

DOI: 10.30612/tangram.v8i1.19231

Registros de Representação Semiótica de funções quadráticas: uma análise das soluções utilizadas por licenciandos em Matemática

Records of Semiotic Representation of quadratic functions: an analysis of the solutions used by Mathematics undergraduates

Registros de Representación Semiótica de funciones cuadráticas: un análisis de las soluciones utilizadas por estudiantes de Matemáticas

Elemilson Barbosa Caçandre

Secretaria Estadual de Educação do Espírito Santo - SEDU

Cachoeiro de Itapemirim, Espírito Santo, Brasil

E-mail: elemilson1010@hotmail.com

Orcid: <https://orcid.org/0000-0002-0122-6306>

Luceli de Souza

Programa de Pós-Graduação em Ensino, Educação Básica e Formação de

Professores – PPGEEDUC

Universidade Federal do Espírito Santo – UFES

Alegre, Espírito Santo, Brasil

E-mail: luceli.souza@ufes.br

Orcid: <https://orcid.org/0000-0001-7121-9059>

Jorge Henrique Gualandi

Professor do Instituto Federal do Espírito Santo - campus Cachoeiro de Itapemirim

Professor credenciado do Programa de Pós Graduação em Ensino, Educação
Básica e Formação de Professores - PPGEEEDUC, da Universidade Federal do
Espírito Santo - UFES, campus de Alegre.
Cachoeiro de Itapemirim, Espírito Santo, Brasil

E-mail: jhguido@gmail.com

Orcid: <https://orcid.org/0000-0002-0302-7650>

Resumo: Em meio às dificuldades que os estudantes possuem sobre o estudo e a apreensão do conceito de funções e a importância do conteúdo que interage com diversas áreas do conhecimento, tais como as Ciências da Natureza e suas Tecnologias, e pelo fato de que seu ensino é desenvolvido pelo professor de Matemática, esta pesquisa buscou identificar os tipos de registros de representação semiótica utilizados por licenciandos em Matemática em tarefas sobre funções quadráticas, após momentos de socialização sobre a Teoria dos Registros de Representação Semiótica. A pesquisa foi desenvolvida com discentes do 2.º e 8.º períodos do curso de licenciatura em Matemática de um campus do Instituto Federal do Espírito Santo. Trata-se de uma pesquisa qualitativa, participante, com interação entre pesquisador e sujeitos. Foi possível observar que os estudantes inicialmente registravam as funções quadráticas prioritariamente pelo registro algébrico e, poucas vezes, pelo gráfico, porém, após o momento de socialização, os estudantes mostraram-se mais desenvoltos na representação do objeto matemático abordado, utilizando os registros algébricos, gráficos, tabular, em linguagem materna e outros. Desse modo, ao utilizar a Teoria dos Registros de Representação Semiótica no processo de ensino de Matemática, percebeu-se que abordagem da teoria proporcionou aos participantes transitar entre vários registros do objeto matemático investigado.

Palavras-chave: Licenciatura em Matemática. Registros de Representação Semiótica. Ensino de Matemática.

Abstract: Given the difficulties that students have in studying and understanding the concept of functions and the importance of content that interacts with various areas of knowledge, such as Natural Sciences and their technologies, and the fact that their teaching is developed by the Mathematics teacher, this research sought to identify the types of semiotic representation registers used by Mathematics graduates in tasks on quadratic functions, after moments of socialization about the Theory of Semiotic Representation Registers. The research was developed with students from the 2nd and 8th periods of the Mathematics undergraduate course at a campus of the Instituto Federal do Espírito Santo. This is a qualitative, participatory research, with interaction between researcher and subjects. It was possible to observe that students initially registered quadratic functions primarily through the algebraic register and, sometimes, through the grammatical register; however, after the moment of socialization, the students showed themselves to be more developed in the representation of the mathematical object addressed, using algebraic, graphic, tabular registers, in their native language and others. Thus, when using the Theory of Semiotic Representation Registers in the Mathematics

teaching process, we will see that the theory's approach allowed participants to move between various registers of the mathematical object investigated.

Keywords: Degree in Mathematics. Records of Semiotic Representation. Teaching Mathematics.

Resumen: Dadas las dificultades que presentan los estudiantes para estudiar y comprender el concepto de funciones y la importancia de los contenidos que interactúan con diversas áreas del conocimiento, como las Ciencias Naturales y sus tecnologías, y dado que su enseñanza es impartida por el profesor de Matemáticas, esta investigación buscó identificar los tipos de registros de representación semiótica utilizados por los graduados en Matemáticas en tareas sobre funciones cuadráticas, tras socialización sobre la Teoría de los Registros de Representación Semiótica. La investigación se desarrolló con estudiantes de 2.^º y 8.^º períodos de la carrera de Matemáticas en un campus del Instituto Federal do Espírito Santo. Se trata de una investigación cualitativa, participativa, con interacción entre el investigador y los sujetos. Se observó que los estudiantes inicialmente registraban funciones cuadráticas principalmente mediante el registro algebraico y, en ocasiones, mediante el registro gramatical; sin embargo, tras la socialización, los estudiantes mostraron un mayor desarrollo en la representación del objeto matemático abordado, utilizando registros algebraicos, gráficos y tabulares, en su lengua materna y otros. Así, al utilizar la Teoría de Registros de Representación Semiótica en el proceso de enseñanza de las Matemáticas, veremos que el enfoque de la teoría permitió a los participantes moverse entre varios registros del objeto matemático investigado.

Palabras clave: Licenciatura en Matemáticas. Registros de representación semiótica. Enseñanza de Matemáticas.

Recebido em 26/11/2024
Aceito em 30/03/2025

CONSIDERAÇÕES INICIAIS

As funções se estabelecem como um conceito trabalhado desde a educação básica até a educação superior, em que são abordadas suas diversas formas, como funções afins, quadráticas, exponenciais, logarítmicas, periódicas, entre outras, sendo aplicadas a diversas situações do cotidiano, como na propagação das ondas eletromagnéticas e no faturamento.

