria

Stefany Pedro de Oliveira
Departamento de Matemática – IGCE – Unesp
Rio Claro, São Paulo, Brasil
E-mail: stefany.p.oliveira@unesp.br
Orcid: https://orcid.org/0009-0002-7462-1873

Lucas Carato Mazzi
Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática (PPGEM – Unesp)
Departamento de Matemática – IGCE – Unesp
Rio Claro, São Paulo, Brasil
E-mail: lucas.mazzi@unesp.br
Orcid: https://orcid.org/0000-0003-3395-3724

Resumo: Ao longo dos anos, a sociedade acompanhou diversos avanços tecnológicos, dentre eles, as diversas mídias desenvolvidas para incentivar e aprimorar os processos de ensino e aprendizagem. Uma forma dessas tecnologias serem compartilhadas e integradas ao cotidiano escolar se efetiva mediante os Livros Didáticos de Matemática. No campo da Educação Matemática, diversas pesquisas e discussões têm sido realizadas acerca desse tema. Nesse contexto, este trabalho apresenta os resultados de uma pesquisa de Iniciação Científica concluída, cujo objetivo principal é compreender de que modo as tecnologias digitais estão presentes em coleções de Livros Didáticos de Matemática, aprovados pelo Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD), de 2021, voltadas ao Novo Ensino Médio. Com uma abordagem qualitativa, discutimos, neste texto, como as tecnologias se fazem presentes em duas coleções de Livros Didáticos de Matemática, categorizando os tipos de tecnologias identificadas e suas funções nas situações em que aparecem. Os resultados apontam uma notável quantidade de menções ao uso das tecnologias, que foram divididas em cinco grandes grupos: calculadora; GeoGebra; planilha eletrônica; acesso à site; vídeos, filmes e podcast. Apesar da grande variedade de mídias, observa-se que as tecnologias se fazem presentes tendendo à domesticação, dispondo de poucas oportunidades que incentivem a exploração e a investigação.

Palavras-chave: Tecnologias Digitais. PNLD. Novo Ensino Médio.

Abstract: Over the years, society has witnessed numerous technological advancements, and the development of various media aimed at promoting and enhancing teaching and learning processes. One way in which these technologies are shared and integrated into the school routine is through Mathematics Textbooks. In the field of Mathematics Education, extensive research and discussions have been conducted on this topic. In this context, this paper presents the results of a completed Scientific Initiation research project, whose main objective was to understand how digital technologies are incorporated into Mathematics Textbook collections approved by the 2021 National Program for Textbooks and Teaching Materials (PNLD) for the New High School curriculum. Adopting a qualitative approach, this study examines the presence of technologies in two Mathematics Textbook collections, categorizing the types of technologies identified and analyzing their functions in the contexts in which they appear. The findings indicate a significant number of references to technology use, which were grouped into five main categories: calculators; GeoGebra; spreadsheets; website access; and videos, films, and podcasts. Despite the wide range of media, it was observed that these technologies tend to be domesticated, offering limited opportunities for exploration and investigation.

Keywords: Digital Technologies. PNLD. Brazilian New High School.

Resumen: A lo largo de los años, la sociedad ha presenciado numerosos avances tecnológicos y el desarrollo de diversos medios orientados a promover y mejorar los procesos de enseñanza y aprendizaje. Una forma en que estas tecnologías se comparten e integran en la rutina escolar es a través de los Libros de Texto de Matemáticas. En el ámbito de la Educación Matemática, se han llevado a cabo extensas investigaciones y discusiones sobre

este tema. En este contexto, el presente documento expone los resultados de un proyecto de investigación de Iniciación Científica concluido, cuyo principal objetivo fue comprender cómo se incorporan las tecnologías digitales en las colecciones xde Libros de Texto de Matemáticas aprobadas por el Programa Nacional de Libros y Materiales Didácticos (PNLD) 2021, dirigido al Nuevo Bachillerato. Adoptando un enfoque cualitativo, este estudio examina la presencia de tecnologías en dos colecciones de Libros de Texto de Matemáticas, categorizando los tipos de tecnologías identificadas y analizando sus funciones en los contextos en los que aparecen. Los resultados evidencian una cantidad significativa de referencias al uso de tecnologías, que fueron agrupadas en cinco categorías principales: calculadoras; GeoGebra; hojas de cálculo; acceso a sitios web; y videos, películas y pódcast. A pesar de la amplia gama de medios, se observó que estas tecnologías tienden a ser utilizadas de manera domesticada, ofreciendo pocas oportunidades para la exploración e investigación.

Palabras clave: Tecnologías digitales. PNLD. La nueva escuela secundaria brasileña.

Recebido em 25/03/2025
Aceito em 30/07/2025

Tangram, Revista de Educação Matemática, Dourados - MS, V.08, e025044. Universidade Federal da Grande Dourados, e-ISSN: 2595-0967

CONSIDERAÇÕES INICIAIS

As tecnologias digitais (TD) têm sido discutidas ao longo de várias décadas no âmbito da Educação Matemática, tanto no cenário nacional quanto internacional (Bairral & Aldon, 2024; Baranauskas & Miskulin, 1994; Bicudo & Rosa, 2010; Borba & Selva, 2013; De Villiers, 2001; Scheffer, 2001). A diversidade de trabalhos é enorme, com variados focos. Estamos interessados, particularmente, em compreender quais e como as tecnologias estão presentes em Livros Didáticos de Matemática (LDM). Esse interesse se relaciona ao fato de que os LDM estão presentes na maioria das escolas públicas brasileiras, graças ao Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD), assim como ser um dos principais materiais utilizados pelos professores de Matemática (Amaral, Mazzi, Perovano & Andrade, 2022). Entendemos que os LDM podem convidar professores a pensar sobre as possibilidades de uso das TD nos processos de ensino e de aprendizagem de Matemática.

No que diz respeito à literatura sobre o assunto, Kenski (2007, p. 25) defende a indissociabilidade entre tecnologia e educação. Para a autora, “as velozes transformações tecnológicas da atualidade impõem novos ritmos e dimensões à tarefa de ensinar e aprender”. Nesse sentido, é fundamental que os demais materiais didáticos que compõem o cenário escolar, como é o caso dos LDM, também acompanhem as evoluções tecnológicas, trazendo possibilidades de integração entre o conteúdo e as diferentes ferramentas existentes.

Corroboramos a afirmação de Amaral et al. (2022): um dos papéis dos LDM é a de fonte de conhecimentos teórico-metodológicos. Segundo os autores, os LDM “podem auxiliar na disseminação de metodologias de ensino, contribuindo com sua formação didática” (Amaral et al., 2022, p. 34). Nesse viés, os LDM se tornam uma potência no incentivo dos docentes à incorporação desse instrumento em suas práticas docentes.

Recentemente, o PNLD passou por uma reformulação, visando, dentre outros objetivos, adequar-se às modificações da Lei de Diretrizes e Bases da Educação (Brasil, 2017). No edital referente ao que viria ser chamado de “Novo Ensino Médio”,

foram criados cinco objetos[1] . Em nosso trabalho, estamos interessados no Objeto 2, concernente às obras didáticas por Áreas de Conhecimento, que, em nosso caso, é a Área de Matemática e suas Tecnologias.

Anteriormente a essa reformulação, tínhamos três LDM, um para cada ano do Ensino Médio. Após a reformulação do Ensino Médio, tivemos um aumento para seis livros, autocontidos, que podem ser utilizados da maneira que o docente e/ou a escola preferir. Para esse objeto, tivemos um total de dez coleções aprovadas, de sete editoras diferentes. Cada editora pôde escolher como sua coleção seria dividida, isto é, quais temáticas seriam abordadas em cada um dos seis livros. Não houve uma padronização. De fato, as diferenças são perceptíveis, como veremos na seção de metodologia.

