Tangram
Revista de Educação Matemática

DOI: 10.30612/tangram.v7i4.18280

GeoGebra-Ferramenta Para Explorar Atividades Históricas Sobre Números Figurados Desde Sua Representação Geométrica

GeoGebra-Tool to Explore Historical Activities About Figurative Numbers From Their Geometric Representation

GeoGebra-Tool to Explore Historical Activities About Figurative Numbers From Their Geometric Representation

Edwin Jun Iassanori Yassunaga
Faculdade de Tecnologia de Lins-Professor Antonio Seabra, FATEC
Lins, São Paulo, Brasil
E-mail: edwinjunyassunaga@gmail.com
Orcid: 0009-0006-4264-9715

Adriana de Bortoli
Faculdade de Tecnologia de Lins-Professor Antonio Seabra, FATEC e
PPGECNM- Universidade Federal do Rio Grande do Norte-UFRN
Lins, São Paulo, Brasil
E-mail: adrianadebortoli1@hotmail.com
Orcid: 0000-0003-2524-4987

Resumo: Com este artigo, fruto de uma pesquisa qualitativa de cunho bibliográfico, objetiva-se contribuir com discussões no cenário de pesquisas desenvolvidas na Educação Matemática, cuja temática versa sobre as possíveis articulações entre História da Matemática e Tecnologias Digitais, a partir da descrição de atividades históricas, viabilizadas pelo software GeoGebra, referente aos Números Figurados (NF). Assim, intenciona-se adicionar a essas pesquisas novas possibilidades, pautadas no uso do software GeoGebra para o ensino de matemática, diante de problemas históricos, em específico sobre NF. Considera-se o referencial teórico sobre o uso de problemas históricos, a elaboração de atividades históricas e o uso de tecnologias digitais no ensino, em particular, o GeoGebra. Pondera-se que o uso do GeoGebra para a visualização de sequências numéricas estudadas pelos pitagóricos, ganha o caráter adicional a suas estruturas algébricas, a contar da exploração de seu caráter visual desde a exploração pelos computadores e/ou celulares.

Palavras-chave: História da Matemática. GeoGebra. Números Figurados.

Abstract: This article, the result of qualitative research, of a bibliographic nature, aims to contribute to discussions in the scenario of research developed in Mathematics Education whose theme deals with the possible articulations between the History of Mathematics and Digital Technologies, based on the description of historical activities made possible by the GeoGebra software regarding Figurative Numbers (NF). Thus, the intention is to add new possibilities to this research, based on the use of GeoGebra software, for teaching mathematics based on historical problems, specifically on NF. The theoretical framework on the use of historical problems, elaboration of historical activities and the use of digital technologies in teaching, in particular, GeoGebra, is considered. It is considered that the use of GeoGebra to visualize numerical sequences studied by the Pythagoreans, gains additional character to their algebraic structures from the exploration of their visual character from explorations on computers and/or cell phones.

Keywords: History of Mathematics. GeoGebra. Figurative Numbers.

Resumen: Con este artículo, resultado de una investigación cualitativa, de carácter bibliográfico, se pretende contribuir a las discusiones en el escenario de las investigaciones desarrolladas en Educación Matemática cuya temática aborda las posibles articulaciones entre la Historia de las Matemáticas y las Tecnologías Digitales, a partir de la descripción de actividades históricas posibles gracias al software GeoGebra en relación con los Números Figurativos (NF). Así, se pretende añadir nuevas posibilidades a esta investigación, basadas en el uso del software GeoGebra, para la enseñanza de matemáticas basadas en problemas históricos, específicamente en NF. Se considera el marco teórico sobre el uso de problemas históricos, elaboración de actividades históricas y el uso de tecnologías digitales en la enseñanza, en particular, GeoGebra. Se considera que el uso de GeoGebra para visualizar secuencias numéricas estudiadas por los pitagóricos, gana carácter adicional a sus estructuras algebraicas a partir de la exploración de su carácter visual a partir de exploraciones en computadoras y/o teléfonos celulares.

Palabras clave: Historia de las Matemáticas. GeoGebra. Números Figurativos.

Recebido em
21/08/2024
Aceito em
18/11/2024

CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Diante das preocupações sobre ensino e aprendizagem de matemática, em várias perspectivas teóricas da Educação Matemática, são apresentadas pesquisas e os resultados das mesmas, visando possibilitar melhorias a esse processo. Nesse cenário de investigação, nas últimas cinco décadas do século XX e início do século XXI (Mendes, 2022a), têm ocorrido o que o autor intitula de tendências híbridas da pesquisa em História da Matemática.

Um estudo teórico sobre a interação entre a História da Matemática (HM) e Tecnologias Digitais (TD) foi realizado pelos autores Thomsen, Jankvist e Clark em 2022. Na revisão da literatura, buscaram por artigos, capítulos de livros e anais de eventos de História da Matemática, além de questionarem quais publicações, realmente, incorporam esta interação e quais os propósitos do uso da HM e das TD, também abordaram, inclusive, a questão do papel das perspectivas teóricas da Educação Matemática (ou a falta delas) nas publicações identificadas. Mapearam 33 trabalhos produzidos ao longo de 35 anos. Desses 33, elegeram 24, pela condição inicial de serem trabalhos que utilizam fontes históricas primárias. Nessa investigação, discutem, ainda que de forma não prioritária, as formas dos usos de história, segundo a distinção feita por Jankvist (2009) entre história como ferramenta e história como objetivo. Concluem que, ao longo das últimas três ou quatro décadas, o HPM[1] levou em consideração o potencial das TDs na sala de aula, incluindo-o no seu portfólio de investigação. No entanto, a análise ilustra que este subcampo, por mais promissor que seja, ainda está longe de estar desenvolvido.

