Tangram
Revista de Educação Matemática

DOI: 10.30612/tangram.v7i4.17913

Criterios de idoneidad epistémica sobre el área en el currículo chileno de Educación Primaria

Criteria of didactic suitability on the area measurement processes in the curriculum of Primary Education in Chile

Critérios de adequação epistémica da área no currículo do Ensino Primário chileno

Sofía Caviedes Barrera
Departamento de Ciencias Exactas, Universidad de Los Lagos
Osorno, Chile
sofia.caviedes@ulagos.cl
https://orcid.org/0000-0002-5304-212X

Jocelyn D. Pallauta
Departamento de Ciencias Exactas, Universidad de Los Lagos
Osorno, Chile
jocelyn.diaz@ulagos.cl
https://orcid.org/0000-0001-5508-4924

Resumen: El presente artículo tiene por objetivo identificar indicadores de idoneidad epistémica vinculados a la noción de área en las directrices curriculares de Educación Primaria de Chile. Con este propósito, se utilizan herramientas del Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos, en particular, los criterios de Idoneidad Didáctica. Se sigue una metodología cualitativa y un análisis de contenido que permite proponer aspectos a considerar para valorar la idoneidad epistémica de las directrices curriculares chilenas. Los resultados muestran baja idoneidad en la faceta epistémica, pues las directrices curriculares no consideran situaciones problema que permitan relacionar y coordinar distintos significados de la noción de área. De este modo, se sugieren algunos indicadores que podrían ser considerados para cubrir dicha carencia.

Palabras clave: área de figuras planas, directrices curriculares, idoneidad epistémica.

Abstract: The purpose of this paper is to identify the epistemic suitability of the curricular guidelines of Primary Education in Chile, linked to area measurement processes. For this purpose, tools of the Ontosemiotic Approach to Mathematical Knowledge and Instruction are used the Didactic Suitability criteria. A qualitative methodology and a content analysis are performed to propose aspects to be considered to assess the epistemic suitability of Chilean curricular documents. The results show a low suitability in the epistemic facet of the curricular guidelines, since these documents do not propose problem situations that allow relating and coordinating different meanings of the area. Thus, some recommendations are suggested on how to address this deficiency.

Keywords: area of flat figures, curricular guidelines, epistemic suitability.

Resumo: O objetivo deste artigo é identificar indicadores de idoneidade epistémica nas orientações curriculares para a Educação Primária no Chile, ligados à área. Para isso, são utilizadas ferramentas da Abordagem Ontosemiótica do Conhecimento e Instrução Matemática, em particular, os critérios de Idoneidade Didática. Utiliza-se uma metodologia qualitativa e uma análise de conteúdo para propor aspectos a considerar para avaliar a adequação epistémica das orientações curriculares chilenas. Os resultados mostram uma baixa adequação na faceta epistémica, uma vez que as orientações curriculares não propõem situações problemáticas que permitam relacionar e coordenar diferentes significados da área. Assim, são sugeridos alguns indicadores que podem ser considerados para suprir essa deficiência.

Palavras- chave: área de figuras planas, orientações curriculares, adequação epistémica.

Recebido em 14/01/2024
Aceito em10/09/2024

INTRODUCCIÓN

El estudio de la noción de área se presenta en las directrices curriculares de Educación Primaria de diversos países (Smith et al., 2016), pues es clave en el estudio y análisis de otros contenidos matemáticos, por ejemplo, la justificación geométrica de fórmulas algebraicas, o la representación e interpretación de datos en determinados tipos de gráficos (Arteaga, 2011). Las diversas situaciones en las que puede aparecer la noción de área, así como la variedad de representaciones, informan de su complejidad (Gutiérrez, 2004). Así, varios estudios señalan que los estudiantes de Educación primaria presentan dificultades y errores al resolver tareas de área, los que se relacionan con escasas estrategias de resolución (Caviedes, De Gamboa y Badillo, 2021; Kamii & Kysh, 2006). Otras dificultades se relacionan con la propiedad de conservación del área (p. ej., Caviedes, De Gamboa y Badillo, 2020; Kospentaris et al., 2011), la que tiene escasa presencia en los currículos de distintos países (Clements & Stephan, 2004; Smith et al., 2016).

En el caso concreto de Chile, las directrices curriculares (MINEDUC, 2018) organizan la enseñanza de las matemáticas en la Educación Primaria (alumnos de 6 a 12 años) en torno a cinco ejes temáticos: Números y operaciones, Patrones y álgebra, Geometría, Medición, y Datos y probabilidades. En algunos de dichos ejes temáticos se presenta la noción de área, bien como un objeto de estudio por sí mismo, o como un medio para tratar otros temas. Por ejemplo, en el eje Números el área se utiliza para representar de manera gráfica la aproximación fenomenológica de la fracción como parte-todo (p. ej., fracciones propias y fracciones equivalentes). Algo similar ocurre con la aproximación fenomenológica de la fracción como razón y con el contenido de porcentajes. En el eje Datos y probabilidades, la noción de área es utilizada para la construcción e interpretación de gráficos de sectores.

La investigación sobre la noción de área en las directrices curriculares es escasa (Hong et al., 2018) y, en el contexto chileno no se evidencian estudios que aborden de manera explícita este tema. Por tal razón, este estudio tiene por objetivo identificar la idoneidad epistémica del currículum chileno de matemática de Educación Primaria

en los ejes de Geometría y Medición (MINEDUC, 2018). Para ello se utilizan herramientas del Enfoque ontosemiótico -EOS. En particular, la Idoneidad Didáctica (Godino, 2013; Godino et al., 2023).