A ampla aplicabilidade das funções reforça sua importância no ensino da matemática, tanto na educação básica quanto na educação superior, uma vez que os resultados mostram dados não muito favoráveis, o que pode ser amenizado por meio de discussões sobre a forma como se ensina esse conceito.

Essas dificuldades são relatadas em pesquisas que constatam o declínio do rendimento em Matemática (Santos; França & Santos, 2007) e o baixo rendimento nas disciplinas de cálculo, que se relaciona com o escasso conhecimento sobre o conteúdo de funções, pois cerca de 70% dos erros em avaliações das disciplinas ocorreram no que se refere ao conceito de funções (Irias, Vieira, Miranda & Silva, 2011).

Diante da importância das funções para a realidade e o baixo resultado obtido desse conceito, este artigo apresentará as representações de funções quadráticas à luz da Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS), analisando os Registros de Representação Semiótica (RRS) de licenciandos em Matemática. Foram escolhidas as funções quadráticas devido à interação com diversas áreas do conhecimento, tais como as Ciências da Natureza e suas Tecnologias, além de se firmarem em outras áreas, como no campo das finanças (Brasil, 2002).

A TRRS, cujo estudo se pauta principalmente nas representações dos objetos matemáticos, foi concebida por Raymond Duval, cuja principal característica é a análise das representações dos objetos matemáticos utilizados pelos estudantes. Seu uso possibilita verificar se o ensino de Matemática se desenvolveu de forma satisfatória, proporcionando a aprendizagem mais próxima da esperada nessa disciplina (Flores, 2006).

Assim, a aprendizagem da Matemática e, consequentemente, das funções quadráticas está ligada à representação de seus conceitos, sendo possível verificar se eles foram aprendidos por meio da identificação das representações utilizadas pelos estudantes. A partir disso, definem-se estratégias para proporcionar um aprendizado efetivo, superando as dificuldades encontradas na Matemática (Duval, 2009).

Desta forma, é importante que haja pesquisas sobre a ação docente e sobre a formação que os licenciandos tiveram durante seu percurso acadêmico, visto que esse profissional será responsável por possibilitar que os estudantes tenham acesso a esse tipo de informação.

Esta pesquisa buscou identificar os tipos de registros de representação semiótica utilizados por licenciandos em Matemática em tarefas sobre funções quadráticas, após momentos de socialização sobre a Teoria dos Registros de Representação Semiótica.

A TEORIA DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA

Raymond Duval, por meio da TRRS, descreve que a representação semiótica dos conceitos matemáticos está intimamente ligada à capacidade de acesso à aquisição do conhecimento, ou seja, a utilização da TRRS no ensino de Matemática favorece o processo da compreensão, pois o registro de representação permite a experimentação e a interpretação, o que beneficia os padrões cognitivos no estudante de induzir, conjecturar, abstrair, generalizar e demonstrar (Duval, 2012).

Duval (2009) argumenta que é necessária a distinção entre o objeto e sua representação, tendo em vista que o mesmo objeto matemático pode ser representado de diferentes formas, fazendo que haja a compreensão da Matemática. O objeto, quando é associado como igual a sua representação, provoca, com o passar do tempo, uma perda de compreensão sobre si mesmo, segundo a explicação de Duval (2009) e Almouloud (2007) argumentam, em seus estudos, que na TRRS nenhum registro pode sobressair entre outros, devido ao fato de que nenhum deles pode ser considerado pelos estudantes como algo de fácil compreensão.

Portanto, a distinção entre os objetos e sua representação é fundamental e propicia a compreensão dos conceitos matemáticos. É a representação que dá subsídios para que os estudantes compreendam o que se ensina nas aulas de matemática: “não há noésis sem semiósis, é a semiósis que determina as condições de possibilidade e de exercício da noésis”, isso “se chamarmos semiósis a apreensão ou a produção de uma representação, e noésis os atos cognitivos como a apreensão conceitual de um objeto” (Duval, 2009, p. 15).

Duval (2018, p. 17) entende que

[...] a aquisição de conhecimentos matemáticos depende do conhecimento de um mesmo objeto em, ao menos, duas representações diferentes uma vez que os objetos matemáticos não são acessíveis empiricamente. Mas depende também das transformações de representações em novas representações no interior de um mesmo registro.

Assim, emergem, a esse contexto, os processos de tratamento e conversão de registros, concebidos por Duval (2017), estabelecendo-se a maneira como a transformação ocorre no interior de um mesmo tipo de registro de representação e a mudança de um tipo de registro de representação para outro, respectivamente.

Para explicitar o processo do tratamento, pode-se utilizar a manipulação de funções quadráticas, no ato de obter os zeros de função (Caçandre, Souza & Gualandi, 2024, p. 23):

No exemplo: $f(x) = x^2 + 5x + 6$

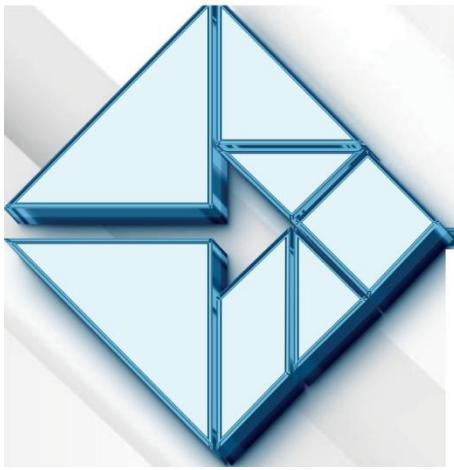
Os zeros de função são os valores de x , variável independente (Dante, 2013), que possuem uma imagem nula. Assim, na função dada, deve-se obter tal valor de forma que: $0 = x^2 + 5x + 6 \Rightarrow 0 = (x + 3).(x + 2) \Rightarrow$

$$x + 3 = 0 \text{ ou } x + 2 = 0, \text{ então } x' = -3 \text{ ou } x'' = -2$$

Houve a manipulação do registro algébrico da função, que possibilitou identificar que -3 e -2 são seus zeros, já que esses valores possuem uma imagem nula, ou seja, os valores de $f(x)$ iguais a zero.

Observa-se que o registro algébrico foi mantido do início ao fim, ao se realizar a fatoração do polinômio, obtendo os zeros de função por meio do processo caracterizado como tratamento de registro (Duval, 2017).