No âmbito nacional, diversos investigadores têm se dedicado à temática, quer com nomenclaturas diferenciadas, quer, inclusive, com abordagens distintas. A exemplo, Sanchéz, Mendes, Castillo (2023) usam o termo “tendências híbridas”. Sousa (2020, 2021) nomeia de “aliança” as pesquisas que desenvolve, usando História da Matemática, Tecnologias Digitais e Investigação Matemática. Bortoli, em

[1] HPM (History and Pedagogy of Mathematics) é um grupo internacional que relaciona História e Pedagogia da Matemática e é afiliado ao ICM (Internacional Commission on Mathematical Instruction)

seus trabalhos sobre a mesma temática, inicialmente, usou o termo “conjunção” (2020) e, mais recentemente, tem nomeado de “articulação” (2023). Teixeira et al (2023), nomeia de “diálogos” entre HM e TD.

Não é objetivo, nesse artigo, fazer uma caracterização, nem desenvolver o estudo de tais termos, mas sim considerar ou mesmo utilizar de termos ou de expressões distintas, uma vez que diversos educadores matemáticos brasileiros têm-se dedicado a essa temática. Não vamos também fazer uma distinção entre a grafia do termo “Tecnologias Digitais” grafadas com iniciais em maiúsculo e as grafadas por alguns autores em minúsculo. De todo modo, em momento oportuno iremos sim, advogar a favor da maneira pela qual temos usado em nossos textos (grafia em maiúsculo) por apostar nas Tecnologias Digitais para além das ferramentas e, por termos pensado sobre esse termo como campo de conhecimento ou como perspectiva teórica, que nos fornece subsídio para tentativas de modificações de ensino e aprendizagem de matemática.

Neste trabalho, escolhemos tratar sobre o ensino dos Números Figurados no Ensino Médio e em alguns cursos de graduação em tecnologia, por meio de atividades históricas no GeoGebra, em virtude de os Números Figurados constituírem uma ferramenta útil para estabelecer muitas propriedades dos números naturais (Baron; Bos, 1985, p.19). Esse componente curricular, segundo a mesma autora, gerou muitos frutos; a saber, esse conceito foi utilizado em métodos de integração desde Arquimedes; ademais, é possível relacioná-lo com a ideia dos indivisíveis. A escolha do software GeoGebra para construções dos NF se dá pelo software de geometria dinâmica oportunizar a manipulação, via ferramenta de arrastar, de forma a modificar os objetos construídos e a manutenção de suas propriedades.

Dessa forma, nesse artigo, descrevemos as seções assim estruturadas: a introdução, cuja finalidade é apresentar o objetivo do artigo. Posteriormente, descrevemos o referencial teórico sobre a elaboração de atividades históricas, bem como os usos de tecnologias digitais que embasam nossas escolhas e sustentam a elaboração das atividades. Seguimos com as opções, que fizemos, para abordar os

Números Figurados e a descrição das atividades históricas por nós elaboradas com o GeoGebra e, ainda, apresentamos as considerações finais de nossa investigação.

HISTÓRIA NO ENSINO DA MATEMÁTICA

A HM como recurso pedagógico tem sido investigada por diversos autores há décadas. Em sua tese de doutorado, publicada em 1993, Antonio Miguel analisou diferentes papéis pedagógicos que a História da Matemática pode desempenhar nas aulas de matemática. São eles: história como guia metodológico; história como instrumento de conscientização epistemológica; história como papel unificador e ético-axiológico; história como fonte de motivação; história como guia para a discussão filosófica sobre o conhecimento matemático; história como instrumento de explicação dos porquês e como fonte de objetivos para o ensino; história como instrumento na formalização de conceitos; história como instrumento de resgate cultural.

Posteriormente, Miguel e Miorim (2004) colocam-se à disposição, para discutir potencialidades pedagógicas positivas da História da Matemática, por meio de um diálogo sobre os tipos de vínculo que se intenta promover entre a produção sócio-histórica do conhecimento matemático no passado e a produção e /ou apropriação pessoal desse conhecimento no presente.

Em trabalhos como o de Brito, Carvalho, Mendes e Miguel (2009), atividades históricas são evocadas, considerando-se atividades que utilizam a história para o ensino de matemática. Para elaborar uma atividade histórica, é necessário buscar, no material histórico pesquisado, todas as informações úteis à condução da nossa ação docente e, somente, a partir daí, orientar os estudantes à realização de atividades. Esses mesmos autores, recomendam ainda, que, ao selecionarmos os fatos históricos, é preciso relacioná-los com o momento atual e com o cotidiano do aluno e, que, os fatos históricos, quando usados nas atividades de matemática, necessitam passar por adaptações pedagógicas de modo que apresentem uma carga forte de aspectos provocadores. Adicionalmente, pode-se lançar mão de outros instrumentos de aprendizagem que enfatizem o processo de construção histórica.

Cumpre também considerar que, para a aprendizagem de certo conceito ou procedimento, é fundamental haver um contexto significativo para os alunos, não necessariamente do cotidiano, mas também de outras áreas do conhecimento e da própria História da Matemática. É imprescindível que eles desenvolvam a capacidade de abstrair o contexto, aprendendo relações e significados, para aplicá-los em outros contextos.