No recorte aqui apresentado, fruto de uma Iniciação Científica concluída[2], objetivamos discutir como as tecnologias estão presentes em duas coleções de LDM do Novo Ensino Médio, categorizando-as e apontando reflexões sobre quais funções elas assumem no material.

TECNOLOGIAS DIGITAIS EM LIVROS DIDÁTICOS

O PNLD, criado em 1985, passou por diversas atualizações ao longo dos anos (Mazzi e Amaral-Schio, 2021), visando uma melhoria nos processos que o formam. No que diz respeito à presença das TD em LD, em 2011, o PNLD lançou pela primeira vez um edital que permitia que as coleções disponibilizassem materiais digitais (Brasil, 2011). No edital em questão, havia duas possibilidades de submissão por parte das editoras: um conjunto de livros impressos – o que já era comum; ou um conjunto de livros impressos acompanhados por conteúdos multimídias. Como resultado, das dez

[1] Objeto 1: Obras Didáticas de Projetos Integradores e de Projeto de Vida. Objeto 2: Obras Didáticas por Áreas de Conhecimento e Obras Didáticas Específicas. Objeto 3: Obras de Formação Continuada destinadas aos professores e à equipe gestora das escolas públicas do Ensino Médio. Objeto 4: Recursos Educacionais Digitais. Objeto 5: Obras Literárias.

[2] As discussões aqui relatadas se situam em um projeto maior, intitulado "Geometria e tecnologia nos Livros Didáticos de Matemática do Novo Ensino Médio", financiado pelo CNPq, processo n. 421833/2021-1.

coleções aprovadas nesse edital, três foram acompanhadas de conteúdos multimídias.

No edital de 2015, referente ao Ensino Médio, também houve esse convite para a submissão de materiais digitais (Brasil, 2013). No entanto, dentre as oito coleções aprovadas, apenas uma continha esse recurso. Nos anos que seguiram não houve incentivo para a publicação de tais materiais.

De modo a qualificar as TD identificadas nas coleções analisadas, optamos por assumir o esquema elaborado por Ribeiro (2023), que separa as manifestações da TD em duas direções: uma em direção à domesticação e a outra em direção à experimentação, sendo essas direções denominadas pelo autor como “eixos”. Os tópicos ligados ao primeiro eixo são cálculo, verificação de resultados, manipulação das ferramentas e pesquisa online – eventual. Já ao segundo eixo estão vinculados os tópicos de pesquisa online – atividade, pesquisa e criação, exploração e desenvolvimento conceitual (Figura 1).

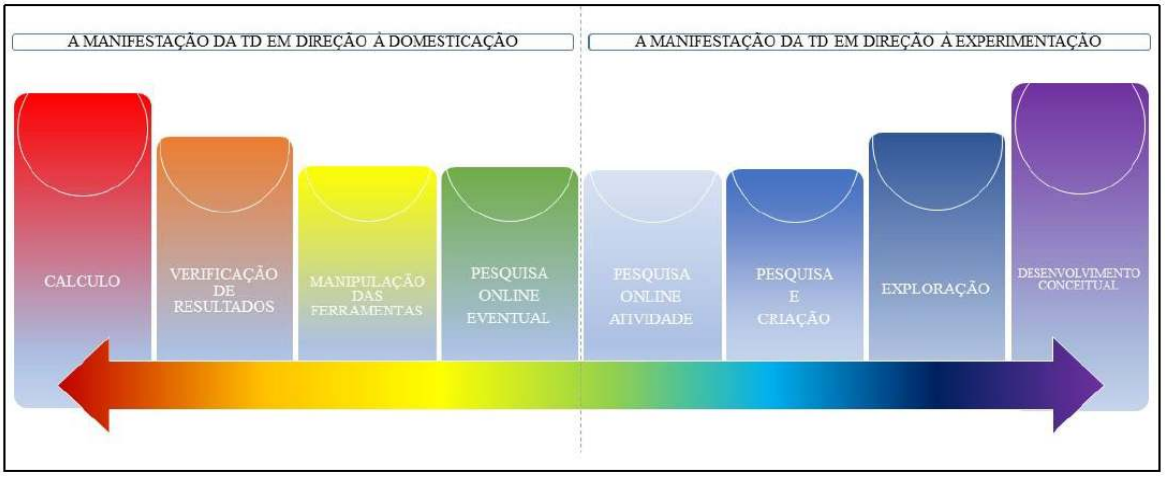


Figura 1. Classificação do papel assumido pelas TD

Fonte: Ribeiro (2023, p. 172).

A seta bidirecional apresentada na Figura 1 diz respeito ao papel do professor frente às atividades com tecnologia. Ribeiro (2023) defende que o professor pode ser visto como um agente de transformação que pode levar uma atividade que utilize as TD de forma domesticada para a direção da experimentação destas TD. Na

experimentação com TD, “podemos afirmar sem sombra de dúvidas que a tecnologia tem um papel primordial em relação ao uso de experimentos em matemática, bem como na Educação Matemática” (Borba & Villarreal, 2005, p. 67, tradução de Ribeiro, 2023).

Inspirados em Ribeiro (2023), utilizamos das investigações para a compreensão dos conceitos matemáticos, as variadas formas matemáticas de representação em uma TD, as criações, as múltiplas maneiras de visualização e a manipulação de objetos matemáticos (no caso da geometria dinâmica). Essas são ações que proporcionam uma reorganização do pensamento humano, assim como as ações humanas transformam a produção do conhecimento com as TD. A compreensão mediante a experimentação pode “nos levar a novas perspectivas e a uma compreensão mais profunda de conceitos e definições, ajudando-nos a melhor compreender o que está sendo discutido” (Mazzi, 2014, p. 27).

Em contrapartida à experimentação, de acordo com Borba e Penteado (2002), “uma mídia é domesticada quando se reproduzem nela práticas inerentes a mídias anteriores, e quando se condiciona a seu uso à expectativa de resultados iguais àqueles obtidos durante a utilização de uma mídia anterior” (Borba & Penteado, 2002, p. 243). Um exemplo que pode elucidar esta situação são atividades que envolvam a ilustração de uma função do primeiro grau utilizando alguma TD. Se a atividade não requerer ao aluno nenhuma manipulação, apenas a plotagem do gráfico sem experimentação, então o software utilizado não provocaria questionamentos e nem justificaria seu uso, porque foi proposta somente a visualização estática da função de primeiro grau, portanto poderia ser reproduzida essa ilustração com outra tecnologia, como lousa e giz.

METODOLOGIA

A ciência respira e se mantém viva a partir do ato de pesquisar. Bicudo (1993, p. 18) afirma que “pesquisar configura-se como buscar compreensões e interpretações significativas do ponto de vista da interrogação formulada”. O ato de pesquisar, evidentemente, é de tamanha importância para o cenário social, trazendo novas

tecnologias, novos olhares para o futuro e para o passado, inclusive explicações para catástrofes, dentre muitas outras contribuições à cidadania. Porém, *o como* se pesquisa precisa ser delimitado já que o modo de se fazer pesquisa não é único.

Bicudo (2012, p. 16) dispõe que a pesquisa qualitativa "engloba a ideia do subjetivo, passível de expor sensações e opiniões. O significado atribuído a essa concepção de pesquisa também engloba noções de respeito, de percepções, de diferenças e semelhanças, de aspectos comparáveis de experiência". No senso comum, o qualitativo é entendido como o oposto ao quantitativo. Um falando de qualidade e tendo relação com o subjetivo, com sentimento, com opiniões acerca das coisas do mundo. Outro, quantificando aspectos objetivos sobre essas coisas. Não entendemos, contudo, como sendo ideias opostas, mas ideias que têm focos distintos e objetivos diferentes. Em nossa acepção, pesquisar qualitativamente ou pesquisar quantitativamente está atrelado aos objetivos que se têm ao investigar o fenômeno observado.