MARCO TEÓRICO

CONOCIMIENTOS SOBRE EL ÁREA Y SU MEDICIÓN EN LA EDUCACIÓN PRIMARIA

En el transcurso de la Educación Primaria resulta importante enfatizar la adquisición del área como objeto mental en lugar de como concepto (Freudenthal, 1983). Para esto, es preciso centrar la enseñanza en tres fenómenos, cada uno de los cuales enfatiza procedimientos diferentes (Freudenthal, 1983). El primer fenómeno corresponde al reparto equitativo, referido a aquellas situaciones donde es necesario repartir un objeto. Así, los procedimientos involucran el aprovechamiento de regularidades por estimación o medición. El segundo fenómeno corresponde a la comparación y reproducción de formas, referido a aquellas situaciones en las que se requiere reproducir una superficie mediante el uso de procedimientos que involucran transformaciones de romper y rehacer, así como procedimientos de inclusión, estimación o medición. El tercer fenómeno se vincula con la medición, es decir con situaciones en las que es preciso medir superficies. En este fenómeno, los procedimientos involucran el agotamiento de unidades de medida, el establecimiento de relaciones geométricas generales o el uso de fórmulas. Los fenómenos descritos toman en consideración los atributos cualitativos y cuantitativos de las figuras, lo que permite explicitar la estructura conceptual subyacente al acto de medir, repartir o transformar la superficie de una figura. Así, la medición involucra contextos que requieren de la reorganización y repartición de ciertas formas geométricas, aspecto que permite relacionar cantidades de superficie y las unidades de medida respectivas.

Por otra parte, la comprensión de la bidimensionalidad del área resulta particularmente compleja para los alumnos de Educación Primaria. En este sentido, resulta necesario que los alumnos puedan reconocer y, a la vez, comprender, que el área corresponde a una superficie delimitada y, por tanto, a una región bidimensional

(Sarama & Clements, 2009). Para ello, resulta crucial la adquisición de un conocimiento sobre la composición y estructura de las formas geométricas, así como de la magnitud longitud, pues es el establecimiento de la relación multiplicativa entre dos dimensiones lineales lo que da origen al área (Barrett et al., 2017; Sarama & Clements, 2009). En este contexto, Clements y Sarama (2014) señalan que, al realizar una medición, la conexión entre magnitud y número implica reconocer una unidad de medida y dividir el objeto mediante dicha unidad, y ubicar la unidad desde el principio hasta el final a lo largo del objeto. Ambos aspectos están enlazados con la comprensión de los conceptos afines con las unidades de medida, como la combinación de unidades para formar unidades compuestas, la iteración y la coordinación de unidades (Stephan & Clements, 2003). Así, la aprehensión del atributo área, de su naturaleza geométrica y de las características de las unidades de medida empleadas para medir superficies resulta crucial para fortalecer la comprensión de los estudiantes de primaria (Barret et al., 2017; Caviedes et al., 2020; 2021; Caviedes, 2022). Por lo tanto, sería deseable encontrar estos elementos en las directrices curriculares.

Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos (EOS)

Desde el EOS, la interpretación de un objeto matemático se establece a través del conjunto de acciones realizadas por un individuo o compartidas dentro de una institución en respuesta a situaciones problemáticas específicas (Godino et al., 2007). En este sentido, se define el objeto institucional como un emergente del sistema de prácticas institucionales. El significado institucional de un objeto matemático puede ser de tipo referencial, pretendido, implementado y evaluado. En este artículo, interesan los dos primeros. El significado referencial corresponde al sistema de prácticas utilizado como referencia para promover el significado pretendido (Godino et al., 2007). El significado pretendido se refiere al sistema de prácticas que moviliza la planificación del proceso de estudio (Godino et al., 2007). De este modo, para analizar el significado pretendido del área en el currículo es necesario explicitar el significado de referencia. En Caviedes et al. (2021) se introducen tres significados parciales del

área para la Educación Primaria que, en su conjunto, dan cuenta y razón de un significado de referencia: (1) *área como espacio delimitado por una línea cerrada – inicio de la percepción del atributo*; (2) *área como cantidad de unidades bidimensionales que recubren una superficie*; y, (3) *área como producto de dos dimensiones lineales*. Así, la comprensión global del área requiere coordinar y relacionar los distintos significados parciales entre sí, lo que a menudo suscita dificultades en los estudiantes (Caviedes et al., 2020; Douady &Perrin-Glorian, 1989; Zacharos, 2006).

En concordancia con Godino (2013), el significado de referencia está vinculado al nivel educativo en el que se desarrolla el proceso de aprendizaje. En este contexto, la secuencia de prácticas matemáticas y didácticas que se detallan en las directrices curriculares describen un proceso de enseñanza, anticipado o planificado, que sirve como base para estructurar y ejecutar un proceso de estudio eficaz. El docente que opta por utilizar un material específico, como apoyo para la enseñanza y el aprendizaje de los estudiantes, debe evaluar la calidad y relevancia del contenido, así como la congruencia de este con los conocimientos previos de los alumnos (Godino, 2013).

En el marco del EOS, se han introducido la Idoneidad Didáctica, sus dimensiones, criterios y descomposición operativa como herramientas que facilitan la transición de una didáctica descriptiva-explicativa (aspecto científico) a una didáctica normativa (aspecto tecnológico). Esto implica dirigirse hacia la intervención y mejora de los procesos de enseñanza y aprendizaje. En consecuencia, la Idoneidad Didáctica de un proceso de instrucción se define como la articulación coherente y sistémica de seis facetas (Godino et al., 2007; 2023): epistémica, cognitiva, interaccional, mediacional, afectiva y ecológica. Este estudio se centra en la idoneidad epistémica, referida al grado de representatividad de los significados institucionales implementados (o pretendidos), respecto de un significado de referencia (Godino et al., 2007). Así, la idoneidad epistémica pretende identificar si el significado de la noción de área pretendido en las directrices curriculares de Educación Primaria de Chile es pertinente desde el punto de vista de la comunidad matemática (significado de referencia). Los

componentes de la idoneidad epistémica son los objetos primarios considerados en el EOS y sus relaciones (Godino, 2013; Godino et al., 2023). En este sentido, se emplea la herramienta de la configuración epistémica para examinar y detallar de manera sistemática los objetos primarios que participan en las prácticas relacionadas con la noción de área en las propuestas de Educación Primaria en Chile. Estos objetos incluyen situaciones problemas, elementos lingüísticos, conceptos/definiciones, proposiciones/propiedades, procedimientos y argumentos (Font et al., 2013).

Godino (2013) señala que los indicadores de idoneidad epistémica se formulan con la intención de "analizar la interacción entre las funciones del profesor y los alumnos a propósito de un contenido matemático específico" (p. 17). En esta línea, variadas investigaciones se han dirigido a la elaboración de criterios específicos de idoneidad epistémica en temas como la probabilidad, proporcionalidad o las tablas estadísticas (Beltrán-Pellicer, Godino & Giacomone, 2018; Pallauta & Batanero, 2024). Dado que el objeto de estudio en este artículo corresponde a la noción de área, se hace necesario establecer criterios específicos de acuerdo a este objeto matemático, con el fin de analizar aspectos planteados en directrices curriculares (Beltrán-Pellicer et al., 2018; Cotrado, Burgos, & Beltrán-Pellicer, 2022; Cruz et al., 2017; Godino, 2013). Así, la Tabla 1 presenta los indicadores de idoneidad epistémica generales (en el sentido de Godino, 2013) para el análisis de los significados curriculares del área.