Saito e Dias (2013, p. 91), discutem esses modos de contextualização, propondo uma interface entre HM e ensino de matemática, caracterizando-a como a "constituição de um conjunto de ações e produções que promova a reflexão sobre o processo histórico da construção do conhecimento matemático para elaborar atividades didáticas que busquem articular história e ensino de matemática"; sendo assim, com o intuito de viabilizar essa proposta não é somente trazer uma compreensão mais contextualizada e histórica dos conteúdos matemáticos para sala de aula; sendo, entretanto, fundamental identificar metodologias para que essa articulação ocorra.

Nesse sentido, essa articulação trazida e discutida por Saito e Dias (2013) dá maior destaque ao contexto em que esses conhecimentos matemáticos foram desenvolvidos, tendo em vista que o contexto dos conceitos matemáticos e o desenvolvimento da matemática subsidiam o processo de ensino e aprendizagem dessa ciência, ao se alcançar a evolução do pensamento dentro do contexto em que esses conceitos matemáticos foram formados, o que de fato configura a articulação. A esse respeito, consideram a interface como aquela que, embora tenha alguns pressupostos e concepções sobre história e ensino, constrói-se no movimento da pesquisa com a prática pedagógica.

Ainda, segundo Saito e Dias, (2013, p.103), "O caráter didático-pedagógico da interface não implica simplesmente fornecer, ao estudante, um documento original para ele formular hipóteses (espontâneas), pois o dispêndio de esforços para compreendê-lo pode ir além dos propósitos de ensino".

Pautados nas recomendações de tais autores, é preciso considerar a intencionalidade do professor, o público-alvo e o conceito a ser desenvolvido no ambiente educacional. Ademais, de antemão, o professor também contempla hipóteses dentro de um campo de possibilidades do desenvolvimento do conceito. Dessa maneira, os documentos podem ser apreciados em seu caráter interno e externo com suas conexões e a forma do pensamento de aplicação do conceito, permitindo a construção do significado do objeto matemático pelo sujeito (Saito, Dias, 2013).

Esse tipo de viés historiográfico da matemática dá-nos a oportunidade de compreender o papel da representação, da visualização, da abstração, do raciocínio, da demonstração de métodos, de definições, etc., na construção do conhecimento, bem como outros aspectos da matemática e de sua prática (Saito, 2016), conforme almejamos com o tema aqui selecionado. Isso significa propor uma apreciação do raciocínio matemático dedutivo oportunizado pelo estudo de sequências numéricas viabilizados pelos NF.

GEOGEBRA

O uso de TD como caminhos para potencializar o ensino e aprendizagem da matemática tem sido discutido há décadas por diversos autores, (Borba e Penteado, 2019), (Borba, Scucuglia, Gadanidis, 2014), entre outros. Nessa seção faremos uma breve consideração sobre o GeoGebra a fim de elucidar nossas escolhas em trabalhar com esse software.

O GeoGebra foi criado por Markus Hohenwarter em 2002 como um software de Geometria Dinâmica e Álgebra no Plano; por conseguinte, rapidamente, os recursos do software se expandiram para outras áreas da matemática, tais como: o Cálculo, a Estatística, a Geometria no Espaço, etc. Desde 2002, a expansão do GeoGebra tornou-se um fenômeno de popularidade devido ao seu fácil acesso e dinamismo, passando o software a ser uma poderosa ferramenta matemática, para aprender e para criar conhecimento matemático.

Pietro (2016), a partir de seus trabalhos desenvolvidos junto ao seu grupo de pesquisa, propõe uma categorização da aplicação do software GeoGebra:

Como ferramenta de visualização, o GeoGebra pode ser usado para oferecer uma perspectiva dinâmica de conceitos e de relações matemáticas, a contar de múltiplos registros de representação;

Como ferramenta de construção, o GeoGebra permite a criação e a manipulação de construções geométricas em 2D e em 3D com altos níveis de liberdade e consistência;

Como ferramenta de descoberta, o uso adequado do GeoGebra pode favorecer a descoberta de padrões, de regularidades ou de invariantes matemáticos;

Como ferramenta de representação e de comunicação do conhecimento matemático, o GeoGebra oferece aos professores um ambiente amigável para o desenvolvimento de materiais dinâmicos através dos quais eles podem representar e comunicar conceitos matemáticos e relacionamentos com seus alunos.

Essa categorização parece ser aplicada em alguns trabalhos que relacionam HM com TD; por exemplo, Jankvist e Geraniou (2021), num trabalho empírico sobre a proposição 41 do Elementos de Euclides, analisaram o impacto da funcionalidade de “arrastar” do GeoGebra nas interações dos alunos e na posse e no desenvolvimento dos esquemas de prova dos alunos, observando que as TD servem ao propósito de revelar aspectos matemáticos que de outra forma estariam ocultos ou inacessíveis ao aluno.

Além disso, o GeoGebra constitui-se como ferramenta para provas e para demonstrações matemáticas, conforme o trabalho desenvolvido por Vaz, Vásquez e Vilela (2019), em que realizaram demonstrações de três problemas matemáticos, a última conjectura de Kepler, o problema das quatro e o problema booleano dos trios pitagóricos, utilizando a aplicação.

Nessa pesquisa, contemplaremos, mais especificamente, as categorias 1 e 3, como ferramenta de visualização: a possibilidade de "ver" e de "explorar"

conhecimentos matemáticos, muitas vezes, inacessíveis com outros dispositivos e como ferramenta de descoberta: o uso adequado do GeoGebra pode favorecer a descoberta de padrões, de regularidades ou de invariantes matemáticos.

BREVE CONSIDERAÇÕES HISTÓRICAS DOS NÚMEROS FIGURADOS

Segundo Roque (2012), os números figurados dos pitagóricos eram constituídos de uma multiplicidade de pontos que não eram matemáticos e que remetiam a elementos discretos, como pedrinhas organizadas, segundo uma determinada configuração.