No processo de conversão de registro, pode-se utilizar o exemplo da construção de gráficos cartesianos por meio das leis das funções (Caçandre, Souza & Gualandi, 2024, p. 23):



$$f(x) = x^2 + 1 \text{ (registro algébrico)}$$

Tabela 1. Registro tabular da função

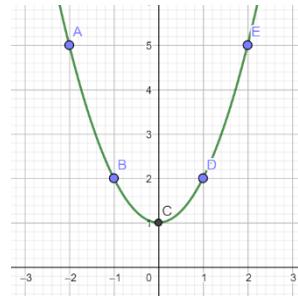
$$f(x)=x^2+1$$

x	f(x) ou y	Par ordenado
-2	5	A (-2, 5)
-1	2	B (-1, 2)
0	1	C (0, 1)
1	2	D (1, 2)
2	5	E (2, 5)

Fonte: Caçandre, Souza & Gualandi, 2024, p. 23

Figura 1. Registro gráfico da função

$$f(x)=x^2+1$$



Fonte: Caçandre, Souza & Gualandi, 2024, p. 23

Nesse exemplo, o licenciando realizou dois processos de conversão de registros, o primeiro do registro algébrico para tabular (Tabela 1) e o segundo do tabular para o gráfico (Figura 1). O fato marcante desse processo constituiu-se na equivalência dos registros, permitindo representar o conceito de funções quadráticas de diferentes formas.

Ao utilizar os processos de conversão e tratamento, coordenando ao menos dois tipos de registros semióticos, o estudante demonstrou que o conceito foi assimilado, pois a compreensão da Matemática está intimamente ligada à capacidade de o sujeito transitar entre diferentes tipos de registros (Duval, 2017).

Entretanto, Duval (2009) enfatiza, em sua teoria, que esse ato de coordenar mais de um tipo de registro é complexo para a maioria dos estudantes, devido, entre outros fatores, ao que o autor determina como “enclausuramento de registro”, que é mantido pela prática docente que não contempla uma variedade de tipos de RRS de um mesmo conceito matemático, fazendo com que o estudante fique preso a representações específicas dos conceitos matemáticos (monorregistro).

Em relação a isso, Duval (2012) destaca que a falta da coordenação de registros não impede a compreensão dos conceitos matemáticos nem colabora para que haja uma aprendizagem concisa e o desenvolvimento cognitivo necessário para utilização futura.

Dessa forma, conhecer os diferentes tipos de registros de representação constitui um passo importante para alcançar a coordenação de registros, que é, em última análise, a ação docente no ensino da Matemática. Os registros de representação semiótica são, nesse contexto, as possibilidades que os indivíduos possuem para “explorar informações ou simplesmente para comunicá-las a um interlocutor” (Duval, 2009, p. 37).

METODOLOGIA

Este artigo constitui-se no quarto¹ recorte da pesquisa realizada no curso de mestrado em Ensino, Educação Básica e Formação de Professores da Universidade Federal do Espírito Santo (UFES), que foi desenvolvida em sete etapas, incluindo aplicação e discussão coletiva (socialização) de tarefas sobre funções quadráticas, além da análise dos Registros de Representação Semiótica utilizados pelos licenciandos.

A pesquisa foi desenvolvida com base nos pressupostos de uma pesquisa participante, utilizando uma abordagem qualitativa de análise de dados, justificadas pela interação entre o pesquisador e os estudantes participantes da pesquisa e pela interpretação dos fenômenos e do foco no processo e no significado (Silva & Menezes, 2001; Gil, 2002). Como instrumentos de produção de dados, foi utilizada a segunda lista de tarefas de funções quadráticas, composta de quatro questões (adaptadas ou não), extraídas do livro didático Matemática: conjuntos e funções, de Bonjorno, Giovanni Júnior e Souza (2020).

¹ 1º Recorte: Caçandre, E. B., de Souza, L., & Gualandi, J. H. (2022). Uma análise das pesquisas sobre funções quadráticas e a Teoria dos Registros de Representação Semiótica. In *Anais do INIC 2022*. https://www.inicepg.univap.br/cd/INIC_2022/anais/arquivos/0714_0611_01.pdf

2º Recorte: Caçandre, E. B., de Souza, L., & Gualandi, J. H. (2024a). A representação de funções quadráticas e a formação inicial de professores. *Journal of culture & technology*, (Edição Especial), 23-29.

3º Recorte: Caçandre, E. B., Souza, L., & Gualandi, J. H. (2024b). A Teoria dos Registros de Representação Semiótica: uma síntese do percurso histórico e suas principais definições. In J. P. C. Erthal, M. A. de Carvalho, T. S. Barroso, & V. H. R. de Abreu (Orgs.), *Epistemologias plurais: ciências humanas, naturais e lógico-matemáticas na pesquisa e formação de professores* (pp. 17-29). Encontrografia Editora. <https://doi.org/10.52695/978-65-5456-075-7.1>.

A tarefa foi submetida a quatro discentes do curso de licenciatura em Matemática do Instituto Federal do Espírito Santo (IFES), dos quais dois foram matriculados no 2.º período, que receberam o nome fictício de Manoela e Mateus, e dois no 8.º período, Ana e Rael. A participação dos alunos deste período justifica-se pelo fato de garantir a presença de estudantes que ainda não haviam estudado funções quadráticas em nível superior (2.º período) e estudantes que já estudaram tal temática (8.º período).

Cabe ressaltar que a pesquisa passou pela apreciação e aprovação do Comitê de Ética em Pesquisa em Seres Humanos da UFES, por meio do CAAE n.º 58906422.7.0000.8151, Parecer n.º 5.549.432, e pelo Comitê de Ética em Pesquisa do IFES, por meio do CAAE n.º 58906422.7.3001.5072, Parecer n.º 5.635.730.