Tabla 1

Componentes e indicadores de idoneidad epistémica generales para los procesos de estudio de la noción de área.

Componentes	Indicadores
Situaciones problemas	- Se plantean situaciones-problema que muestran y relacionan los diferentes significados del área. - Se presenta una muestra representativa y articulada de situaciones-problemas que permitan contextualizar, ejercitar, aplicar y generalizar el conocimiento matemático, los cuales proceden de la propia matemática y de otros contextos. - Se proponen situaciones de generación de problemas y formulación de conjeturas.
Lenguajes	- Se usa un amplio repertorio de representaciones (gráficas, manipulativas, geométricas y simbólicas) para modelizar situaciones

	problemas, analizando la pertinencia y potencialidad de uno u otro tipo de representación, y realizando transformaciones de tratamiento y conversión dentro y entre las mismas. - Se favorece que los estudiantes construyan, perfeccionen y usen sus propias representaciones para organizar, registrar y comunicar ideas. - El nivel del lenguaje usado es adecuado a los estudiantes a que se dirige.
Reglas (Definiciones, propiedades, procedimientos)	- Las definiciones y procedimientos son claros y correctos, y están adaptados al nivel educativo al que se dirigen. - Se presentan los enunciados y procedimientos fundamentales del tema para el nivel educativo dado. - Se proponen situaciones en las que los alumnos tengan que generar y generalizar definiciones, propiedades y procedimientos.
Argumentos	- Se promueven situaciones que favorecen el razonamiento y la prueba de los enunciados y proposiciones matemáticas. - Los estudiantes formulan con frecuencia conjeturas sobre relaciones matemáticas, las investigan y justifican. - Las justificaciones, comprobaciones y demostraciones son correctas y adecuadas para el nivel educativo al que se dirigen.
Relaciones	- Se favorece el establecimiento de conexiones entre los distintos objetos primarios (problemas, representaciones, conceptos, procedimientos, propiedades, argumentos). - Los contenidos matemáticos se presentan y estudian como un todo organizado. - Se reconocen y aplican las ideas matemáticas en contextos no matemáticos (conexiones extra matemáticas). - Se identifican y articulan la diversidad de significados de los objetos implicados en las prácticas matemáticas.

Fuente: Godino (2013, p. 119).

MÉTODO

El trabajo se sitúa en un paradigma interpretativo con un enfoque cualitativo (Cohen et al., 2007). Se realiza un análisis de contenido (Cohen et al., 2007) de las directrices curriculares chilenas de Educación Primaria (MINEDUC, 2018). Específicamente, se analiza la noción de área en los ejes de Geometría y Medición de los programas de estudio de 1º a 6º básico. Dichos programas presentan objetivos de aprendizaje (OA) para cada curso, así como ejemplos de tareas para su implementación en el aula. De este modo, se analizan aquellos OA que, de manera explícita o implícita, sugieren una conexión con la noción de área.

Siguiendo el método propuesto por Godino et al. (2012), en una primera etapa, los documentos curriculares son divididos en unidades de análisis que, se clasifican y

seleccionan tomando en consideración el componente epistémico. En una segunda etapa, se lleva a cabo una comparación entre estas unidades y se procede a su reducción para evitar repeticiones. Posteriormente, se infieren indicadores de idoneidad epistémica específicos de la noción de área. El análisis de contenido, también, se realiza sobre investigaciones clave que permiten formular indicadores de idoneidad en la faceta epistémica. La finalidad de la metodología descrita es la elaboración de una síntesis de indicadores de idoneidad de los contenidos sobre la noción de área en el currículo chileno. Esta síntesis se plantea como una herramienta orientativa para la planificación y evaluación de la enseñanza.

Los indicadores de idoneidad epistémica posibilitan la evaluación de elementos que contribuyen a la fidelidad de los significados institucionales buscados, en comparación con un significado de referencia. Como señala Godino (2013), la elaboración de la lista de indicadores de idoneidad didáctica debe ser enriquecida mediante la reconstrucción del significado de referencia del tema específico que se pretende enseñar, como paso previo fundamental. En este sentido, el significado de referencia se reconstruye a partir de los significados parciales presentados en Caviedes et al. (2021). De esta manera, los significados de referencia del área que se encuentran dentro de los planes de estudio actuales en el nivel educativo de Educación Primaria son: (1) área como espacio delimitado por una línea cerrada –inicio de la percepción del atributo–; (2) área como cantidad de unidades bidimensionales que recubren una superficie; y, (3) área como producto de dos dimensiones lineales. Estos significados se construyen tomando en cuenta estudios teóricos y empíricos, sobre la noción de área, en el nivel de Educación Primaria (Freudenthal, 1983; Kamii & Kysh, 2006; Kordaki & Potari 1998; Kospentaris, Spyrou & Lappas, 2011; Mamona-Downs & Papadopoulos, 2006; Zacharos, 2006). Los significados del área mencionados presentan diferencias específicas, no solo en la definición del área en sí, sino también en los objetos primarios que emergen para resolver situaciones-problema específicas.

ANÁLISIS Y RESULTADOS

Los significados parciales del área comportan sistemas de prácticas y objetos matemáticos primarios. En este sentido, es deseable que las directrices curriculares puedan reflejar el uso adecuado y diferenciado de diversas representaciones lingüísticas del área, por ejemplo, las expresiones verbales, gráficas, geométricas, numéricas y algebraicas. Así mismo, es esperable que las directrices curriculares presten atención a los conceptos/definiciones (explícitas o no), las propiedades, proposiciones y los procedimientos vinculados a los distintos significados del área, y que deben estar adaptados al nivel educativo al que se dirigen. Por ejemplo, las directrices curriculares deben hacer explícita la definición de área como superficie delimitada, introducir la noción de reparto equitativo, diferenciar entre extensión de superficie y el significado cuantitativo que se asigna a la cantidad superficie (Sarama & Clements, 2009; Smith et al., 2016). Igualmente, las directrices curriculares deben precisar las relaciones geométricas que subyacen a la fórmula del área de cuadrados y rectángulos, y las demás fórmulas que de estas se derivan. En este sentido, se espera que dichas directrices promuevan una fluidez procedimental sustentada en la coordinación de las transformaciones rígidas de las figuras geométricas, el cálculo numérico del área usando diferentes unidades de medida, o el uso estratégico de las fórmulas convencionales para el cálculo de áreas. En la Tabla 2 se presentan los indicadores de idoneidad epistémica para los procesos de estudio de la noción de área derivados de las directrices curriculares chilenas (MINEDUC, 2018).