Assumimos, neste trabalho, a abordagem qualitativa, visto que pretendemos aprofundar as compreensões acerca da presença das tecnologias nos LDM. Mais do que apenas quantificar os momentos em que as TD se fazem presentes, pretendemos discutir e fazer relações que vão além dos números obtidos, refletindo sobre aspectos outros que podem emergir.

Tendo em vista essas premissas, cabe apresentarmos o material selecionado para a análise. As coleções analisadas são intituladas por "Prisma Matemática" (Bonjorno, Giovanni Júnior & Sousa, 2020) e "Matemática nos dias de hoje" (Silva, Cevada, Prado & Colpani, 2020). A primeira coleção é composta pelos livros: *Conjunto e funções*; *Estatística, combinatória e probabilidade*; *Funções e progressões*; *Geometria*; *Geometria e trigonometria*; e *Sistemas, matemática financeira e grandezas*. Já a segunda coleção é composta pelos seguintes volumes: *Algoritmos e álgebra*; *Matemática financeira e álgebra*; *Probabilidade e estatística*; *Geometria e álgebra*; *Medidas e geometria*; e *Funções*. Analisamos em nossa pesquisa tanto o Livro do Estudante (LE), quanto o Manual do Professor (MP) de ambas as coleções.

Uma vez com os materiais em mãos, a produção de dados se deu por um movimento de analisar página a página cada um dos livros, buscando por todas as situações em que TD fossem citadas. Com todas as identificações concluídas, foi elaborada uma planilha para organizar os dados encontrados.

Na Tabela 1, a seguir, sintetizamos as tecnologias encontradas em cada um dos materiais, LE e MP.

Tabela 1

Quantificação das TD identificadas na coleção “Prisma Matemática”

Livro do aluno		**Manual do Professor**	
Filme	2	*Software:* Planilha eletrônica	7
Software: Planilha eletrônica	2	Software de geometria dinâmica	11
Software de geometria dinâmica	2	*Software:* GeoGebra	39
Software: GeoGebra	45	*Software:* LibreOffice	4
Software: LibreOffice	8	Links	204
Software: Scratch	10	Calculadora	14
Links	50	Pesquisa na Internet	1
Calculadora	64	Pesquisa em sites	3
Documentário	2	*Software:* Poly	*2*
Pesquisa na Internet	3	Software: Tinkercad	1
Pesquisa em sites	6	Produção de podcast	1
		Produção de vídeo	2
		Mapas virtuais	1
		Impressão de fotografias	1
		Aplicativos de calculadoras científicas e emuladores de financeiras	1
		Uso de Tecnologias digitais	1

Tangram, Revista de Educação Matemática, Dourados - MS, V.08, e025044. Universidade Federal da Grande Dourados, e-ISSN: 2595-0967

		Câmera de smartphone	3
		Uso de smartphones	1
		Aplicativo para celular	2
TOTAL	**194**	**TOTAL**	**299**

Fonte: elaborado pelos autores.

Notamos, uma variedade considerável de tecnologias utilizadas nos diferentes livros, sendo um total de 194 no Livro do Aluno e 299 no Manual do Professor. Em ambos os materiais, destaca-se a quantidade de links disponíveis, indicando referências a serem utilizadas, conexões com os temas discutidos, além de outros tipos de encaminhamentos. Isso contribui para ampliar o assunto, tanto para o professor quanto para o estudante. Ainda cabe pontuar que o software GeoGebra é o mais utilizado pela coleção, além da calculadora também ser bastante requerida.

Com relação à coleção “Matemática nos dias de hoje”, apresentamos, na Tabela 2, as categorias de TD e suas respectivas quantidades de indicações ao uso ao decorrer da obra.

Tabela 2

Quantificação das TD identificadas na coleção “Matemática nos dias de hoje”

Livro do aluno		**Manual do Professor**	
Calculadora científica	1	Acesso a site	1
Calculadora	5	Acesso a blog	1
Conversa online	1	Calculadora	2
Compartilhamento de trabalho on-line	1	Criação de arte digital	1
Criação de arte digital	5	Links	2
Links	1	Mapas virtuais	1
Mapas virtuais	2	Nuvem virtual	1

Tangram, Revista de Educação Matemática, Dourados - MS, V.08, e025044. Universidade Federal da Grande Dourados, e-ISSN: 2595-0967

Pesquisa na internet	10	Pesquisa em sites	6
Pesquisa em sites	1	Pesquisa na internet	11
Postagem em blog	1	Publicação em redes sociais	5
Publicação online	4	Produção de site	1
Publicação em redes sociais	26	Produção de slides	1
Produção de slides	1	Produção de vídeo	4
Produção de vídeo	2	Questionário digital	2
Questionário digital	2	Reprodução de vídeos	3
Software: Planilha Eletrônica	9	*Software* de matemática dinâmica	4
Software de matemática dinâmica	11	*Software*: Planilha Eletrônica	3
Software de Geometria dinâmica	3	Uso de computador	1
Software capaz de monitorar a atividade de uma rede	1	Uso de smartphone	3
Uso de software gráfico	3	Uso de software gráfico	8
Uso de impressora	1		
Uso de câmera	9		
Utilização de ferramentas digitais	1		
TOTAL	**104**	**TOTAL**	**61**

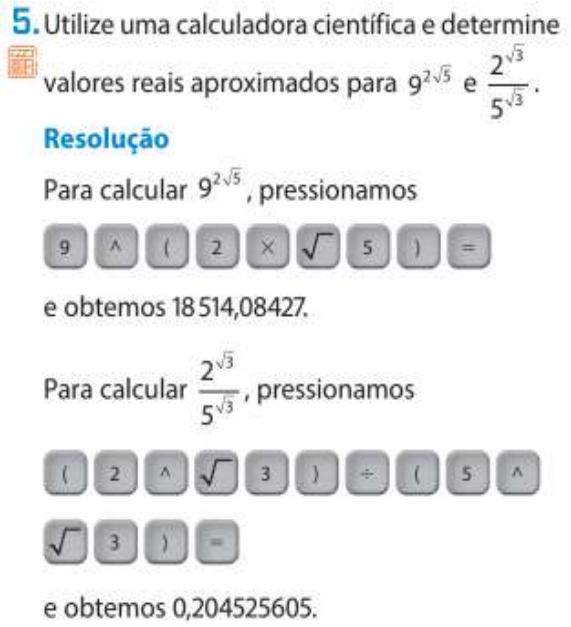
Fonte: elaborado pelos autores.

Podemos observar que a multiplicidade de tecnologias presentes ao decorrer da coleção é grande, assim como na outra coleção de LDM, porém os aparecimentos são menores, sendo quantificados um total de 104 no Livro do Aluno e 61 no Manual do Professor. A categoria que se destacou em quantidade foi ‘publicação em rede social’, que indica que os alunos principalmente compartilhem na rede social da turma trabalhos feitos em sala de aula por meio de fotos ou de posts sobre algum tema específico. Isso corrobora para uma maior visibilidade do que está sendo estudado e criado nas aulas de Matemática, podendo gerar significativas redes online de visibilidade estudantil. Pesquisa na internet e Softwares de Matemática dinâmica

também são amplamente indicadas, na proporção da coleção. A cargo de exemplificação, traremos, na sequência, sete atividades que representam os diferentes papéis assumidos pelas TD presentes nos LDM analisados.