Diante da filosofia da escola pitagórica em que tudo se resumia a número - o ímpar e o par - representavam o limitado e o ilimitado. A união do ímpar e do par, análoga a um casamento, teria sido responsável pela origem do mundo. O ilimitado, princípio positivo, macho; e o ilimitado, fêmea, existentes antes de qualquer coisa. De seu casamento, surgiu o Um, que não é um número. O Um é, ao mesmo tempo, par e ímpar, se bissexuado a partir do qual os outros números e na conjugação limitado-ilimitado está à oposição cósmica primordial por trás do mundo, expresso em números. (Roque, 2012).

Ainda, segundo a mesma autora, para os pitagóricos, todos os números ou seres teriam evoluído a partir do Um. Dessa maneira, os números eram divididos em tipos associados aos diferentes tipos de coisas. Para cada tipo, havia um primeiro, ou menor número, considerado sua “raiz”. As relações entre os números não representavam, portanto, uma cadeia linear na qual todas as relações internas eram semelhantes. Cada arranjo designava uma ordem distinta com ligações próprias. Daí, o papel dos números figurados na matemática pitagórica. Esses números eram de fato figuras formadas por pontos, como as que encontramos em um dado (aqueles convencionais que usamos em jogos, no formato cubo, por exemplo). Não é uma cifra, como 3, que serve de representação pictórica para um número, mas a delimitação de uma área constituída de pontos, como uma constelação, ou seja, para eles haviam uma ligação entre aritmética e geometria.

É possível enxergar, em tais exemplos, a primeira ocorrência do estudo de sequências numéricas. No entanto, a concepção de sequências dos matemáticos pitagóricos partia da observação visual, sendo um tipo particular de aritmética figurada, distinta da praticada hoje (Roque, 2012).

Além do exposto, segundo Boyer (1974), os gregos desconheciam o modelo de verificação e de demonstração matemática baseado na Indução Matemática, sistematizado pelo matemático Giuseppe Peano (1858-1932). Assim, na sequência de atividades propostas a seguir, temos também como finalidade essa verificação e prova de generalizações a partir da visualização.

ATIVIDADES HISTÓRICAS DOS NF COM GEOGEBRA

Na seção História no Ensino da Matemática, desse artigo, consideramos os modos pelos quais o uso da História da Matemática no ensino tem sido mencionado por alguns educadores matemáticos e historiadores.

A partir desses indicativos, propomos, nesse artigo, atividades históricas que contemplam o conteúdo de Números Figurados (NF), cuja finalidade principal é demonstrar padrões. Como exemplo, serão exploradas questões do tipo “Como obter um número triangular a partir do seu antecessor?”, ou seja, com o apoio do software GeoGebra propomos a discussão da fórmula de recorrência dos números triangulares. Adicionalmente, a atividade contempla a exploração de propriedades dos NF desde as suas disposições geométricas.

Como já mencionado nessa pesquisa, os gregos em seus trabalhos com NF não tiveram a intenção de generalizações e não chegaram ao método de demonstração por Indução Matemática. No entanto, em nossas investigações, com o intuito de articular álgebra e geometria faremos, a proposta de demonstrações de fórmulas ligadas aos NF, usando desse raciocínio matemático dedutivo.

A atividade, que apresentamos na Figura 1, consta do início das atividades para a apresentação dos Números Figurados:

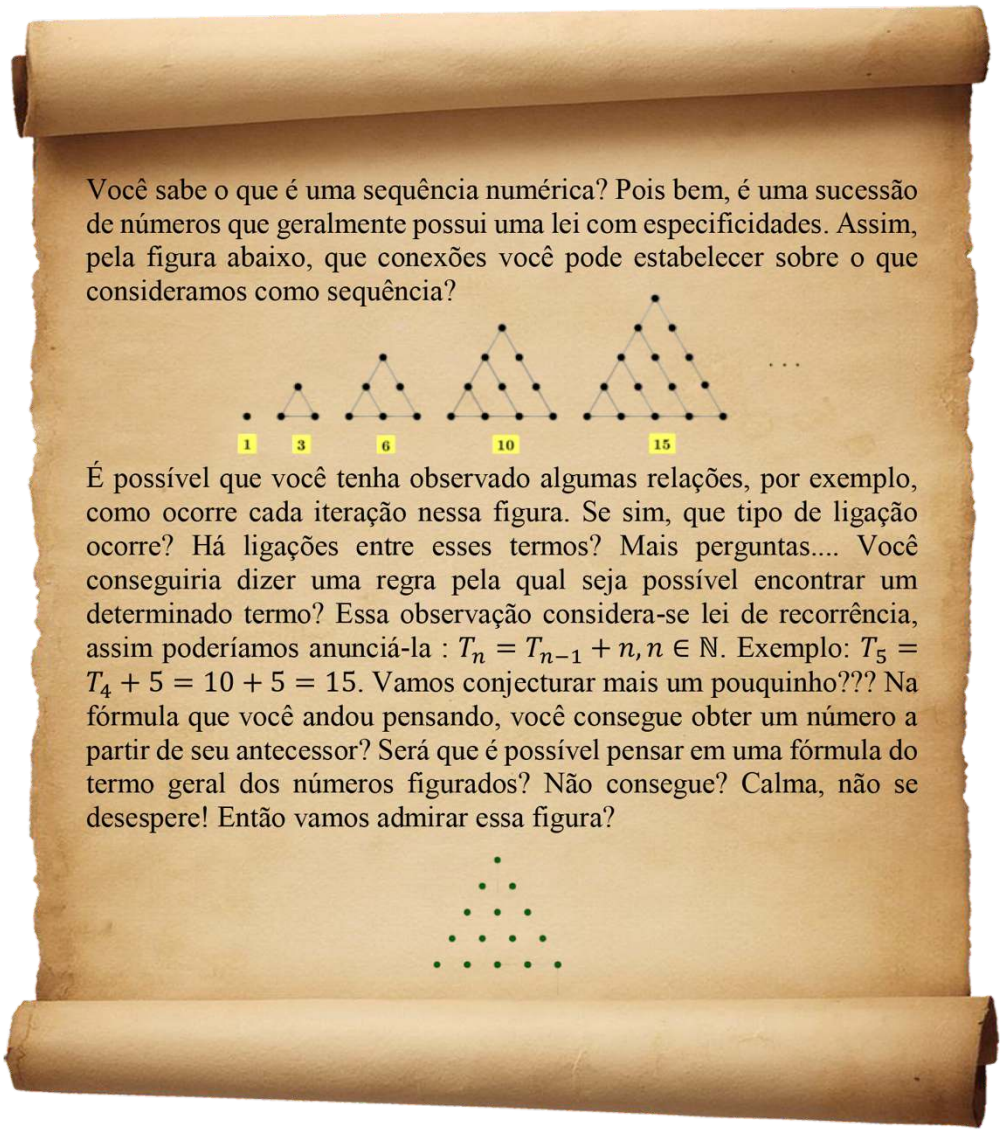


Figura 1. Diálogo entre professor e estudante.
Fonte: elaborada pelos autores.

Como é possível observar, a construção dessa sequência no GeoGebra exige que se procure por uma fórmula que adicione números naturais consecutivos, como a fórmula do termo geral dos triangulares: $n \in \mathbb{N}, T_n = \frac{n.(n+1)}{2}$, ou seja, 1+2+3+...+n= $\frac{n.(n+1)}{2}$. Do mesmo modo, é possível propor a figura dos quadrangulares e fazer

questionamentos da mesma natureza para levar o estudante à percepção da fórmula de recorrência, assim como, a do termo geral.

Junto ao estudante, podemos propor uma visualização em busca desse termo geral pela apreciação da Figura 2. Além disso, é possível estimular a exploração de conceitos matemáticos ancorados nas possibilidades estéticas[2] desse objeto matemático, que são oportunizadas pelas ferramentas do GeoGebra na exploração das cores, ao utilizar o degradê. Diante dessa exploração visual da Figura 2, podemos propor o cálculo de áreas dos vários triângulos formados pela Figura 2.

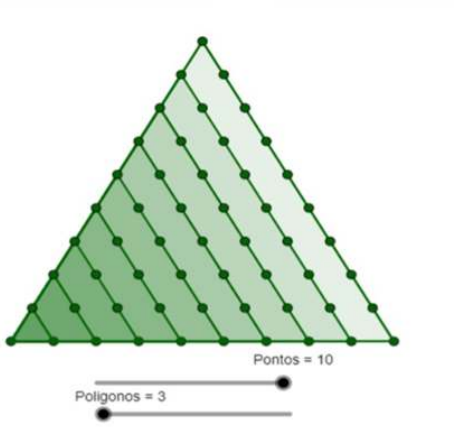


Figura 2. Número triangular com o recurso Degradê do software GeoGebra
Fonte: elaborada pelos autores, 2024.

[2] Não faremos, nesse texto, uma ampla discussão sobre estética, mas, ao menos, para situar o leitor nos respaldaremos nas concepções de Cifuentes que afirma: "São valores estéticos da matemática, por exemplo, a perfeição, a simetria, a forma, o contexto, o contraste, a ordem, o equilíbrio, a simplicidade e a abstração, também a liberdade". (Cifuentes, 2005, p. 68)