Tabla 2

Componentes e indicadores de idoneidad epistémica específicos para los procesos de estudio de la noción de área.

Componentes	Indicadores
Situaciones problemas	*Se abordan problemas que involucren la interacción con las figuras 2D, aplicando aspectos intuitivos y prácticos que progresivamente se formalizan, tales como:* - Reconocer y relacionar los atributos de las figuras 2D - Repartir equitativamente superficies poligonales - Componer y descomponer en partes una figura 2D - Rotar y trasladar figuras 2D - Identificar dimensiones de superficies poligonales

Lenguajes	*Se distinguen y describen las representaciones verbales, gráficas, manipulativas, geométricas y simbólicas de distintas figuras 2D:* - Utilizar adjetivos, sustantivos, adverbios: “igual”, “más delgada” “más ancha”, “el doble”, “la mitad” “la cuarta parte” “sombreado a achurado” en relación con las superficies. - Se utiliza el trazado auxiliar de líneas para ejecutar particiones de superficies en figuras conocidas. - Se utilizan objetos físicos para recubrir superficies. - Se emplean cuadrículas y particiones en figuras congruentes (cuadrados o triángulos) de las unidades de medida y de las superficies. - Se usa el conjunto R^+ para para el conteo de unidades o suma de áreas y para el cálculo indirecto del área, utilizando otras expresiones de tipo algebraico como, por ejemplo, la relación entre el área de un cuadrado y su diagonal.
Reglas (Definiciones, propiedades, procedimientos)	*Se procura que los estudiantes aprendan a distinguir en los objetos físicos y representaciones de las correspondientes figuras 2D, como entidades no ostensivas cuyo uso está determinado por las reglas que los definen:* - Identificar las propiedades de las figuras 2D, y de la medida, para utilizarlas en la construcción de argumentos y deducciones. - Identificar las propiedades de las unidades de medida, para utilizarlas en la construcción de argumentos y deducciones. - Reconocer atributos específicos de las figuras 2D, como la bidimensionalidad, extensión de superficie, longitud. - Comparar, descomponer, recomponer una figura en otra diferente, advirtiendo la conservación de la cantidad de superficie. - Realizar isometrías sobre las figuras 2D. - Estructurar una superficie con cuadrados alineados en filas y columnas para comprender la estructura multiplicativa y bidimensional del área. - Medir áreas como proceso aditivo contando unidades o subunidades que recubren la superficie. - Medir dimensiones lineales y utilizar fórmulas. - Calcular áreas de una configuración de figuras a partir del cálculo de áreas de figuras conocidas. - Calcular áreas de cuadrados, rectángulos y triángulos identificando la relación entre sus fórmulas.
Argumentos	*Se promueve que los estudiantes comprendan la necesidad y utilidad de demostrar proposiciones de manera deductiva, utilizando representaciones geométricas:* - Aplicar una transición progresiva de las argumentaciones desde los significados intuitivos e informales del área a sus respectivas formalizaciones mediante fórmulas. - Formular y comprobar conjeturas sobre la estructura multiplicativa que subyace al área. - Formular y comprobar conjeturas sobre propiedades geométricas de las figuras 2D, así como sus relaciones. - Plantear y comprobar conjeturas sobre propiedades de la medida, así como sus relaciones. - Formular y comprobar conjeturas sobre propiedades de las unidades de medida, así como sus relaciones. - Desarrollar argumentos lógicos para justificar conjeturas y conclusiones de forma gradual de acuerdo con el nivel.
Relaciones	*Se procura la conexión de las ideas matemáticas, específicamente las geométricas bidimensionales, la estructura multiplicativa del área y su*

	relación con el cálculo indirecto mediante fórmulas, para ser presentadas, reconocidas y enseñadas como un todo organizado en contextos no matemáticos: - Comparar, descomponer, recomponer, trasladar, rotar, reflejar razonar y relacionar figuras 2D en el entorno. - Comparar, descomponer, recomponer, razonar y relacionar unidades de medida no estándar en el entorno.

Fuente: Elaboración propia basada en Godino (2013, p. 119).

CRITERIOS E INDICADORES A LAS DIRECTRICES CURRICULARES CHILENAS DE EDUCACIÓN PRIMARIA

Situaciones problema

El área se introduce de manera explícita a partir de 4º curso (9 años). Sin embargo, implícitamente su estudio comienza desde el curso 1º con situaciones-problema vinculadas a la comparación de superficies poligonales sencillas utilizando criterios propios. En el 2º curso (7 años) las situaciones-problema se relacionan con la identificación de figuras 2D en el entorno, las que aluden a figuras con forma de triángulos, cuadrados, rectángulos y círculos. En el curso 3º (8 años) las situaciones involucran el uso de redes para establecer relaciones entre las figuras 2D y 3D. Aunque esto no es específico del área, comienza la percepción de los atributos propios de las figuras bidimensionales y tridimensionales. En dichos cursos, el significado del área presentado se refiere a espacio delimitado por una línea cerrada (1). A partir de 4º curso se introducen situaciones-problema directamente relacionadas con el significado del área como cantidad de unidades bidimensionales que recubren una superficie (2). En este sentido, se evidencia la introducción del cálculo de áreas de manera aditiva. Igualmente, se aprecia una relación con el concepto de fracción como parte todo, pues aparecen situaciones problemas que involucran la representación numérica fraccionaria de áreas sombreadas (aunque en el programa no se hace explícito). Esto se evidencia en los cursos 3º y 4º. A partir de 5º curso (10 años) se introducen situaciones-problema vinculadas al área como producto de dos dimensiones lineales (3), considerando el cálculo de áreas de cuadrados, rectángulos y triángulos, así como la construcción de figuras 2D. Finalmente, en 6º curso (11 años), se introducen situaciones-problema que abordan la construcción de cuerpos

geométricos en relación con el área, a fin de establecer relaciones. En cada caso, las representaciones se corresponden con el nivel educativo.