APRESENTAÇÃO E DISCUSSÃO DOS DADOS

Na Figura 2, a seguir, temos a indicação do uso de calculadora. Nessa atividade, os autores inserem o ícone de calculadora em vermelho no canto superior esquerdo da imagem e indicam verbalmente 'utilize uma calculadora científica'. No começo do livro, na introdução, os autores explicam que quando este ícone aparece em alguma atividade, a calculadora pode ser utilizada para facilitar o processo de resolução da atividade.



5. Utilize uma calculadora científica e determine valores reais aproximados para $9^{2\sqrt{5}}$ e $\frac{2^{\sqrt{3}}}{5^{\sqrt{3}}}$.

Resolução

Para calcular $9^{2\sqrt{5}}$, pressionamos

[9] [^] [(] [2] [×] [√] [5] [)] [=]

e obtemos 18 514,08427.

Para calcular $\frac{2^{\sqrt{3}}}{5^{\sqrt{3}}}$, pressionamos

[(] [2] [^] [√] [3] [)] [÷] [(] [5] [^]

[√] [3] [)] [=]

e obtemos 0,204525605.

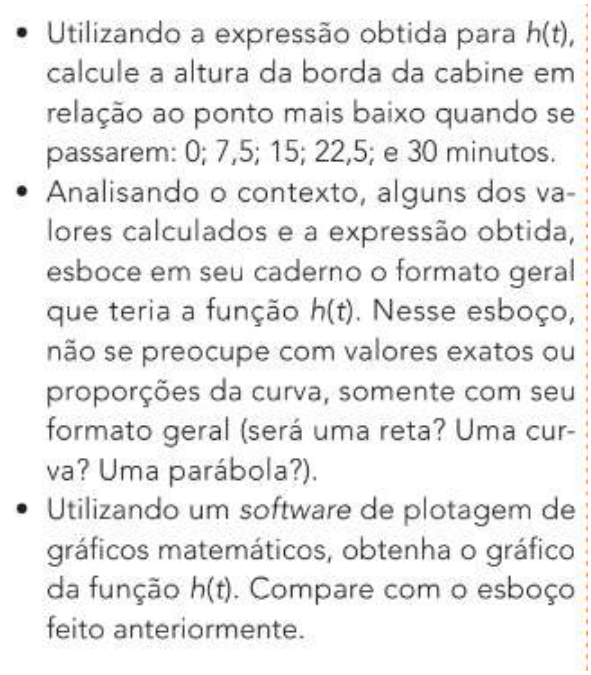
Figura 2. Uso da calculadora científica em atividade

Fonte: Bonjorno, Giovanni Júnior & Sousa (2020b, p. 62).

Entendemos que a proposta do livro, em si, indica um papel de cálculo (Ribeiro, 2023) assumido pela TD. Isto é, a calculadora passa a ser utilizada como uma ferramenta que possibilita a realização de cálculos de forma mais rápida, de modo que a atenção dos alunos seja destinada a outros aspectos e não ao cálculo em si.

Entendemos, no entanto, que a depender do encaminhamento do docente, essa atividade tem potencial para o desenvolvimento conceitual. Ao apresentar ao estudante a ordem das teclas que precisam ser utilizadas para o cálculo solicitado, abre-se uma rica oportunidade para se discutir a importância da ordem das operações em uma certa expressão. Entendemos que esse não é o objetivo do livro com a atividade, entretanto, consideramos necessário destacar esse potencial.

O exemplo, a seguir, ilustrado na Figura 3, está situado no capítulo 'funções periódicas' e propõe que os alunos realizem, no caderno, um esboço de uma função trigonométrica, no caso $h(t) = 66{,}15 - 66{,}15\cos(\Pi/15\, t)$, a partir do cálculo da imagem desta. O objetivo é modelar matematicamente o cálculo da altura de uma cabine em relação ao ponto mais baixo com o passar do tempo.



- Utilizando a expressão obtida para *h*(*t*), calcule a altura da borda da cabine em relação ao ponto mais baixo quando se passarem: 0; 7,5; 15; 22,5; e 30 minutos.
- Analisando o contexto, alguns dos valores calculados e a expressão obtida, esboce em seu caderno o formato geral que teria a função *h*(*t*). Nesse esboço, não se preocupe com valores exatos ou proporções da curva, somente com seu formato geral (será uma reta? Uma curva? Uma parábola?).
- Utilizando um *software* de plotagem de gráficos matemáticos, obtenha o gráfico da função *h*(*t*). Compare com o esboço feito anteriormente.

Figura 3. Uso de software de matemática dinâmica

Fonte: Silva et al. (2020a, p. 148).

A TD, neste caso, assume o papel de verificação de resultados. De acordo com Ribeiro (2023), essa função é assumida quando são empregadas duas tecnologias na situação, uma primeira utilizada para realizar a atividade proposta e outra para verificar os resultados obtidos pelos alunos. Nesse caso, as tecnologias destinadas

ao primeiro momento são lápis e papel, já no segundo momento é utilizado o Software de matemática dinâmica, que assume o papel de verificação de resultados. Essa função faz parte da manifestação das TD em direção à domesticação. Foram feitas 15 indicações do uso desta TD na coleção inteira.

No exemplo, a seguir, é indicado o acesso a uma animação via link (Figura 4). Essa indicação do uso da tecnologia digital "link", que engloba podcasts, vídeos, sites, arquivos textuais e animações, caracteriza-se pela presença de um ou mais endereços de links nas atividades e painéis desta coleção de LD. Nessa coleção, há 215 indicações deste tipo. A animação, neste caso, acontece em um programa criado no GeoGebra. Os autores pedem que o professor assista a uma animação com os estudantes, mas, apesar de receber este nome "animação", o programa não funciona como um vídeo que ao acionar o play vai começar. Nessa animação, o interlocutor precisa mover o controle deslizante para que a animação aconteça, assim como pode selecionar o que deseja mostrar na tela ou não.

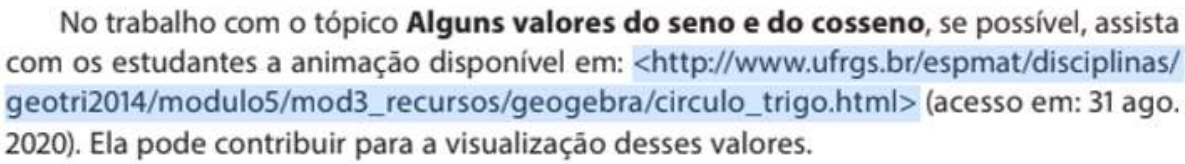

No trabalho com o tópico **Alguns valores do seno e do cosseno**, se possível, assista com os estudantes a animação disponível em: <http://www.ufrgs.br/espmat/disciplinas/geotri2014/modulo5/mod3_recursos/geogebra/circulo_trigo.html> (acesso em: 31 ago. 2020). Ela pode contribuir para a visualização desses valores.

Figura 4. Indicação de uso de animação no GeoGebra

Fonte: Bonjorno, Giovanni Júnior & Sousa (2020a, p. 226).

Na Figura 5, podemos observar que o controle deslizante desta animação controla o raio da circunferência e as seleções que se pode fazer de visualização fixa são os valores de seno, cosseno e tangente.