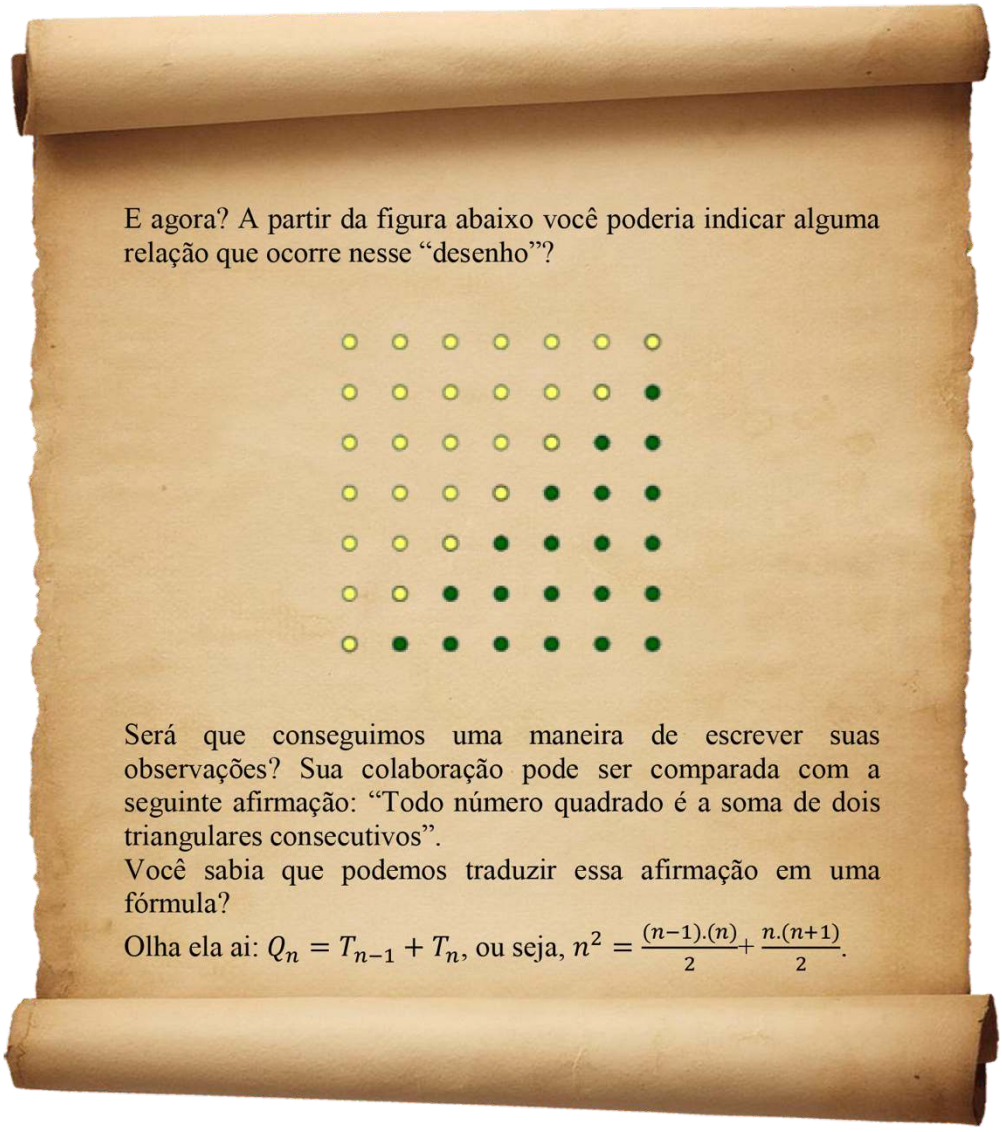


Figura 3. Diálogo entre professor e estudante.
Fonte: elaborada pelos autores.

Pela Figura 3, podemos tecer relações aritméticas e geométricas dos números triangulares com quadrangulares. Aqui pela rogativa visual, oportunizada pelo GeoGebra, espera-se que, por um procedimento heurístico, haja a inferência da relação em sua forma algébrica, ou seja, que desde as observações visuais o estudante possa pensar na fórmula.

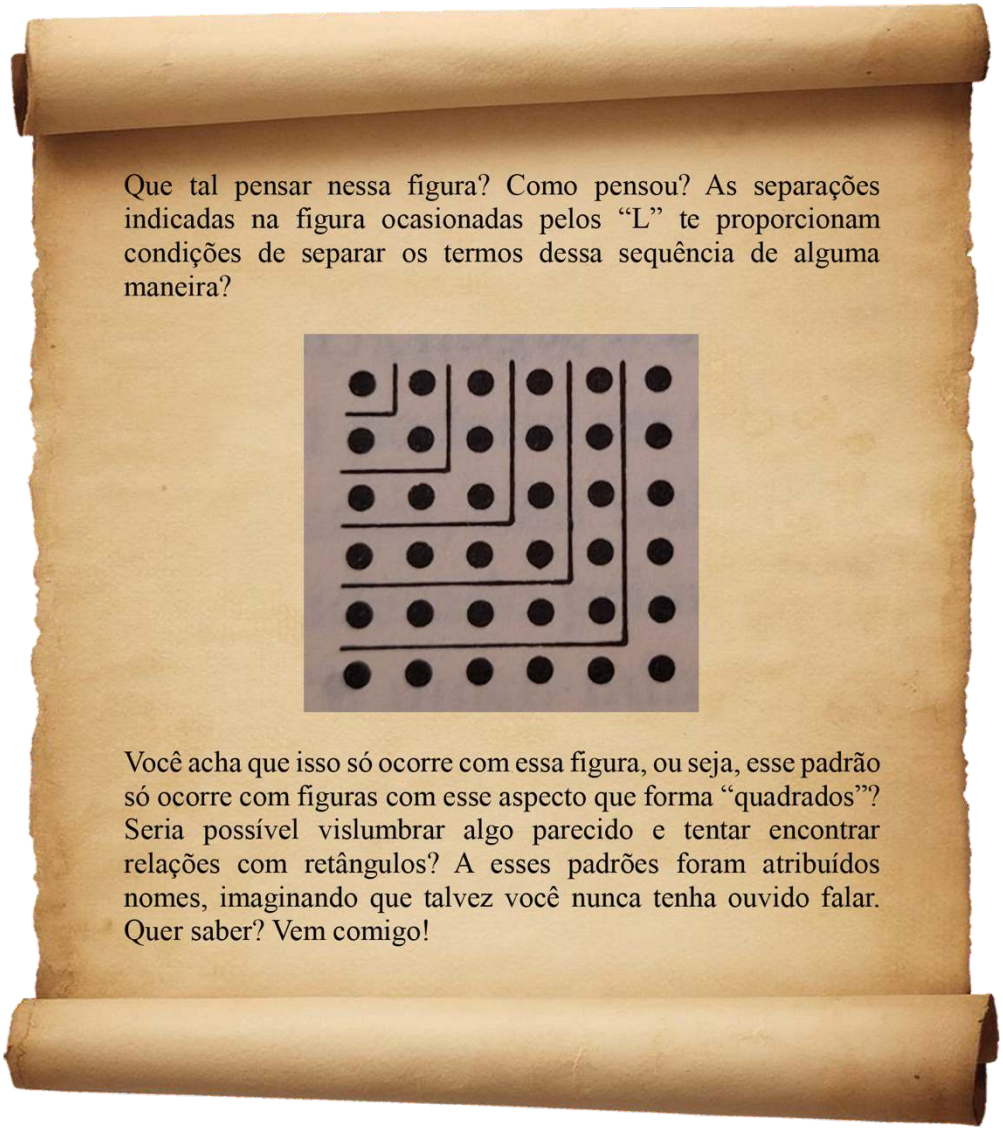


Figura 4. Diálogo entre professor e estudante.
Fonte: elaborada pelos autores.