Elementos lingüísticos

Los elementos lingüísticos identificados incluyen el verbal (con expresiones tanto cotidianas como formales), simbólico-numérico (fracciones, operaciones aritméticas), gráfico (cuadrículas) y geométrico (representaciones de figuras geométricas). Las situaciones asociadas al significado de área como cantidad de unidades bidimensionales que recubren una superficie (2) presentan una mayor variedad de lenguajes, pues dicho significado se vincula también a contenidos sobre las fracciones como parte todo en los cursos 3º a 6º (Figura 1, derecha) y a la multiplicación de números naturales con uso del modelo rectangular del área en los cursos 3º y 4º (Figura 1, izquierda). En este sentido, en 4º curso (Figura 1) se presenta una mayor variedad de lenguajes/representaciones en relación con el área. En cada caso, los lenguajes/representaciones utilizadas son apropiados al nivel al que se dirigen.

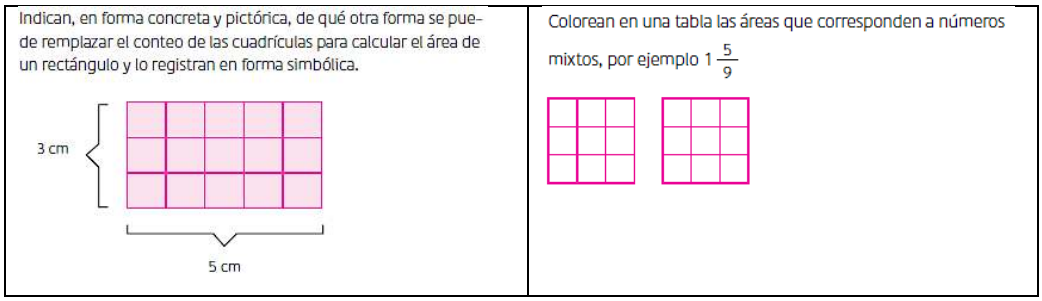

Figura 1. Ejemplo de elementos lingüísticos presentes en 4º curso de Primaria (MINEDUC, 2013a, p. 143, 109)

Conceptos/Definiciones

En las directrices curriculares analizadas no se ofrece una definición explícita del área, sino que esta aparece ligada a otros conceptos, como al de superficie, de ángulo, de la multiplicación, al de fracción como parte todo, fracción como razón e, incluso, al de porcentajes en su representación gráfica (6º curso, Figura 2). Es posible inferir que en los cursos 5º y 6º intervienen los mismos conceptos, observándose un predominio de aquellos vinculados al significado del área como producto de dos dimensiones

lineales (3), como fórmulas del área, unidades cuadradas y longitud. Otros conceptos, como la estructuración espacial y las unidades de medida, y sus propiedades, están presentes en 4º curso, vinculadas al significado de recubrimiento. En lo dispuesto para los cursos 1º a 3º se infieren relaciones al área como espacio delimitado (1), incluyendo superficie y cantidad de superficie, así como unidades de medida no convencionales. No se encuentran evidencias explícitas de las propiedades de la medida (p. ej., conservación del área, transitividad y acumulación y aditividad). Sin embargo, se infiere que estas se introducen con las comparaciones entre figuras que aparecen a partir de 1º curso y las isometrías desde 3º curso.



Figura 2. Ejemplo de conceptos/definiciones presentes en 6º curso de Primaria (MINEDUC, 2013c, p.61,136)

Procedimientos

Los procedimientos que se ponen en juego en las situaciones problemas se agrupan según los significados a los que se asocian. De este modo, se encuentran, en el significado de área como espacio delimitado (1), los procedimientos de comparación de superficies de manera directa e indirecta, las descomposiciones de las superficies, así como las isometrías. Estos procedimientos comienzan a trabajarse, de manera implícita, desde el curso 1º (a excepción de las isometrías que comienzan en el curso 3º). Respecto al significado de área como número de unidades bidimensionales que recubren una superficie (2), se evidencia la introducción de procedimientos para medir áreas como proceso aditivo contando unidades o

subunidades que recubren la superficie (4º curso). Sin embargo, no se observa la promoción de procedimientos que aborden la descomposición de superficies en unidades o subunidades congruentes para facilitar la medición de superficies, o bien, la iteración de unidades y la estructuración de superficies en filas y columnas. Tampoco aparecen procedimientos que destaquen la relación inversamente proporcional entre el tamaño de la unidad de medida y el valor numérico resultante. Así, el uso de cuadrículas, en los cursos 4º y 5º, es solo un mediador para el proceso aditivo de áreas. Los procedimientos relacionados con el área como producto de dos dimensiones lineales comienzan, implícitamente, en 4º curso y, formalmente, se introducen en 5º curso, específicamente, con las fórmulas del área de cuadrados, rectángulos y triángulos. En este curso se incorporan procedimientos que involucran el establecimiento de relaciones entre las fórmulas del área de rectángulos y triángulos, aunque esto queda reducido al uso de cuadrículas en las que un rectángulo es dividido en dos triángulos rectángulos mediante una de sus diagonales, como se puede observar en la Figura 3.

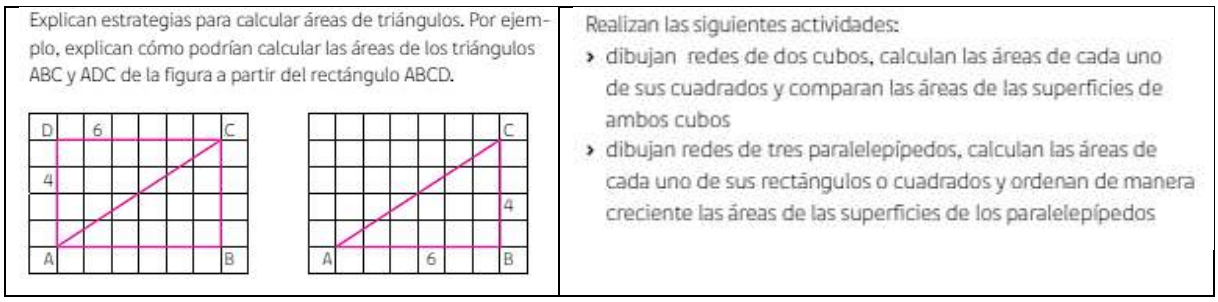

Figura 3. Ejemplo de procedimientos presentes en 5º curso de Primaria (MINEDUC, 2013b, p.106)