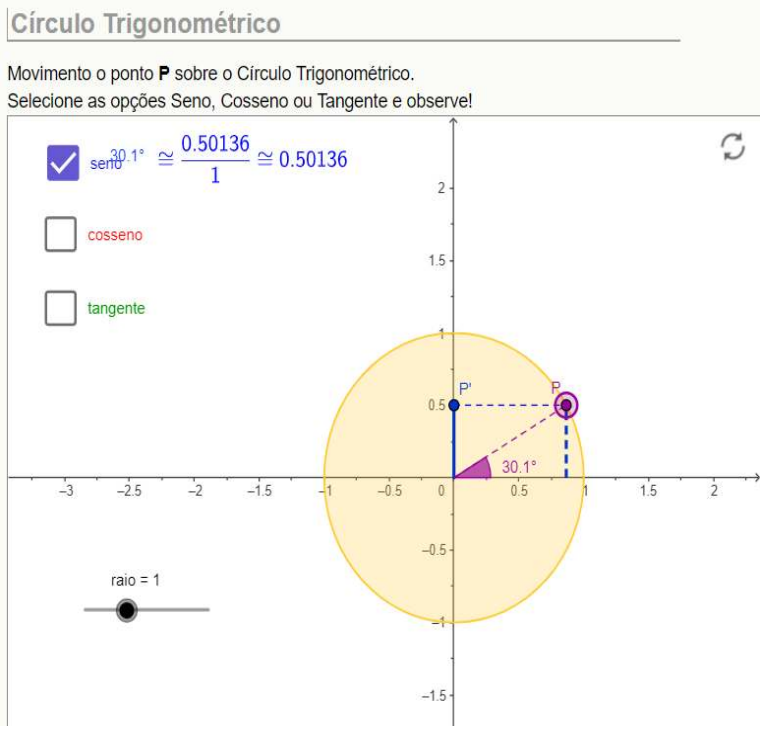


Figura 5. Animação dos valores de seno, cosseno e tangente

Fonte: https://www.ufrgs.br/espmat/disciplinas/geotri2014/modulo5/mod3_recursos/geogebra/circulo_trigo.html

Com base no esquema de Ribeiro (2023), entendemos que o uso da tecnologia, nessa atividade, tem a função de proporcionar a manipulação de ferramentas, na direção da domesticação. Nesse exemplo, os ícones já estão todos prontos, esperando que o estudante apenas clique e verifique o que o software mostra como resultado. Não existem questionamentos no livro que convidem os estudantes a realizarem algum tipo de exploração, mas apenas "observar". Tem-se um ato passivo, como aparece, acima, na tela do GeoGebra. Porém, deve-se dar atenção ao fato que a atividade proposta, mostra potencial quanto aos alunos compreenderem as relações entre os senos e cossenos e os eixos x e y.

Essa atividade, a depender do papel docente, pode ter um enorme potencial. Para melhor desenvolver esta atividade com o auxílio da TD GeoGebra, o professor pode implementar a atividade visando significar as relações entre seno, cosseno e tangente. Aproveitando o ambiente do GeoGebra, pode-se dar espaço aos alunos plotarem as

funções, aqui relatadas, aplicando controles deslizantes nos coeficientes das funções, para que a visualização seja mais dinâmica, tal que a função da TD seja de cunho exploratória. Tentando, assim, dar um novo objetivo à atividade, tal mudança pode gerar novos entendimentos sobre o assunto da parte do aluno. Vemos, no exemplo que segue (Figura 6), um movimento diferente na atividade elencada.

'Linguagem matemática' é o subtema do capítulo em que se situa a próxima atividade (Figura 6). Os autores perguntam ao aluno "Você conhece outros sistemas de numeração antigos? Pesquise alguns deles na internet [...]" (Silva et al., 2020b, p. 17). Em nenhum momento é requerido que o aluno faça algum registro sobre o que vai ser pesquisado ou até mesmo das respostas dos itens da questão, assim, nessa situação, a TD utilizada está assumindo a função de pesquisa online – eventual, conforme Ribeiro (2023). Um raciocínio semelhante se aplica à função de pesquisa online – atividade, pois, de acordo com Ribeiro (2023), nessa função também se encontram as situações nas quais as TD são empregadas apenas nas pesquisas e buscas por informação, porém nesta última função devem ser feitos registros das pesquisas realizadas.

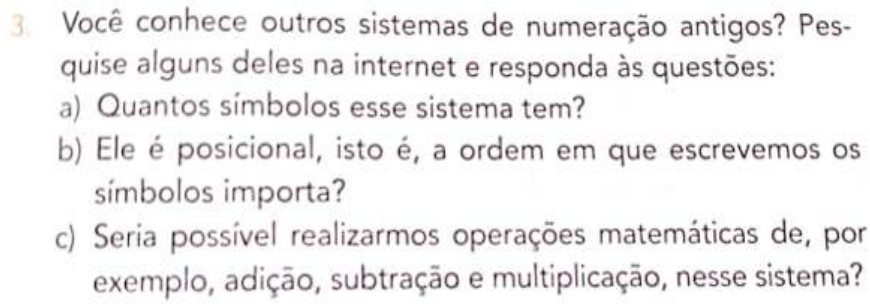

3. Você conhece outros sistemas de numeração antigos? Pesquise alguns deles na internet e responda às questões:
a) Quantos símbolos esse sistema tem?
b) Ele é posicional, isto é, a ordem em que escrevemos os símbolos importa?
c) Seria possível realizarmos operações matemáticas de, por exemplo, adição, subtração e multiplicação, nesse sistema?

Figura 6. Atividade envolvendo pesquisa de Sistemas de Numeração

Fonte: Silva et al. (2020b, p. 17)

A categoria de TD aqui utilizada é 'Pesquisa na Internet'. Outras 20 vezes esta TD é mencionada na coleção de LDM "Matemática nos dias de hoje". Esta é contextualizada em uma situação que envolve o aluno na busca para entender mais sobre a História da Matemática, dentro da camada dos povos antigos e suas Matemáticas, possibilitando que os alunos mergulhem em um processo de

desconstrução da imagem de uma Matemática única e advinda da herança de um único povo endeusado. A seguir, trazemos, na Figura 7, uma atividade que envolve um *Role-Playing Game*[3].

A atividade **1** pode motivar os estudantes a pesquisarem a respeito do *Role-playing game* (RPG). Caso eles já tenham participado desse tipo de jogo, pode-se propor que elaborem um folheto explicando que conceitos matemáticos eles identificam nessa prática. Em relação a esse tema, pode-se indicar o recurso digital "Uma aventura de RPG", disponível em <https://m3.ime.unicamp.br/recursos/1053> (acesso em: 6 set. 2020), que traz uma história de RPG envolvendo a probabilidade.



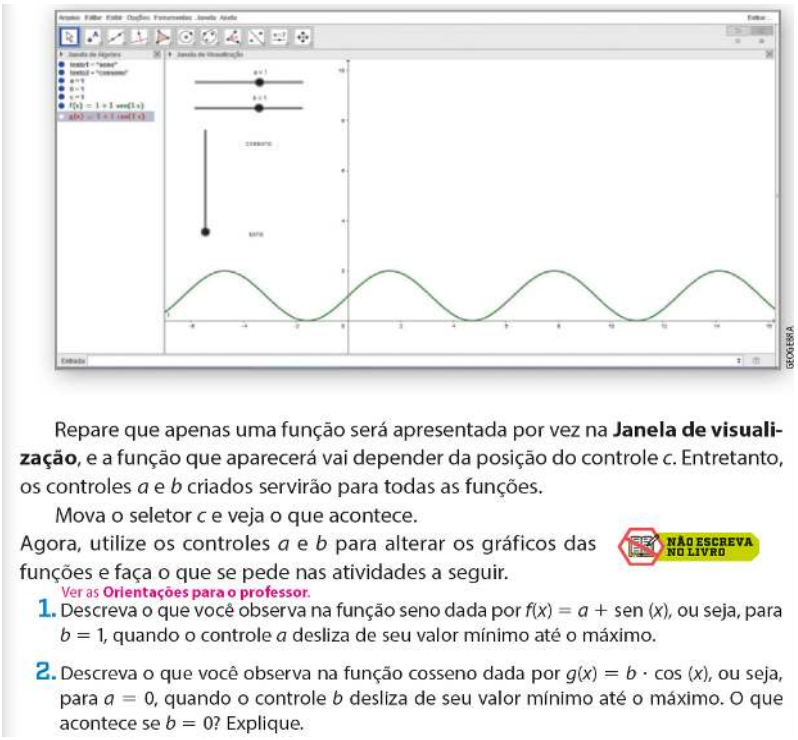
Figura 7. Atividade envolvendo um RPG

Fonte: Bonjorno, Giovanni Júnior & Sousa (2020c, p. 238).