Por intermédio dos textos de História da Matemática, supõe-se que a organização dos números figurados tornou-se possível pelo conhecido, atualmente, como "triplas pitagóricas", ou seja, a soma de dois números quadrados que tem como resultado outro número quadrado. "Estas triplas são constituídas por números

inteiros, que podem ser associados às medidas dos lados de um triângulo retângulo" (Roque,2012, p.54).

Para que os pitagóricos chegassem a essas triplas, usavam um *ente* matemático conhecido como *gnômon*, que representa um objeto que, quando colocado no plano horizontal, criaria uma espécie de coluna vertical e, assim, poderia indicar a hora do dia com a sombra, ou seja, é um tipo de relógio solar. Depois se atribui a essa palavra o significado de "perpendicularidade", usada para descrever instrumentos utilizados para o traço de ângulos retos (Baron, 1985).

A proporção da fronteira dos números quadrados e retangulares, em forma de "L", produz a seguinte relação: $1 + 3 + 5 + \cdots + (2n - 1) = n^2$, que pode ser contada pelo estudante através de observações visuais atreladas à exploração algébrica. Consideramos ainda, a possibilidade de exploração dos *gnômons* com a figura representada pelo retângulo:

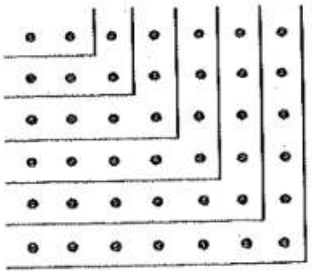


Figura 5. *Gnômon* dos números retangulares.
Fonte: elaborada pelos autores.

Os objetivos delineados para essas atividades serão expandidos, de modo análogo, para trabalhos com propostas, incluindo um crescimento dimensional. Assim, serão construídos números figurados planos e também poliédricos.

No âmbito dessa pesquisa, as atividades propostas têm como base o desenvolvimento histórico do conceito matemático Números Figurados, tratados a partir dos autores: Baron e Bos (1985), Caraça (1954), Roque (2012) e Boyer (1974). A atividade exemplificada pelos Quadros 1, 2 e 3, visa, segundo Baron e Bos (1985), estabelecer propriedades dos números naturais além de revisar os aspectos matemáticos, usados pelos pitagóricos em seus trabalhos com NF e, por meio de um

processo heurístico, ampliar o elo estabelecido pelos gregos entre aritmética e geometria, bem como uma ligação algébrica pelo aparecimento das fórmulas de generalização.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nesse estudo, almejamos explorar o objeto do conhecimento - Números Figurados - com o objetivo de estudar algumas sequências numéricas, as descritas por tais números que são peculiares entre as demais conhecidas. O intuito é explorar padrões, assim como suas propriedades. Para atingir esse propósito, delineamos as bases que sustentam as atividades, considerando a perspectiva pedagógica da história no ensino e a integração das Tecnologias Digitais, notadamente o GeoGebra.

Tal proposta também se destaca não apenas pelos aportes teóricos, anteriormente considerados, mas pela discussão sobre o uso de Tecnologias Digitais para além das ferramentas, por seus usos em sala de aula, caracterizado pela preocupação sobre a mobilização de conhecimento matemático que essas tecnologias podem promover.

Essa perspectiva dialoga com outras pesquisas da Educação Matemática. A exemplo, considerando preocupações com o rigor matemático da produção matemática de matemáticos, Ferreira e Paulo (2018), ao observarem que matemáticos produziram matemática com o GeoGebra e reconheceram essa produção, conferindo ao software legitimidade à experimentação e o consideraram com potencialidade à produção matemática e à investigação - é o pensar-com a tecnologia.

No trabalho desenvolvido por Vaz, Vásquez e Vilela (2019) sobre provas e demonstrações de três problemas matemáticos, a última conjectura de Kepler, o problema das quatro cores e o problema booleano dos trios pitagóricos com o auxílio do GeoGebra, entre outras conclusões, os autores sugerem que em problemas elementares também é possível, a partir da utilização de softwares, a descoberta de caminhos alternativos para demonstrar teoremas matemáticos, apresentando,

para este fim, uma Investigação Matemática com o GeoGebra como uma possibilidade metodológica de ensino-aprendizagem da matemática.

Por outra parte, Jankvist e Geraniou (2021), a partir de pesquisas sobre provas e comprovações na Educação Matemática em relação ao uso de Ambientes Geométricos Dinâmicos, observaram que o potencial de arrastar da ferramenta GeoGebra pode proporcionar aos estudantes fortes evidências perceptivas de que uma certa propriedade é verdadeira, além de poder levar os alunos a saltar a conclusões, ou seja, que a exploração via arrastamento é suficiente para garantir a verdade. Fazem alusão às tecnologias como forma de atuar, como uma autoridade, para os estudantes em questões de estabelecimento da verdade, promovendo, dessa forma, uma espécie de esquema de prova de convicção externa tecno-autoritário com os estudantes.