Propiedades/Proposiciones

Las propiedades/proposiciones requeridas, de forma explícita e implícita, en las situaciones propuestas por los programas de estudio son escasas, en la Figura 4 se presentan algunos ejemplos identificados en 4º y 5º curso. Se evidencia, especialmente en 5º curso, mediante situaciones que involucran la aplicación de

isometrías para formar figuras distintas de otra inicial, el uso de la propiedad de acumulación y aditividad (p. ej., completar figuras por traslación). Igualmente, se promueve el uso implícito de la propiedad de conservación del área en relación con el concepto de congruencia, y en relación con traslaciones y reflexiones de las figuras en 4º curso. Sumado a lo anterior, en 5º curso se evidencia el uso de una proposición que alude al carácter de recubrimiento de la unidad de medida (la unidad de medida puede ser dividida en partes alícuotas para facilitar el proceso de medir áreas). En este mismo curso, se evidencia la introducción de proposiciones que justifican las relaciones entre las fórmulas del área de rectángulos y triángulos, aunque, de manera elemental.

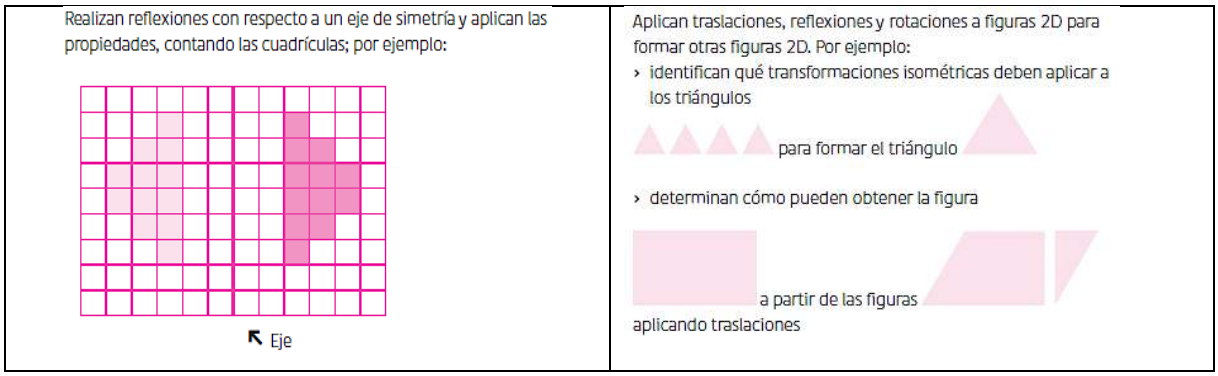

Figura 4. Ejemplo de propiedades/proposiciones presentes en 4º y 5º curso de Primaria (MINEDUC, 2013a, p. 114; MINEDUC, 2013b, p. 104)

Argumentos

Se identifican, en general, pocos argumentos que justifiquen el uso de proposiciones/propiedades y procedimientos. Los escasos argumentos empleados para justificar los procedimientos son adecuados al curso al que se dirigen, y se apoyan en diversos lenguajes: natural, numérico-simbólico, geométrico. En 6º curso se solicitan justificaciones para la fórmula del área de un rectángulo, así como del área de la superficie de figuras 3D en función de las caras de dicha figura. En ambos casos, las justificaciones apuntan a valores numéricos asociados al significado de área como producto de dos dimensiones lineales. En 5º curso las justificaciones se centran en las estrategias utilizadas en la resolución problemas relativos a cálculos de áreas de

rectángulos y triángulos; nuevamente, los argumentos apuntan a valores numéricos asociados al significado de área como producto de dos dimensiones lineales. En 4º curso se solicitan justificaciones sobre la elección de unidades de medida estandarizadas (cm^2). En este caso, se apunta a valores numéricos asociados a las unidades de medida convencionales (área como producto de dos dimensiones lineales). Desde 1º a 3º curso no se evidencian justificaciones. En general, se echan en falta actividades que promuevan la reflexión sobre el uso de un determinado procedimiento, así como la búsqueda de ejemplos que permitan establecer generalizaciones justificadas a nuevas situaciones y, a la vez, obtener conclusiones.

Relaciones

En las situaciones planteadas se evidencian objetos propios del significado del área como producto de dos dimensiones lineales (3), aunque con variaciones sutiles e interconectados entre sí. Sin embargo, no se observa la articulación y coordinación de los significados del área, aun cuando algunas de las situaciones propuestas se podrían abordar desde la consideración de los tres significados antes detallados. Por ejemplo, el cálculo de áreas puede abordarse, también, desde la consideración de procedimientos de naturaleza geométrica, otorgando al área un tratamiento cualitativo antes que cuantitativo. En la Tabla 3 se presentan cada uno de los componentes de idoneidad epistémica identificados en las directrices curriculares chilenas sobre la noción de área.

Tabla 2

Indicadores de la idoneidad epistémica según el significado de área y curso correspondiente.

Significado	Componentes	Curso					
		1º	2º	3º	4º	5º	6º
Área como espacio delimitado por una	**Situaciones problema**						
	Situaciones en las que una superficie aparece ligada a un proceso de comparación, establecimiento de relaciones o reparto equitativo.	x	x	x			
	Elementos lingüísticos						