Essa proposta se encaixa no que Ribeiro (2023) caracteriza como Pesquisa e criação, pois solicita ao estudante, em um primeiro momento, que investigue sobre uma ideia que pode ser conhecida ou não, para que, na sequência, crie algum tipo de material que conecte a matemática ao jogo. A tecnologia atrelada a essa atividade é o 'link', neste caso, o link anexado direciona para um site que demonstra um exemplo de RPG, com o intuito de familiarizar os estudantes com o tema da atividade e introduzir noções básicas de probabilidade.

Antes de apresentar a atividade presente na Figura 8, o livro traz uma explicação sobre como é possível criar um controle deslizante no GeoGebra, além de outras informações necessárias sobre o uso dele. Essa indicação do uso de tecnologia foi alocada na categoria software: GeoGebra, havendo 84 indicações deste tipo na coleção.

[3] RPG, sigla para *Role-playing Game*, é um jogo, na maioria das vezes, feito de forma presencial, no qual os jogadores interpretam personagens e existe um mestre que molda o universo e apresenta as aventuras aos outros participantes (Jornal USP, 2022). Disponível em: https://jornal.usp.br/atualidades/role-playing-game-pode-servir-como-ferramenta-para-o-desenvolvimento-de-habilidades-sociais/. Acesso em: 26 set. 2024.



Repare que apenas uma função será apresentada por vez na **Janela de visualização**, e a função que aparecerá vai depender da posição do controle *c*. Entretanto, os controles *a* e *b* criados servirão para todas as funções.

Mova o seletor *c* e veja o que acontece.

Agora, utilize os controles *a* e *b* para alterar os gráficos das funções e faça o que se pede nas atividades a seguir.

NÃO ESCREVA NO LIVRO

Ver as **Orientações para o professor**.

1. Descreva o que você observa na função seno dada por $f(x) = a + \text{sen}(x)$, ou seja, para $b = 1$, quando o controle *a* desliza de seu valor mínimo até o máximo.

2. Descreva o que você observa na função cosseno dada por $g(x) = b \cdot \cos(x)$, ou seja, para $a = 0$, quando o controle *b* desliza de seu valor mínimo até o máximo. O que acontece se $b = 0$? Explique.

Figura 8. Exploração das funções seno e cosseno

Fonte: Bonjorno, Giovanni Júnior & Sousa (2020a, p. 147).

Nessa atividade, mais do que observar, é solicitado ao estudante que ele descreva o que está acontecendo com as funções investigadas, no que diz respeito à variação dos parâmetros a e b. Esse movimento, conforme o esquema de Ribeiro (2023), caracteriza um processo de exploração e, a depender de como é trabalhado pelo docente, pode caminhar para um desenvolvimento conceitual. Esse é um exemplo clássico de experimentação com tecnologias (Mazzi, 2014), que permite que os estudantes criem conjecturas acerca do que estão observando e, com o auxílio da própria tecnologia, podem refutá-las e/ou se convencerem da validade de certo resultado (De Villiers, 2001). As Figuras 9 e 10 concretizam o desenvolvimento conceitual que pertence ao subeixo de exploração e que é o extremo oposto à função de cálculo.

Os autores da coleção de LDM “Prisma Matemática” convidam os alunos: “vamos partir da definição dessa curva chamada parábola, descobrir sua equação e investigar algumas de suas propriedades, que vão justificar por que as antenas e os espelhos

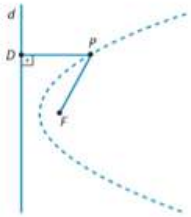
precisam ser parabólicos" (Bonjorno, Giovanni Júnior & Sousa, 2020d, p. 235-236). Essa descoberta começa pela apresentação formal da definição de parábola, seguida da construção de uma parábola no GeoGebra.

[...] vamos partir da definição dessa curva chamada parábola, descobrir sua equação e investigar algumas de suas propriedades, que vão justificar por que as antenas e os espelhos precisam ser parabólicos.

Por questões de simplicidade, tudo o que dissermos de agora em diante se passa num plano.

Definição

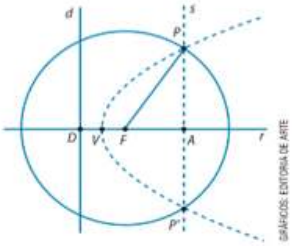
Consideremos uma reta d e um ponto F. Parábola de foco F e diretriz d é o conjunto de todos os pontos cuja distância à reta d é igual à distância ao ponto F.



Na figura acima, se $PD = PF$, então P é um ponto da parábola de foco F e diretriz d.

Para obter diversos pontos de uma parábola, dados o foco F e a diretriz d, trace por F uma reta r perpendicular à diretriz e seja D o ponto de interseção de r e d.

O segmento DF chama-se parâmetro da parábola e o ponto V, médio de DF, é o vértice da parábola. Para cada ponto A da semirreta VF, trace a reta s, perpendicular à r. A circunferência de centro F e raio AD corta s nos pontos P e P', que pertencem à parábola.



Como $PF = AD$, a distância de P ao foco é igual à sua distância à diretriz.

Figura 9. Definição e construção de uma parábola no GeoGebra (parte 1)

Fonte: Bonjorno, Giovanni Júnior & Sousa (2020d, p. 235-236).

Tangram, Revista de Educação Matemática, Dourados - MS, V.08, e025044. Universidade Federal da Grande Dourados, e-ISSN: 2595-0967

Essa definição pode ser explorada no **GeoGebra**. Além disso, sugere-se que os estudantes realizem uma atividade complementar utilizando o *software*. Primeiro, eles devem construir o gráfico da função quadrática definida por $f(x) = \frac{x^2}{4}$. Na sequência, no mesmo sistema de coordenadas cartesianas, eles devem construir o lugar geométrico dos pontos (x, y) cuja distância à reta $y = -1$ seja igual à distância ao ponto $(0, 1)$, ou seja, a parábola com foco em $(0, 1)$ e diretriz $y = -1$. Para isso, solicite a eles que construam a reta $y = -1$, colocando esse comando na caixa de entrada e, da mesma maneira, construam o ponto $A(0, 1)$. Na barra de ferramentas, selecionar, no ícone **Cônicas**, a opção **Parábola** e clicar na reta diretriz e no foco já construídos (tais termos farão sentido aos estudantes se foi trabalhada, anteriormente, a definição geométrica de parábola). Tal construção resultará na mesma parábola que corresponde ao gráfico de *f*, construída inicialmente. Para que isso fique mais visível na janela de visualização, recomenda-se clicar no gráfico da parábola e, em **Propriedades do objeto**, modificar a cor. Na janela de visualização algébrica, a equação correspondente também terá a cor modificada, facilitando a identificação e possibilitando ocultá-la (no marcador ao lado da equação correspondente). Assim, vê-se apenas o gráfico da outra função, evidenciando que são idênticas.

Figura 10. Definição e construção de uma parábola no GeoGebra (parte 2)

Fonte: Bonjorno, Giovanni Júnior & Sousa (2020d, p. 235-236).