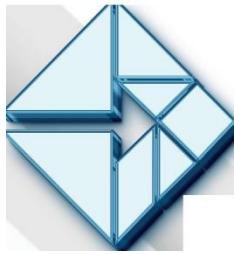
ANÁLISE DOS REGISTROS UTILIZADOS PELOS LICENCIANDOS EM TAREFA DE FUNÇÕES QUADRÁTICAS

As tarefas de funções quadráticas, aqui analisadas, foram realizadas após a socialização sobre as possibilidades de registros na resolução de uma lista de tarefas aplicadas a quatro licenciandos em Matemática, em um espaço de quatro semanas entre elas. A lista de tarefa analisada continha quatro questões de funções quadráticas que abordavam as representações gráficas, algébricas, tabulares e em linguagem materna.

Esse tipo de abordagem permitiu analisar se a discussão sobre a teoria, realizada no momento de socialização, alterou, ou não, a forma com que os estudantes registraram o conceito de funções quadráticas.

A primeira questão contemplava os registros gráficos e algébricos de uma mesma função quadrática, em que, por meio da apresentação de um registro gráfico, solicitava aos estudantes que obtivessem sua representação algébrica, ou seja, sua lei de formação. O processo solicitado na questão constitui-se na conversão de registros, que é fruto da mobilização dos dois registros apresentados e outros que podem surgir da linha de raciocínio dos licenciandos.

A segunda questão estabelecia as possibilidades para que os estudantes representassem as funções quadráticas da maneira que conheciam, realizando



processos de conversão e tratamento de registros. Também permitiu verificar se os estudantes compreenderam o que se refere à representação e ao próprio conceito matemático.

Tabela 2. Respostas das questões 1 e 2, referentes à 2.ª aplicação de tarefas sobre funções quadráticas

<p>Rael</p> <p>① A partir da análise gráfica, podemos observar as seguintes informações: • O gráfico intercepta o eixo y no ponto (0, -10). • A concavidade do gráfico está para baixo. Portanto, podemos concluir que: • $c = -10$ • $a < 0$ $\Rightarrow -x^2 + bx - 10$ logo, por eliminação, temos a letra b como resposta.</p> <p>x y 0 -10 2 0 5 0</p> <p>$\begin{cases} 0 = 0^2 + b \cdot 0 + c = -10 \Rightarrow c = -10 \text{ (I)} \\ a \cdot 2^2 + b \cdot 2 + c = 0 \text{ (II)} \\ a \cdot 5^2 + b \cdot 5 + c = 0 \text{ (III)} \end{cases}$</p>	<p>② a) $y = x^2 - 6x + 5$</p> <p>$\Delta = (-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 5 = 36 - 20 = 16$</p> <p>$x = \frac{6 \pm \sqrt{16}}{2} = \frac{6 \pm 4}{2}$</p> <p>$x^1 = \frac{6+4}{2} = 5$</p> <p>$x^2 = \frac{6-4}{2} = 1$</p> <p>b) x y -2 21 -1 12 0 5 1 0 2 -3 5 0</p> <p>$f(x) = -x^2$</p> <p>$a x^2 + b x c = y$</p> <p>$\begin{cases} a(-1)^2 + b(-1) + c = -6 \\ a(2)^2 + b(2) + c = -4 \end{cases}$</p> <p>$\begin{cases} a - b = -6 \quad (I) \\ 4a + 2b = -4 \quad (II) \end{cases}$</p> <p>$\begin{cases} 4a + 2b = -4 \\ 2a + b = -2 \end{cases}$</p> <p>Subst. em:</p> <p>$-6 - b = -6 \quad (I)$</p> <p>$b = 0 \quad (I)$</p> <p>$a = -6 \quad (II)$</p> <p>c) x y -1 -5 0 -3 2 -5</p> <p>$f(x) = -x^2 + x - 3$</p> <p>$a x^2 + b x c = y$</p> <p>$\begin{cases} a(-1)^2 + b(-1) + c = -5 \\ a(2)^2 + b(2) + c = -5 \end{cases}$</p> <p>$\begin{cases} a - b = -5 \quad (I) \\ 4a + 2b = -5 \quad (II) \end{cases}$</p> <p>$\begin{cases} 4a + 2b = -5 \\ 2a + b = -2.5 \end{cases}$</p> <p>$b = 1 \quad (I)$</p> <p>$a = -6 \quad (II)$</p> <p>③ a) $x^2 - 6x + 5 = 0$</p> <p>$\frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \quad \frac{6 \pm \sqrt{36-4(1)(5)}}{2}$</p> <p>$\frac{6 \pm \sqrt{16}}{2} \quad \frac{6+4}{2} = 5$</p> <p>$x^1 = \frac{6-4}{2} = 1$</p> <p>b) x y 5 0 1 0 0 5</p> <p>$c = 0$</p> <p>$a x^2 + b x c = 0$</p> <p>$a(-1)^2 + b(-1) = -6$</p> <p>$a - b = -6$</p> <p>$-2x \quad a + b = -6$</p> <p>$4a + 2b = -24$</p> <p>$-2a - 2b = 12$</p> <p>$2a = -12$</p> <p>$a = -6$</p> <p>$f(x) = -6x^2$</p> <p>c) (x, y) $(0, 3) \Rightarrow ax^2 + bx + c = 0$ $(-1, -5) \Rightarrow a(-1)^2 + b(-1) + c = -5$ $(2, -5) \Rightarrow a(2)^2 + b(2) + c = -5$</p> <p>$\begin{cases} a + b - 3 = -5 \\ 4a + 2b = -5 \end{cases}$</p> <p>$2x \quad a - b = -2$</p> <p>$4a + 2b = -5$</p> <p>$+ 2a - 2b = -4$</p> <p>$6a + 0 = -4$</p> <p>$a = -\frac{2}{3}$</p> <p>$b = 1$</p> <p>$x$ y 0 3 -1 -5 2 -5</p> <p>$[x^2 + x - 3] \Rightarrow$ lei da formação menor x número os quadrados, mais a soma desse número, menos três é igual a $y(f(x))$.</p>
<p>Matheus</p> <p>x, y $(2, 0), (5, 0), (0, -10)$</p> <p>$[-x^2 + 7x - 10]$</p> <p>$ax^2 + bx + c = f(x)$</p> <p>$4a + 2b + c = 0$</p> <p>$25a + 5b + c = 0 \rightarrow b = -25a + 10$</p> <p>$0 + 0 + c = -10 \rightarrow c = -10$</p> <p>$b = \frac{-25a + 10}{5}, b = -5a + 2$</p> <p>$a = -10$</p> <p>$4a + 2(-5a + 2) - 10 = 0$</p> <p>$4a - 10a + 4 - 10 = 0$</p> <p>$-6a - 6 = 0$</p> <p>$a = -1$</p>	<p>$x^2 - 6x + 5 = 0$</p> <p>$\frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \quad \frac{6 \pm \sqrt{36-4(1)(5)}}{2}$</p> <p>$\frac{6 \pm \sqrt{16}}{2} \quad \frac{6+4}{2} = 5$</p> <p>$x^1 = \frac{6-4}{2} = 1$</p> <p>b) x y 5 0 1 0 0 5</p> <p>$c = 0$</p> <p>$a x^2 + b x c = 0$</p> <p>$a(-1)^2 + b(-1) = -6$</p> <p>$a - b = -6$</p> <p>$-2x \quad a + b = -6$</p> <p>$4a + 2b = -24$</p> <p>$-2a - 2b = 12$</p> <p>$2a = -12$</p> <p>$a = -6$</p> <p>$f(x) = -6x^2$</p> <p>c) (x, y) $(0, 3) \Rightarrow ax^2 + bx + c = 0$ $(-1, -5) \Rightarrow a(-1)^2 + b(-1) + c = -5$ $(2, -5) \Rightarrow a(2)^2 + b(2) + c = -5$</p> <p>$\begin{cases} a + b - 3 = -5 \\ 4a + 2b = -5 \end{cases}$</p> <p>$2x \quad a - b = -2$</p> <p>$4a + 2b = -5$</p> <p>$+ 2a - 2b = -4$</p> <p>$6a + 0 = -4$</p> <p>$a = -\frac{2}{3}$</p> <p>$b = 1$</p> <p>$x$ y 0 3 -1 -5 2 -5</p> <p>$[x^2 + x - 3] \Rightarrow$ lei da formação menor x número os quadrados, mais a soma desse número, menos três é igual a $y(f(x))$.</p>