Nesse texto, em particular, apresentamos uma proposta didática que contempla as explorações da tecnologia no sentido de fazer o aluno pensar-com-tecnologia, perpassando pelas sequências numéricas os NF em vários viéses. Esperamos que as construções suscitem conceitos matemáticos, mobilizados pela mídia; a saber, o uso do controle deslizante, na atividade descrita, no Quadro 1, pode modificar a figura, quando acionado, relacionado a pontos e construindo, por exemplo, uma figura quadrangular. Outra ferramenta que leva o estudante à percepção de padrões, refere-se à construção da figura exibida no Quadro 2 que, pela modificação das cores, oferece aos estudantes a oportunidade de perceber a relação dos triangulares com os quadrangulares. Além disso, propomos, nessa pesquisa, a exploração do cálculo de áreas dos diversos triângulos inscritos dentro dos números triangulares a partir da observação do degradê.

REFERÊNCIAS

Baron, M. E., Bos, H.J.M. (1985). *Curso de História da Matemática: origens e desenvolvimento do cálculo*. Trad. José Raimundo Braga Coelho, Rudolf Maier e Maria José M.M. Mendes. Brasília: Universidade de Brasília, v.1

Boyer, C. B. (1974). *História da Matemática*. São Paulo: Editora da Universidade de São Paulo.

Brito, A. J.: Lucchesi, D.C; Mendes, I. A.; Miguel, A. (2009). *História da Matemática em atividades didáticas* (12a ed.) São Paulo: Livraria da Física.

Caraça, B. J. (1963). *Conceitos Fundamentais da Matemática*. Lisboa: Bertrand Ltda.

Cifuentes, J. C. (2005). Uma via estética de acesso ao conhecimento matemático. *Boletim GEPEM,* Rio de Janeiro, 46, 55-72.

Domingues, H.H. (1991). *Fundamentos de Aritmética.* São Paulo: Atual.

Ferrreira, M. J. A.; Paulo, R. M.; (2018, novembro). A Produção do Conhecimento Matemático ao Estar- Com as Tecnologias Digitais. *Anais VIII Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática (SIPEM)*, Foz do Iguaçu, PR, Brasil. Recuperado em: 18 dezembro, 2023, de: http://www.sbemparana.com.br/eventos/index.php/SIPEM/VII_SIPEM/paper/view/539/553.

Gundlach, B.H. (1992). *História dos Números e Numerais*. Trad. Hygino H.

Domingues. São Paulo: Atual. (Tópicos de história da matemática para uso em sala de aula; v.1).

Jankvist, U. T.; Geraniou, E. (2021). 'Whiteboxing" the content of a fonnal mathematical text in a Dynamic Geometry Environment. *Digital Experiences in Mathematics Education*, [S. 7 (2), 222-246. Recuperado em 14 de abril, 2024, de: https://d0i.org/10.1007/s40751-021-00088-6

Mendes, I. A. (2022a). História para o ensino de matemática: fundamentos epistemológicos, métodos e práticas. *Revista Cocar*, Belém, 14, 01-21. Recuperado em 16 de abril, 2024, de: https://periodicos.uepa.br/index.php/cocar/afiicle/view/5509

Mendes, I. A. (2022b). *Usos da história no ensino de matemática: reflexões e experiências*. (3a ed.). São Paulo: Livraria da Física.

Mendes, I. A. (2021). A investigação histórica como agente de cognição matemática na sala de aula. In: Mendes, I. A.; Fossa, J.; Nápoles V. J. E. (orgs.). *A história como um agente de cognição na Educação Matemática.* Porto Alegre: Sulina, 2006. p. 79-136.

Miguel, A. (1993). *Três Estudos Sobre história.* (Tese de doutorado). Unicamp, Campinas, SP, Brasil. Recuperado em 15 de novembro, 2018, de: http://repositorio.unicamp.br/handle/REPOSIP/253114. 12(3), 200-209

Prieto, J. L. (2016) .GeoGebra en diferentes escenarios de actuación. *Revista Electrónica Conocimiento Libre y Licenciamiento* (CLIO), 14 (3). Recuperado em 16 de abril, 2024, de:

https://convite.cenditel.gob.ve/revistaclic/index.php/revistaclic/afiicle/view/866.

Roque, T. (2012). *A História da Matemática: uma visão crítica. Desfazendo mitos e lendas*. Rio de Janeiro: Zahar.

Saito, F.; Dias, M. S. (2013). Interface entre história da matemática e ensino: uma atividade desenvolvida com base num documento do século XVI. *Ciência & Educação,* Bauru, 19, (1), 89-111.

Saito, F. (2016). Construindo interfaces entre história e ensino da matemática.

Sousa, G. C. (2023). História da Matemática em alianças com Tecnologias Digitais. Revista de Matemática, Ensino e Cultura – *REMATEC.* Belém/PA,. 44. Recuperado em 10 de abril, 2024 de: https://doi.org/10.37084/REMATEC.1980-3141.2023.n44.pe2023005.id510.

Thomsen, M; Jankvist, U. T.; Clark, K. M. (2022). The interplay between history of Mathematics and Digital Technologies: a review. *ZDM* Mathematics Education, 54, (1), 1631-1642. https://doi.org/10.1007/s11858-022-01368-0.

Vaz, D. A. S; Vásquez, J. C. S.; Vieira, J. D. C. S. (2019). Novas Tecnologias, Novas Demonstrações, Novos Caminhos Para A Matemática E Para A Educação Matemática. *Revista de Educação Matemática e Tecnologia Iberoamericana* (TEIA), 10 (3). Recuperado em 10 de abril, 2024 de: https://periodicos.ufpe.br/revistas/index.php/emteia/article/view/241388.