A construção da função quadrática $f(x) = \frac{x^2}{4}$, proposta no GeoGebra pela atividade, permite que o aluno conheça mais profundamente o software, inclusive é dada a oportunidade para que ele possa fazer uma construção se apoiando em uma definição, não apenas testar comandos e botões para ver o que acontece. Nesse momento de experimentar, os alunos podem compreender melhor o que é uma parábola e as associações feitas com o conceito e imagens podem ser muito mais vigorosas com o auxílio da TD. Essa atividade propícia que os alunos realizem autonomamente inferências, já que há ferramentas no próprio software que permitem uma facilidade na hora da construção. Desse modo, apoiamo-nos e concordamos com a defesa de Mazzi (2014, p. 26): "a experimentação é um novo modo de aprender Matemática e que ganha uma nova dimensão e poder com o uso da tecnologia".

É importante relatar que dentre as duas coleções de LDM analisados, apenas na coleção "Prisma Matemática", a função de desenvolvimento conceitual está presente, mais especificamente, somente em duas situações as TD assumiram esta função. Ao final do processo de qualificação das funções das TD nos 12 LDM analisados, foram feitas as quantificações dessas funções para criar um panorama dessas duas

Tangram, Revista de Educação Matemática, Dourados - MS, V.08, e025044. Universidade Federal da Grande Dourados, e-ISSN: 2595-0967

coleções de LDM. Podemos visualizar o resultado desse processo no seguinte gráfico de barras.

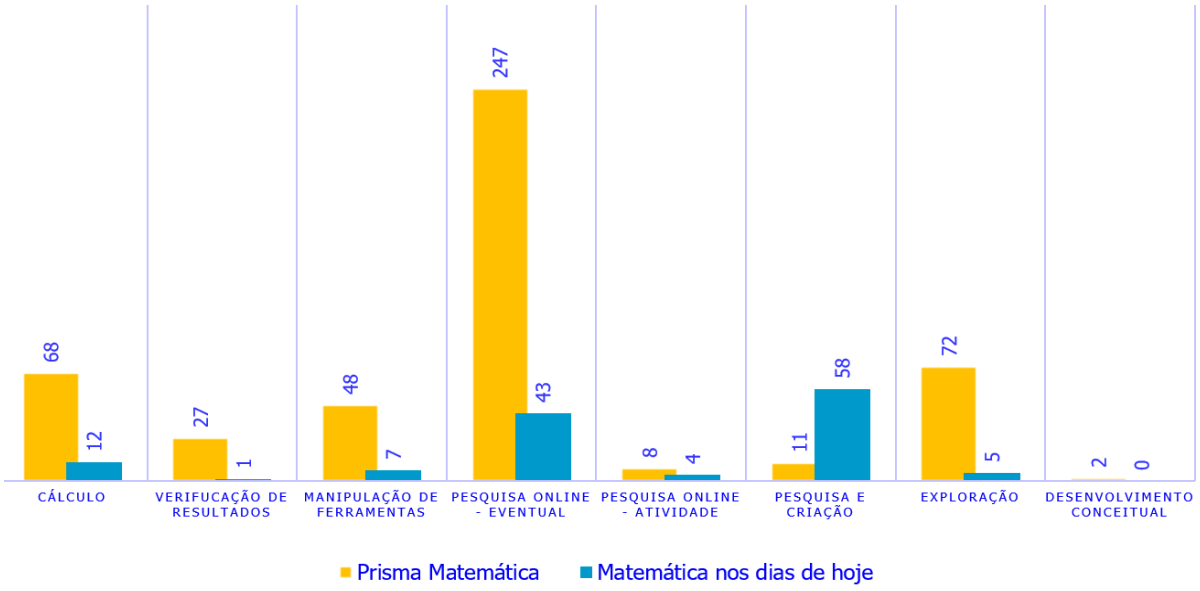


Figura 11. Quantificação das funções assumidas pelas TD

Fonte: elaborado pelos autores (2024).

Há uma desproporcionalidade nas funções que as TD estão assumindo nos materiais analisados. De imediato, visualizamos, na Figura 11, que a função de pesquisa online – eventual, conforme Ribeiro (2023, p. 87), "inclui propostas no LD para os estudantes realizarem uma pesquisa online, sem o intuito de produzir algum material ou registrar as respostas da pesquisa". Essa função se situa no eixo da domesticação, especificamente no subeixo 'sem convite à experimentação', assim, a maioria das TD usadas podem ser domesticadas. Fato desencorajador, já que os materiais disponibilizados aos integrantes do meio escolar devem ser pensados e projetados para que o desenrolar das aulas sejam da melhor forma possível, porém não é o constatado, já que quando ocorre a domesticação das TD, não há justificativas válidas do seu uso.

O cálculo é a segunda função mais assumida nas duas coleções de LDM. Essa função ocupa o extremo da manifestação da TD em direção à domesticação, sendo

assumida quando há painéis e atividades, nas quais o aluno é convidado a desenvolver cálculos com o auxílio de alguma TD, como calculadoras e planilhas eletrônicas.

De acordo com a função 'desenvolvimento conceitual', a qual "inclui painéis e atividades em que a experimentação com TD pode ir além da exploração, propicia-se uma produção de conhecimento, a qual pode se efetivar mediante o desenvolvimento de painéis e atividades que proporcionem uma reorganização do pensamento com a TD" (Ribeiro, 2023, p. 88). Essa função aparece apenas em duas situações nos 12 LDM, este número mostra a despreocupação dos órgãos envolvidos na produção e aprovação dos materiais, no que diz respeito a como as tecnologias digitais estão ali inseridas, ou seja, não há um movimento de aproveitar as TD para que elas ajudem os alunos e professores nos seus processos de ensino e aprendizagem de forma significativa.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Na pesquisa aqui relatada, de abordagem qualitativa, tivemos como objetivo compreender de que modo as tecnologias digitais estão presentes em coleções de Livros Didáticos de Matemática, aprovados pelo PNLD 2021, referentes ao Novo Ensino Médio. Iniciamos nossa discussão trazendo alguns elementos sobre as modificações das políticas públicas que têm alterado a educação básica pública brasileira. Dentre essas mudanças, a criação do chamado Novo Ensino Médio é a principal delas, impactando no PNLD.

No PNLD 2021, referente ao Novo Ensino Médio, tivemos como uma principal modificação o aumento para seis livros didáticos para esta etapa, ficando a cargo das escolas, da gestão escolar e dos docentes o modo como eles serão usados. Ainda, é o primeiro edital do PNLD para esta etapa após a homologação da BNCC, isto é, os livros precisaram seguir as indicações da Base.

Em nossa pesquisa colocamos em foco as Tecnologias Digitais, e seguimos a categorização de eixos e subeixos, elaborada por Ribeiro (2023). Este autor propõe um diagrama de classificação do papel assumido pelas TD (Figura 1), no qual são

representados como extremos, o eixo da manifestação da TD em direção à domesticação e o eixo da manifestação da TD em direção à experimentação.

Nos dados trazidos neste recorte, identificamos mais possibilidades a caminho da domesticação, sendo poucas as que têm um intuito experimental. Reiterando a quase inexistência de painéis e atividades que estejam no extremo da experimentação, apenas tendo duas dessas situações nos 12 LDM. Por outro lado, há 290 situações (Figura 11) nas quais as TD indicadas ao uso assumem o papel de pesquisa online – eventual. Então, após a análise dos LDM, podemos nos apoiar nas quantificações e qualificações feitas e inferir que, nessas coleções de LDM do Novo Ensino Médio, as indicações do uso de TD estão voltadas à pesquisa online – eventual. Ou seja, a função que a maioria das atividades e painéis que propõem o uso de TD não promovem convites à experimentação, o que leva a um processo de domesticação das TD.