Fonte: Os autores, por meio dos dados síntese da pesquisa.

Na questão 1, três licenciandos desenvolveram a conversão do registro gráfico para o registro tabular, que, posteriormente, foi convertido em uma representação algébrica, que passou por um tratamento, chegando à lei da função solicitada, algo similar ao apresentado na questão 2, que se estabeleceu também por meio da conversão de registros.

Na questão 1, Rael apresentou duas resoluções, mobilizando registros diferentes, sendo a primeira ligada à conversão do registro gráfico para o algébrico, utilizando as atribuições dos coeficientes determinadas em linguagem natural, que foi utilizada para estimar e obter os valores dos coeficientes da lei da função solicitada, enquanto, na segunda solução, o estudante construiu o sistema e o resolveu parcialmente, chegando também à solução, mobilizando os registros gráficos, algébricos, tabulares e em linguagem natural, que também foram utilizados na representação da questão 2.

A estudante Ana utilizou o método da soma para resolver o sistema linear por completo, realizando também a conversão do registro gráfico para o registro algébrico por meio da extração de pontos do gráfico dado, porém, dando ênfase ao tratamento do registro algébrico, ao obter a solução do sistema linear e, portanto, os coeficientes da lei da função.

O uso dos registros observados pode estar ligado a diversos fatores, como na forma com que aprenderam a lidar com esse tipo de questão, em sua formação ou no momento de socialização oportunizado nesta pesquisa, ou mesmo em relação a seus conhecimentos prévios sobre a temática (Duval, 2017; Almouloud, 2007; Denardi, 2019).

Nas soluções de ambas as questões, observou-se que os estudantes utilizaram mais de um tipo de registro ao responderem a elas, não perpetuando a prevalência de um sobre os demais, o que colabora para a coordenação de registros, defendida como algo positivo para uma aprendizagem concisa da matemática (Duval, 2012).

Na questão 1, os estudantes utilizaram os registros gráficos, tabulares e algébricos e, na questão 2, fizeram o uso dos registros algébricos, em forma de

diagrama, gráfico, em linguagem materna, e os tabulares, dos quais se destacaram o algébrico, tabular e gráfico, por terem sido mais usados.

Pode-se verificar que os participantes da pesquisa conseguiram utilizar, em maior parte das vezes, mais de dois tipos de registros de representação, o que, segundo Duval (2009), possibilita a compreensão dos conceitos matemáticos, além de favorecer o desenvolvimento cognitivo.

Foi observada a mudança ocorrida na representação das funções quadráticas, na tarefa aplicada antes do momento da socialização e explicação da TRRS, na qual os estudantes solucionavam a tarefa com apenas um registro (Caçandre, Souza & Gualandi, 2024) e, na nova tarefa, observaram-se cinco tipos de RRS (Tabela 2). A variedade e aumento das representações podem estar relacionados ao momento de socialização entre as tarefas realizadas, no qual foram demonstradas as possibilidades de representação dos conceitos matemáticos e o aporte de informações agregou conhecimentos a sua formação com estímulos à ação cognitiva dos estudantes e favoreceu o uso de mais registros.

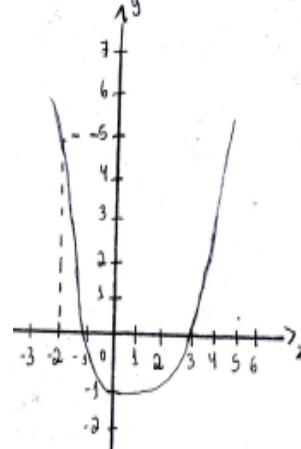
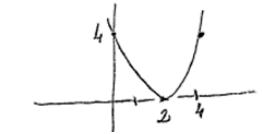
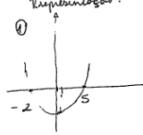
Dessa forma, o ensino e utilização do estudo sobre os RRS se fazem necessários e são importantes no processo de formação inicial dos professores, pois, como defendido por Henriques e Almouloud (2016), o trabalho docente deve basear-se nas múltiplas representações dos conceitos matemáticos, para sua compreensão.