línea cerrada	Geométrico: representaciones de superficies poligonales simples.	x	x	x			
	Manipulativa: utilizando objetos físicos.	x	x	x	x		
	Conceptos / definiciones						
	Superficie, cantidad de superficie	x	x	x			
	Procedimientos						
	Comparar superficies: de manera directa por superposición total o parcial, o de manera indirecta por recorte y pegado.	x	x				
	Realizar movimientos de rotación, traslación y superposición de figuras.				x	x	
	Proposiciones/Propiedades						
	Conservación del área.				x	x	
	Argumentos						
	Al cambiar la forma de una superficie no se producen cambios en el área, ya que, las figuras pueden ser rotadas, trasladadas, descompuestas o reorganizadas conservando las mismas partes.				x	x	
Área como número de unidades bidimensionales que recubren una superficie	**Situaciones problema**	**1º**	**2º**	**3º**	**4º**	**5º**	**6º**
	Situaciones en las que una superficie aparece ligada a un proceso de medida con unidades de medida no convencionales, ya sea para comparar, repartir o valorar.				x		
	Lenguajes/Representaciones						
	Gráficas: uso de cuadrículas, plano cartesiano			x	x	x	x
	Geométrica: particiones en figuras congruentes (cuadrados o triángulos) de las superficies o de las unidades de medida		x	x	x	x	
	Conceptos / definiciones						
	Estructuración espacial. Unidad de medida no estándar.			x	x		
	Procedimientos						
	Medir áreas como proceso aditivo contando unidades o subunidades que recubren la superficie.				x	x	x
	Proposiciones/Propiedades						
	La unidad de medida puede ser dividida en partes (fraccionarse) para facilitar el proceso de medir áreas.					x	
	Acumulación y aditividad.					x	
	Argumentos						
	El cuadrado se presenta como la mejor opción para medir áreas de superficies poligonales, debido a la facilidad para iterarlo y para recubrir rectángulos y cuadrados de forma exacta, sin solapamientos ni huecos.					x	
Área como producto de dos dimensiones lineales	**Situaciones problema**	**1º**	**2º**	**3º**	**4º**	**5º**	**6º**
	Situaciones en que la superficie aparece ligada a un proceso de medida con unidades de medida estándar ya sea para comparar, repartir o valorar.				x	x	x
	Lenguajes/Representaciones						
	Simbólicas: cálculos mediante el uso de fórmulas, fracciones u operaciones aritméticas.			x	x	x	x
	Conceptos / definiciones						
	Fórmula del área. Unidades cuadradas. Longitud.				x	x	x

	Procedimientos			
	Medir áreas como proceso aditivo contando unidades o subunidades que recubren la superficie.	x	x	x
	Proposiciones/Propiedades			
	Para calcular el área de una figura, se trata de descomponer la figura en un número finito de partes de tal forma que estas partes puedan volver a juntarse para formar una figura más sencilla.		x	
	Argumentos			
	El área de una superficie cuadrada o rectangular está determinada por el producto de las dos dimensiones lineales del rectángulo o cuadrado. Así, la fórmula de base por altura permite encontrar el área de superficies cuadras o rectangulares.		x	x
	El área del triángulo es la mitad del rectángulo de igual base y altura que lo contiene. Por lo tanto, la fórmula del área del triángulo es base por altura dividido dos.		x	

Fuente: Elaboración propia basada en XXX (2021)

Universidade Federal da Grande Dourados

CONCLUSIONES

La investigación tuvo como objetivo identificar indicadores de idoneidad epistémica en las directrices curriculares chilenas de matemática en la Educación Primaria (MINEDUC, 2018). El análisis de dichas directrices permitió identificar tanto el significado de referencia asociado a la noción de área, como los significados pretendidos promovidos en el currículo. Para contrastar los significados curriculares con el significado global del área, se utilizó la noción de idoneidad epistémica. A partir de la reconstrucción del significado global del área, y de las investigaciones realizadas sobre aspectos de la enseñanza y aprendizaje de este tópico, fue posible proponer criterios que permitieron identificar los significados de área planteados en el currículo.

Los resultados evidencian una carencia de situaciones problema que permitan relacionar y coordinar los distintos significados parciales del área. De este modo, se evidencia que, desde el curso 3º, el significado pretendido pone énfasis en el significado asociado al área como producto de dos dimensiones lineales, priorizando procedimientos algorítmicos (como los cálculos aritméticos y el uso de fórmulas), y desplazando aspectos conceptuales subyacentes al uso de fórmulas, como las

propiedades de la medida y de las unidades de medida, la estructuración espacial y el razonamiento multiplicativo (Smith et al., 2106). Aunque en los primeros cursos de Educación Primaria (cursos 1º y 2°) se toma en consideración el significado del área como espacio delimitado por una línea cerrada, este tiende a ser abandonado a medida que se avanza de curso. De este modo, en 6º curso se pierde la conexión con el significado del área antes mencionado y se pone énfasis en el uso de fórmulas.

Coincidiendo con otras investigaciones (p. ej., Smith et al., 2016), sería deseable, en primera instancia, que las directrices curriculares puedan incluir el uso de procedimientos que excluyan cálculos, a fin de promover una comprensión de la base conceptual que subyace a la noción de área en la Educación Primaria. Esto se traduce en la necesidad de dar relevancia a las representaciones de tipo geométrico, pues las propiedades involucradas en la medida se hacen explícitas mediante el uso de procedimientos que involucran isometrías, descomposiciones rígidas de las figuras, así como las posibles reconfiguraciones (Caviedes et al., 2021; Zacharos, 2006). En lo que respecta al manejo de unidades de medida bidimensionales y las fórmulas para calcular áreas de figuras sencillas (cuadrados, rectángulos y triángulos), es posible incorporarlos de manera coordinada con los objetos primarios asociados al área como el espacio delimitado por una línea cerrada. Esta coordinación podría contribuir a desarrollar una comprensión de las propiedades de las unidades de medida –fácilmente reproducibles, fácilmente divisible y sin huecos en el momento de recubrir la superficie con unidades o sus fracciones– por parte de los estudiantes (Caviedes et al., 2021; Sarama & Clements, 2009).

La alineación de los distintos significados dentro de las directrices curriculares abriría la oportunidad de establecer relaciones entre las fórmulas relacionadas con las áreas de distintas figuras geométricas (p.ej., cuadrados y rectángulos). Igualmente, facilitaría la coordinación de procedimientos que involucran cálculos, descomposiciones y reconfiguraciones de las figuras, un aspecto esencial al medir superficies. En este sentido, el estudio reportado pretende ser una primera aproximación al diseño de materiales curriculares y contribuir al uso que los profesores

de matemáticas hacen de estos, coincidiendo con que el vínculo entre el currículo previsto y el implementado, en las directrices curriculares, les ha asegurado el reconocimiento como mediadores de las políticas educativas (Cotrado et al., 2022).

REFERÊNCIAS

Arteaga, P. (2011). *Evaluación de conocimientos sobre gráficos estadísticos y conocimientos didácticos de futuros profesores* [Tesis doctoral, Universidad de Granada, Granada].