Reforçamos, ainda, a importância do professor frente ao uso dos Livros Didáticos de Matemática. Apesar de o livro estar disposto do modo que está, o docente tem autonomia, espera-se, para utilizá-lo da melhor maneira possível, reformulando e adaptando algumas situações, de modo a enriquecê-las. Essa postura é fundamental, visto que é o docente que conhece as especificidades de suas turmas, o contexto de sua escola e os objetivos de seu ensino. Porém, ressalta-se que os materiais didáticos oferecidos aos integrantes do cotidiano escolar devem ser produzidos e pensados de maneira a ajudar o professor a preparar suas aulas e não dificultar ainda mais o processo de ensino e aprendizagem, no caso, da área de Matemática.

Por fim, tendo em vista que os LD são os principais materiais utilizados pelos professores de Matemática (Amaral et al., 2022), deve ser assegurado que estes profissionais tenham em mãos um material que apresente diversidade de atividades que envolvam a experimentação com tecnologia. Assim, o professor terá inspirações para fazer uma aula investigativa ou, àqueles que já utilizam desses recursos, podem ampliar seus horizontes quanto ao repertório de atividades. Essas atividades de caráter experimental exigem do estudante um tipo de engajamento distinto daquele presente em tarefas que demandam apenas respostas fechadas. Ao experimentar, o

Tangram, Revista de Educação Matemática, Dourados - MS, V.08, e025044. Universidade Federal da Grande Dourados, e-ISSN: 2595-0967

estudante é mobilizado em direção ao conhecimento, transformando uma postura passiva – de mera aplicação do que foi visto em exemplos anteriores – em uma experiência de descoberta pessoal e/ou coletiva, permeada de desafios significativos que podem tornar a aprendizagem matemática mais rica e significativa.

AGRADECIMENTOS

Agradecemos ao CNPq pelo financiamento da primeira autora, assim como do Projeto Maior, no qual a pesquisa está inserida.

REFERÊNCIAS

Amaral, R. B., Mazzi, L. C., Andrade, L. V., & Perovano, A. P. (2022). *Livro Didático de Matemática: compreensões e reflexões no âmbito da Educação Matemática* (1ª ed.). Campinas: Mercado de Letras.

Bairral, M., & Aldon, G. (2024). The integration of digital technology in task-design on eye-tracking studies in geometry. *REDIMAT - Journal of Research in Mathematics Education*, 13, 164-179. Recuperado de https://hipatiapress.com/hpjournals/index.php/redimat/article/view/15041/4712. https://doi.org/10.17583/redimat.15041

Baranauskas, M. C. C., & Miskulin, R. G. S. (1994). Logo-tridimensional como estratégia para a exploração de geometria espacial. *Zetetike*, 2(1), 25–36. Recuperado de https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8646923/13825.

Bicudo, M. A. V. (1993). Pesquisa em educação matemática. *Pro-posições*, 4(1), 18-23. Recuperado de https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/proposic/article/view/8644379/11803.

Bicudo, M. A. V. (2012). Pesquisa qualitativa e pesquisa qualitativa segundo a abordagem fenomenológica. In M. C. Borba & J. L. Araújo (Orgs.), *Pesquisa qualitativa em Educação Matemática,* (pp. 111-124). Belo Horizonte: Autêntica.

Bicudo, M. A. V., & Rosa, M. (2010). *Realidade e Cibermundo: horizontes filosóficos e educacionais antevistos* (1ª ed.). Canoas: Editora da ULBRA.

Bonjorno, J. R., Giovanni-Júnior, J. R., & Sousa, P. R. C. (2020a). *Prisma matemática: Geometria e trigonometria*. São Paulo: Editora FTD.

Bonjorno, J. R., Giovanni-Júnior, J. R., & Sousa, P. R. C. (2020b). *Prisma matemática: Funções e progressões*. São Paulo: Editora FTD.

Bonjorno, J. R., Giovanni-Júnior, J. R., & Sousa, P. R. C. (2020c). *Prisma matemática: Estatística, combinatória e probabilidade*. São Paulo: Editora FTD.

Bonjorno, J. R., Giovanni-Júnior, J. R., & Sousa, P. R. C. (2020d). *Prisma matemática: Conjuntos e funções*. São Paulo: Editora FTD.

Borba, M. C., & Penteado, M. G. (2002). Pesquisas em informática e educação matemática. *Educação em Revista*, 36, 239-253. Recuperado de https://periodicos.ufmg.br/index.php/edrevista/article/view/44981/36932.

Borba, M. C., & Villarreal, M. (2005). *Humans-with-media and the reorganization of mathematical thinking: Information and communication technologies, modeling, experimentation and visualization*. New York: Springer.

Borba, R. E. S. R., & Selva, A. C. (2013). Analysis of the role of the calculator in Brazilian textbooks. *ZDM*, 45, 737-750. https://doi.org/10.1007/s11858-013-0517-3

Brasil. (2011). Edital de convocação 06/2011 - CGPLI (PNLD 2014). Brasília, DF: Ministério da Educação. Recuperado de

https://www.fnde.gov.br/phocadownload/programas/Livro_Didatico_PNLD/Editais/PNLD_2014/edital_pnld_2014_-_consolidado_3_alteracao.pdf.

Brasil. (2013). Edital de convocação 01/2013 - CGPLI. Brasília, DF: Ministério da Educação. Recuperado de https://www.fnde.gov.br/phocadownload/programas/Livro_Didatico_PNLD/Editais/PNLD_2015/edital_pnld_2015_ensino_medio_03_07_2013.pdf.

Brasil. (2017). Lei nº 13.415, de 16 de fevereiro de 2017. Estabelece as Diretrizes e Bases da Educação Nacional. Brasília, DF. Recuperado de https://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2015-2018/2017/lei/l13415.htm.

Brasil. (2018). Base Nacional Comum Curricular. Brasília, DF: Ministério da Educação/Secretaria de Educação Básica.

De Villiers, M. (2010). Experimentation and proof in mathematics. In H. B. Jahnke, G. Hanna, & H. Pulte (Orgs.), *Explanation and proof in mathematics: Philosophical and educational perspectives* (pp. 205–221). Toronto: Springer.

Kenski, V. M. (2007). *Educação e Tecnologias: o novo ritmo da informação*. Campinas, SP: Papirus.

Mazzi, L. C. (2014). Experimentação-com-GeoGebra: revisitando alguns conceitos da Análise Real (Dissertação de Mestrado). Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Rio Claro. Recuperado de https://repositorio.unesp.br/server/api/core/bitstreams/ce7dc450-1bac-4730-aed5-43b6d8d4d6cf/content.

Mazzi, L. C. & Amaral-Schio, R. B. (2021). Uma trajetória histórica dos livros didáticos: um foco nas políticas públicas implementadas nos séculos XX e XXI. *Intermaths, 2*(1), 88-105. Recuperado de https://periodicos2.uesb.br/intermaths/article/view/8077/5925. https://doi.org/10.22481/intermaths.v2i1.8077.

Ribeiro, L. H. M. (2023). Tecnologias digitais em uma coleção de livros didáticos de matemática do novo ensino médio (Dissertação de Mestrado). Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", Rio Claro. Recuperado de https://repositorio.unesp.br/entities/publication/b9a118e6-ad97-40b2-b436-4f7a01ea211a.

Scheffer, N. F. (2001). Sensores, informática e o corpo: A noção de movimento no ensino fundamental (Tese de Doutorado). Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", Rio Claro.

Silva, D. R., Cevada, J., Prado, G. G., & Colpani, J. G. B. (2020a). *Matemática nos dias de hoje: Geometria e Álgebra*. São Paulo: Sei Editora.

Silva, D. R., Cevada, J., Prado, G. G., & Colpani, J. G. B. (2020b). *Matemática nos dias de hoje: Algoritmos e Álgebra*. São Paulo: Sei Editora.