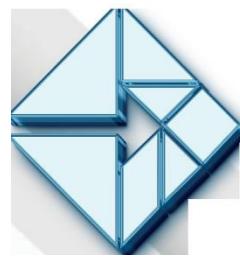
Duval (2009) argumenta que a aprendizagem, quando não pautada nas múltiplas representações, pode desconfigurar o entendimento do próprio conceito matemático, proporcionando aos estudantes uma aprendizagem, de certa forma, limitada. Assim, reforça-se a importância de apresentar/ensinar as diversas representações dos conceitos matemáticos ao longo de todo o currículo da formação inicial dos licenciandos em Matemática.

Na questão 3 (Tabela 3), esperava-se a possibilidade de conversão do registro algébrico para o registro gráfico, possibilitando que os estudantes articulassem elementos desses registros para obter o esboço gráfico solicitado. Na questão 4, seria necessário um tratamento do registro algébrico, utilizando a lei geral dada ou outra forma algébrica possível, como a fatorada, para chegar aos coeficientes apresentados

no registro algébrico incompleto, além de representar a função de pelo menos duas maneiras diferentes.

Tabela 3. Respostas das questões 3 e 4, referentes à 2.^a aplicação de tarefas sobre funções quadráticas

Sujeito	Soluções dadas pelos licenciandos																					
	3. ^a questão	4. ^a questão																				
Manoela	Não respondeu	<p>4(b)</p> <table border="1"> <tr> <td>x</td> <td>y</td> </tr> <tr> <td>4</td> <td>5</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>0</td> <td>-1</td> </tr> <tr> <td>-1</td> <td>0</td> </tr> </table> 	x	y	4	5	3	0	0	-1	-1	0										
x	y																					
4	5																					
3	0																					
0	-1																					
-1	0																					
Rael	<p>3(a) $y = x^2 + 4x + 4$ $\Delta = (4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4$ $\Delta = 16 - 16 = 0$</p> $x = \frac{4 \pm 0}{2} = \frac{4}{2} = 2$ <p>$v = (2, 0)$ é consequentemente é a raiz, visto que $\Delta = 0$, portanto possui raiz única.</p> <p>Outra forma de achar o vértice da função é: $0 = x^2 + 4x + 4$ $0 = (x+2)^2$ $\sqrt{0} = \sqrt{(x+2)^2}$ $0 = (x+2)$ $2 = x$. logo, quando $y=0$, teremos $x=2$ Portanto a coordenada do vértice é $(2, 0)$.</p> <p>Se o vértice da função possuir $y=0$, logo a parábola possui raiz única e correspondente ao vértice.</p> 	<p>4) $f(x) = ax^2 + bx + c$</p> <p>a) raizes $= -2 \text{ e } 5$</p> $\begin{cases} a(-2)^2 + b(-2) + c = 0 \\ a(5)^2 + b(5) + c = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 4a - 2b = -10 \quad (1) \\ 25a + 5b = -50 \quad (2) \end{cases}$ $\begin{cases} 20a - 10b = -50 \\ 25a + 5b = -50 \end{cases} \quad \begin{cases} 4(-5) - 2b = -10 \\ -4 - 2b = -10 \end{cases}$ $\begin{cases} 20a - 10b = -50 \\ 25a + 5b = -50 \end{cases} \quad \begin{cases} b = \frac{-6}{-2} \\ b = 3 \end{cases}$ $20a = -50 \quad \therefore a = -\frac{1}{2} \quad (4)$ $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 3x + 10$ <p>b)</p> <table border="1"> <tr> <td>x</td> <td>y</td> </tr> <tr> <td>-5</td> <td>-30</td> </tr> <tr> <td>-2</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>-1</td> <td>5</td> </tr> <tr> <td>0</td> <td>10</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>12</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>12</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>12</td> </tr> <tr> <td>4</td> <td>10</td> </tr> <tr> <td>5</td> <td>0</td> </tr> </table> 	x	y	-5	-30	-2	0	-1	5	0	10	1	12	2	12	3	12	4	10	5	0
x	y																					
-5	-30																					
-2	0																					
-1	5																					
0	10																					
1	12																					
2	12																					
3	12																					
4	10																					
5	0																					
Ana	<p>3) $y = x^2 - 4x + 4$ $\Delta = 16 - 4 \cdot 1 \cdot 4 \quad x = \frac{4 \pm 0}{2}$ $\Delta = 0$</p>  <p>$x' = x$ é a "zona da função".</p> <p>Vértice da parábola é $(2, 0)$</p>	<p>4) a) $c = 10$</p> $\begin{cases} a(-2)^2 + b(-2) + 10 = 0 \\ a(5)^2 + b(5) + 10 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 4a - 2b + 10 = 0 \\ 25a + 5b + 10 = 0 \end{cases}$ $\begin{cases} 4a - 2b + 10 = 0 \quad (1) \\ 25a + 5b + 10 = 0 \quad (2) \end{cases} \quad \begin{cases} a = 1 \quad b = 7 \\ x^2 + 7x + 10 = 0 \end{cases}$ $\begin{cases} 20a - 10b + 50 = 0 \\ 50a + 10b + 10 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x^2 + 7x + 10 = 0 \\ 70a + 20 = 0 \end{cases}$ $\begin{cases} 20a - 10b + 50 = 0 \\ 50a + 10b + 10 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} a = 1 \\ b = 7 \end{cases}$ $\begin{cases} 70a + 20 = 0 \\ a = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} 2.1 - 2.7 + 10 = 0 \\ 4 - 14 + 10 = 0 \end{cases}$ $\begin{cases} 70a + 20 = 0 \\ a = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} -10 = 0 \\ a = 1 \end{cases}$ $\begin{cases} 4 - 14 + 10 = 0 \\ -10 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 4 - 2b + 10 = 0 \\ -2b = -14 \end{cases}$ <p>representações:</p> <p>1)</p>  <p>2)</p> <table border="1"> <tr> <td>x</td> <td>y</td> </tr> <tr> <td>-2</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>18</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>24</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>40</td> </tr> <tr> <td>4</td> <td>54</td> </tr> </table>	x	y	-2	0	1	18	2	24	3	40	4	54								
x	y																					
-2	0																					
1	18																					
2	24																					
3	40																					
4	54																					