Barrett, J. E., Cullen, C. J., Miller, A. L., Eames, C. L., Kara, M., y Klanderman, D. (2017). Area in the middle and later elementary grades. En J. E. Barrett, D. H. Clements, y J. Sarama (Eds.), *Children's measurement: A longitudinal study of children's knowledge and learning of length, area, and volume.* Journal for research in mathematics education monograph series (Vol. 16, pp. 105–127). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Beltrán-Pellicer, P., Godino, J. D., y Giacomone, B. (2018). Elaboración de indicadores específicos de idoneidad didáctica en probabilidad: aplicación para la reflexión sobre la práctica docente. *Bolema, 32*(61), 526-548. https://doi.org/10.1590/1980-4415v32n61a11

Caviedes, S., Gamboa, G. D., y Badillo, E. (2020). Procedimientos utilizados por estudiantes de 13-14 años en la resolución de tareas que involucran el área de figuras planas. *Bolema: Boletim de Educação Matemática, 34*(68), 1015-1035. https://doi.org/10.1590/1980-4415v34n68a09

Caviedes, S., de Gamboa, G., y Badillo, E. (2021). Mathematical objects that configure the partial area meanings mobilized in task-solving. International. *Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 54(6), 1092-1111. https://doi.org/10.1080/0020739X.2021.1991019

Caviedes, S. (2022). Resolución de tareas que involucran el área de figuras planas por estudiantes de sexto de primaria. *Números: revista de didáctica de las matemáticas.* (110), 25-39.

Clements, D. H., Sarama, J., Van Dine, D. W., Barrett, J. E., Cullen, C. J., Hudyma, A., Dolgin, R., Cullen, A. L., y Eames, C. L. (2018). Evaluation of three interventions teaching area measurement as spatial structuring to young children. *The Journal of Mathematical Behavior, 50*(23), 23–41. https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2017.12.004

Clements, D. H. y Stephan, M. (2004). Measurement in pre-K to grade 2 mathematics. Engaging young children in mathematics. En D.H. Clements y J. Sarama

(Eds.), *Engaging young children in mathematics: Standards for early childhood mathematics education* (pp. 299–320). Erlbaum.

Cohen, L., Manion, L., y Morrison, K. (2007). *Research methods in education (6th ed).* Routledge.

Cotrado, B., Burgos, M., y Beltrán-Pellicer, P. (2022). Idoneidad didáctica de materiales curriculares oficiales peruanos de educación secundaria en probabilidad. *Bolema: Boletim de Educação Matemática, 36*, 888-922. https://doi.org/10.1590/1980-4415v36n73a13

Cruz, A., Gea, M. M., Giacomone, B., y Godino, J. D. (2017). Criterios de idoneidad cognitiva para el estudio de la geometría espacial en educación primaria. *Congreso Iberoamericano de Educación Matemática* (pp. 1-8). España.

Font, V., Godino, J. D. y D'Amore, B. (2007). An onto-semiotic approach to representations in mathematics education. *For the Learning of Mathematics, 27*(2), 2-7.

Freudenthal, H. (1983). *Didactical phenomenology of mathematical structures*. Reidel.

Godino, J. (2013). Indicadores de la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática, 11*, 111-132.

Godino, J. D., Batanero, C. y Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. *ZDM, 39*(1-2), 127-135.

Godino, J., Batanero, C., y Burgos, M. (2023). Theory of didactical suitability: An enlarged view of the quality of mathematics instruction. *Eurasia, 18*(1), 1-20. https://doi.org/10.29333/ejmste/13187

Godino, J., Rivas, H., y Arteaga, P. (2012). Inferencia de indicadores de idoneidad didáctica a partir de orientaciones curriculares. *Práxis Educativa, 7*(2), 331-354.

Gutiérrez, A. (2004): Investigación en didáctica de la geometría: La medida de áreas. En Luengo, R. (ed.), *Líneas de investigación en educación matemática* (vol. 1, pp. 83-108). Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas.

Hong, D. S., Choi, K. M., Runnalls, C., y Hwang, J. (2018). Do textbooks address known learning challenges in area measurement? A comparative analysis. *Mathematics Education Research Journal, 30*, 325-354. https://doi.org/10.1007/s13394-018-0238-6

Kordaki, M. y Potari, D. (1998). A learning environment for the conservation of area and its measurement: a computer microworld. *Computers & Education, 31*(4), 405-422.

Kamii, C. y Kysh, J. (2006). The difficulty of "lengthxwith": Is a square the unit of measurement? *Journal of Mathematical Behavior, 25*, 105-115. https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2006.02.001

Kospentaris, G., Spyrou, P. y Lappas, D. (2011). Exploring students' strategies in area conservation geometrical tasks. *Educational Studies in Mathematics, 77*(1), 105-127. https://doi.org/10.1007/s10649-011-9303-8

MINEDUC. (2013a). *Programa de estudio cuarto año básico: Matemática*. Unidad de Currículum y Evaluación.

MINEDUC. (2013b). *Programa de estudio quinto año básico: Matemática*. Unidad de Currículum y Evaluación.

MINEDUC. (2013c). *Programa de estudio cuarto año básico: Matemática*. Unidad de Currículum y Evaluación.

MINEDUC. (2018). *Bases curriculares Primero a Sexto Básico*. Unidad de Currículum y Evaluación.

Pallauta, J. D., y Batanero, C. (2024). Guía para el análisis de la idoneidad epistémica y cognitiva de lecciones sobre tablas estadísticas en libros de texto. *Bolema: Boletim de Educação Matemática, 38*, e230088. https://doi.org/10.1590/1980-4415v38a230088

Sarama, J. y Clements, D. H. (2009). *Early childhood mathematics education research: Learning trajectories for young children*. Routledge. https://doi.org/10.4324/9780203883785

Smith, J. P., Males, L. M. y Gonulates, F. (2016). Conceptual limitations in curricular presentations of area measurement: One nation's challenges. *Mathematical Thinking and Learning, 18*(4), 239-270. https://doi.org/10.1080/10986065.2016.1219930

Stephan, M., y Clements, D. H. (2003). Linear and area measurement in pre-kindergarten to grade 2. *Learning and teaching measurement, 5*(1), 3-16.

Zacharos, K. (2006). Prevailing educational practices for area measurement and students' failure in measuring areas. *The Journal of Mathematical Behavior, 25*(3), 224-239. https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2006.09.003