<p>③ $y = x^2 - 4x + 4$</p> <table border="1" style="margin-bottom: 10px;"> <tr><th>x</th><th>y</th></tr> <tr><td>2</td><td>0</td></tr> <tr><td>1</td><td>1</td></tr> <tr><td>-1</td><td>9</td></tr> <tr><td>0</td><td>4</td></tr> </table> <p>$\frac{4 \pm \sqrt{16 - 4(1)(4)}}{2} \quad x' = \frac{4 \pm \sqrt{0}}{2} = 2$ $x'' = \frac{4 - 0}{2} = 2$</p> <p><i>raiz e vértice?</i></p> <p>$3^2 - 4(3) + 4$ $9 - 12 + 4 = 1$</p> <p><i>raiz → são os valores que x assume e fazem com que y seja igual a zero.</i></p>	x	y	2	0	1	1	-1	9	0	4	<p>$f(x) = ax^2 + bx + c$</p> <p>a) $a = b = ?$</p> <p>$4a - 2b + 10 = 0$ $2a + 5b + 10 = 0$</p> <p>$5b = -10 - 25a$ $b = \frac{-10 - 25a}{5}$</p> <p>$b = -2 - 5a$ $b = -2 - 5(-1)$ $b = -2 + 5$ $b = 3$</p> <p>$-x^2 + 3x + 10$</p> <p>$-(-2)^2 + 3(-2) + 10 = y$ $-4 - 6 + 10 = y$ $[y = 0]$</p> <p>b)</p> <table border="1" style="margin-bottom: 10px;"> <tr><th>x</th><th>y</th></tr> <tr><td>0</td><td>10</td></tr> <tr><td>-2</td><td>0</td></tr> <tr><td>5</td><td>0</td></tr> </table> <p>$-x^2 + 3x + 10$</p> <table border="1" style="margin-bottom: 10px;"> <tr><th>x</th><th>y</th></tr> <tr><td>0</td><td>10</td></tr> <tr><td>-2</td><td>0</td></tr> <tr><td>5</td><td>0</td></tr> </table> <p>$2a - b + 5 = 0$ $2a - (-2 - 5a) + 5 = 0$ $2a + 2 + 5a + 5 = 0$ $7a + 7 = 0$ $a = -\frac{7}{7} = -1$</p> <p><i>$f(x)$ é igual a menor quadrado de um número, somado ao triplo do mesmo número e com o a adição de uma degenerada.</i></p>	x	y	0	10	-2	0	5	0	x	y	0	10	-2	0	5	0
x	y																										
2	0																										
1	1																										
-1	9																										
0	4																										
x	y																										
0	10																										
-2	0																										
5	0																										
x	y																										
0	10																										
-2	0																										
5	0																										

Fonte: Os autores, por meio dos dados sínteses da pesquisa.

Nas soluções da questão 3, quatro estudantes apresentaram os registros gráficos como solicitados e, para isso, fizeram o uso de outros registros, como o tabular e em linguagem materna. Isso demonstra que a questão, mesmo ao solicitar um registro em específico, possibilitou aos estudantes utilizar outras formas de representar os conceitos matemáticos, devido ao processo de conversão de registro que estavam realizando.

Duval (2009) destaca que o processo de conversão de registro realizado pelos estudantes tem certo grau de dificuldade, pois o ensino não privilegia esse tipo de processo, focando, em grande parte das vezes, o tratamento dos conceitos matemáticos. O autor aponta três razões que favorecem a não abordagem do processo de conversão de registro: (1) a inexistência de regra de conversão; (2) a mudança de registro é realizada para simplificar e economizar tratamentos; e (3) o pensamento de que esse processo se pauta pelo imediatismo e pela simplicidade de mudança de registro.

Porém, mesmo com o grau de dificuldades apontado na TRRS, os estudantes fizeram uso desse processo, buscando a representação dos conceitos matemáticos e explicitando seus conhecimentos sobre o conceito de funções quadráticas.

O processo desenvolvido pelos estudantes proporcionou ampliação nos vários tipos de registros que foram apresentados, pois, ao utilizarem mais representações, o estudante desenvolveu o que se estabelece como coordenação de registros, processo no qual indica que a aprendizagem da Matemática se consolidou nesses conceitos, favorecendo o desenvolvimento cognitivo (Duval, 2009; 2012; 2017).

O processo desenvolvido pelos estudantes apresentou representações diferentes. Rael realizou o tratamento do registro algébrico para obter o vértice e os zeros de função, para, posteriormente, convertê-los em um registro gráfico, além de obter os vértices pela fatoração do registro algébrico, chegando ao valor que corresponde ao vértice da parábola.

Já o estudante Mateus realizou o tratamento do registro algébrico para obter o vértice e os zeros de função, seguido da conversão do registro algébrico para o tabular e, posteriormente, para o registro gráfico, enquanto Ana desenvolveu o tratamento do registro algébrico para obter o vértice e os zeros de função e, posteriormente, convertê-los em um registro gráfico.

O enunciado da tarefa solicitava uma conversão do registro algébrico para o gráfico, porém observou-se que foram utilizados outros processos e registros para chegar ao almejado, como o tratamento de registro e os registros tabular e algébrico.

Na questão 4, Rael, Ana e Mateus utilizaram o mesmo procedimento para a resolução do item a, quando realizaram o tratamento do registro algébrico para obter os coeficientes, fazendo uso de sistemas lineares e os valores de zeros da função dada. A estudante Manoela apresentou a representação solicitada no item b.

Como na questão 2 da lista, uma diversidade de registros utilizados, demonstrando que os estudantes passaram a compreender a possibilidade de representar as funções quadráticas pelos registros gráficos, tabulares, algébricos, por diagrama e em linguagem materna, evidenciando uma variedade de representações.

Na resolução desta questão, tornou-se evidente a múltipla representação do conceito função quadrática, que possibilitou a coordenação de registros, porque os estudantes reconheceram pelo menos duas representações possíveis para o mesmo conceito matemático, o que colabora para a aprendizagem da Matemática, conforme defendem Duval (2009), Henriques e Almouloud (2016).

Essa coordenação de registros evidenciou o uso do que D'Amore, Pinilla e Iori (2015, p. 137) argumentaram como “as duas características semióticas essenciais que constituem a atividade Matemática” que se constituem na “escolha do registro de representação e escolha da representação nesse registro” e as “transformações das representações”, pois a resolução da questão em análise exigiu mais aporte cognitivo da representação do conceito: a opção pelo melhor registro para tal situação, possibilitando realizar as transformações necessárias.

Os estudantes passaram a apresentar essas características essenciais, bem como a coordenação de registros, depois de terem acesso a essa temática no momento de socialização, reforçando que o professor deve trabalhar tais competências em suas aulas, demonstrar conhecimento de tais temáticas e tornar possível a apresentação/discussão com os estudantes (D'amore, Pinilla & Iori, 2015).

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esta investigação foi pautada na Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS) de Duval (2009), que se estabelece no âmbito da Matemática, cujos pressupostos teóricos apontam que a apreensão dos conteúdos matemáticos está ligada às múltiplas representações neles utilizadas.

Observou-se que os estudantes participantes da pesquisa conseguiram fazer uso de mais tipos de registros de representação do conceito abordado, tais como os registros algébricos, gráficos, tabulares, diagramas e linguagem materna, o que demonstrou que depois de terem sido expostos à TRRS e às diferentes formas de expressar um conceito matemático os estudantes fizeram uso de mais registros.

Além do uso dos registros, os processos realizados pelos licenciandos demonstraram maior coordenação, o que sugere melhor desenvoltura no que se refere à manipulação das representações das funções quadráticas e, consequentemente, maior conhecimento sobre a temática.

Os estudantes, após a discussão e apresentação das possibilidades de representação, demonstraram um número maior de representações do conceito abordado, o que sugere que a instrução sobre a temática favoreceu as diferentes formas que utilizaram para a solução das tarefas.

Faz-se necessário que a TRRS seja atrelada ao processo de ensino da Matemática de forma mais incisiva, perpassando desde a educação básica e cursos superiores até a formação continuada dos professores de Matemática. Essa articulação entre TRRS e ensino pode favorecer o desenvolvimento educacional, melhorando os índices gerais de aprendizagem da Matemática no Brasil, e contribuir para a formação básica de diferentes profissões importantes para o crescimento de um país.

REFERÊNCIAS

- Almouloud, S. A. (2007). *Fundamentos da didática da matemática*. UFPR.
- Bonjorno, J. R., Giovanni Júnior, J. R., & Sousa, P. R. C. (2020). *Matemática: Conjuntos e funções* (1^a ed.). Editora FTD.
- Brasil, Ministério da Educação, Secretaria da Educação Média e Tecnológica. (2002). *PCN+ Ensino Médio — Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias*. MEC/SEMT.
- Caçandre, E. B., Souza, L., & Gualandi, J. H. (2024). A Teoria dos Registros de Representação Semiótica: uma síntese do percurso histórico e suas principais definições. In J. P. C. Erthal, M. A. de Carvalho, T. S. Barroso, & V. H. R. de Abreu (Orgs.), *Epistemologias plurais: ciências humanas, naturais e lógico-matemáticas na pesquisa e formação de professores* (pp. 17-29). Encontrografia Editora. <https://doi.org/10.52695/978-65-5456-075-7.1>
- D'Amore, B., Pinilla, M. I. F., & Iori, M. (2015). *Primeiros elementos de semiótica: Sua presença e sua importância no processo de ensino-aprendizagem da matemática*. Editora Livraria da Física.
- Denardi, V. B. (2019). *Contribuições das representações semióticas para compreensão de conceitos fundamentais para o cálculo diferencial e integral por alunos de um curso de licenciatura em matemática* [Tese de Doutorado, Universidade Franciscana].

- Duval, R. (2009). *Semiósis e pensamento humano: Registros semióticos e aprendizagens intelectuais*. Editora Livraria da Física.
- Duval, R. (2012). Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento. (M. T. Moretti, Trad.). *Revista Eletrônica de Educação Matemática*, 7(2), 266-297.
- Duval, R. (2017). Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo da compreensão matemática. In S. D. A. Machado (Ed.), *Aprendizagem em Matemática: Registros de representação semiótica* (pp. 7-25). Papirus Editora.
- Duval, R. (2018). Como analisar a questão crucial da compreensão em matemática? (M. T. Moretti, Trad.). *REVEMAT: Revista Eletrônica de Matemática*, 13(2), 1-27.
- Flores, C. R. (2006). Registros de representação semiótica em matemática: História, epistemologia, aprendizagem. *Boletim de Educação Matemática*, 19(26), 1-22.
- Gil, A. C. (2002). Como elaborar projetos de pesquisa (4^a ed.). Atlas.
- Henriques, A., & Almouloud, S. A. (2016). Teoria dos registros de representação semiótica em pesquisas na educação matemática no ensino superior: Uma análise de superfícies e funções de duas variáveis com intervenção do software Maple. *Ciência & Educação (Bauru)*, 22(2), 465-487.

- Irias, D. F., Vieira, J. P., Miranda, P. R., & Silva, R. C. (2011). Cálculo diferencial e integral I: Analisando as dificuldades dos alunos de um curso de licenciatura em matemática. *Revista da Educação Matemática*, 1.
- Santos, J. A., França, K. V., & Santos, L. S. B. (2007). *Dificuldades na aprendizagem de matemática* [Monografia de Graduação, Centro Universitário Adventista de São Paulo].
- Silva, E. L., & Menezes, E. M. (2001). Metodologia da pesquisa e elaboração de dissertação (3^a ed.). Universidade Federal de Santa Catarina. Disponível em
https://projetos.inf.ufsc.br/arquivos/Metodologia_de_pesquisa_e_elaboracao_de_teses_e_dissertacoes_4ed.pdf (Acesso em 25 de outubro de 2021).