Tangram
Revista de Educação Matemática

DOI: 10.30612/tangram.v7i1.17606

Proposta de Estudo de Padrões Fractais com Smartphone e Materiais Manipuláveis

Proposal for the Study of Fractal Patterns with Smartphone and Manipulable Materials

Propuesta para el Estudio de Patrones Fractales con Smartphone y Materiales Manipulables

Renata Dourado Roque
Programa de Pós-Graduação em Estatística e Biometria, Universidade Federal de Viçosa (UFV)
Viçosa, Minas Gerais, Brasil
E-mail: renata.roque@ufv.br
Orcid: https://orcid.org/0000-0001-5940-0736

Rejane Waiandt Schuwartz de Carvalho Faria
Departamento de Matemática, Universidade Federal de Viçosa (UFV)
Viçosa, Minas Gerais, Brasil
E-mail: rejane.faria@ufv.br
Orcid: https://orcid.org/0000-0002-2422-969X

Resumo: Este artigo objetiva popularizar a discussão sobre atividades investigativas para o estudo de fractais mediado pelo smartphone e por materiais manipuláveis. O trabalho foi teoricamente embasado nas Fases das Tecnologias Digitais na Educação Matemática, oriundas dos avanços tecnológicos e no quanto eles impactam diretamente a educação. A investigação, de cunho qualitativo, foi realizada por meio da elaboração de atividades para estudo de fractais de forma interdisciplinar e investigativa, disponibilizadas no GeoGebra Book "Fractais: uma experiência com a Matemática e a Arte". Deste modo, a pesquisa se justifica por criar possibilidades de trabalhar com fractais com o uso de smartphone para fins didáticos, para servir como apoio a alunos e professores interessados na temática. Concluímos que a proposta de estudo dos padrões fractais por meio do smartphone possibilita que a aprendizagem matemática

ocorra de forma aliada às tecnologias digitais, sendo favorável a prática da matemática investigativa.

Palavras-chave: Interdisciplinaridade. Ensino Médio. GeoGebra.

Abstract: This article aims to popularize the discussion about investigative activities for the study of fractals mediated by the smartphone and manipulable materials. The work was theoretically based on the Phases of Digital Technologies in Mathematics Education, arising from technological advances and how much they directly impact education. The investigation, of a qualitative nature, was carried out through the elaboration of activities for the study of fractals in an interdisciplinary and investigative way, available in the GeoGebra Book “Fractals: an experience with Mathematics and Art”. In this way, the research is justified by creating possibilities of working with fractals with the use of smartphones for didactic purposes, to serve as support for students and teachers interested in the subject. We conclude that the proposal to study fractal patterns through the smartphone allows mathematical learning to occur in conjunction with digital technologies, favoring the practice of investigative mathematics.

Keywords: Interdisciplinarity. High school. GeoGebra.

Resumen: Este artículo tiene como objetivo discutir y compartir actividades de investigación para el estudio de los fractales mediados por el teléfono inteligente y materiales manipulables. El trabajo se basó teóricamente en las Fases de las Tecnologías Digitales en la Educación Matemática, que surgen de los avances tecnológicos y cuánto impactan directamente en la educación. La investigación, de carácter cualitativo, se llevó a cabo mediante la elaboración de actividades para el estudio de los fractales de forma interdisciplinaria e investigativa, disponibles en el Libro de GeoGebra “Fractales: una experiencia con las Matemáticas y el Arte”. De esta manera, la investigación se justifica al generar posibilidades de trabajo con fractales con el uso de teléfonos inteligentes con fines didácticos, para que sirvan de apoyo a estudiantes y docentes interesados en el tema. Concluimos que la propuesta de estudiar patrones fractales a través del teléfono inteligente permite que el aprendizaje matemático se dé en conjunto con las tecnologías digitales, favoreciendo la práctica de las matemáticas investigativas.

Palabras clave: Interdisciplinariedad. Escuela secundaria. GeoGebra.

Recebido em
03/11/2023
Aceito em
03/02/2024

CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Este artigo, ao estabelecer uma conexão com a matemática, a arte e a informática objetiva popularizar a discussão sobre atividades investigativas para o estudo de fractais mediado pelo smartphone e por materiais manipuláveis. Desde a década de 1980 as inovações tecnológicas começaram a ganhar espaço na sociedade, com uso de calculadoras simples e científicas e computadores. Com o avanço tecnológico, novos recursos foram criados e atualizados, como softwares, aplicativos, internet, telefones celulares, tablets, notebooks, entre outros, transformando a sociedade, e tornando-os cada vez mais presente no nosso cotidiano (Borba, Scucuglia & Gadanidis, 2014).

O uso das tecnologias digitais tem criado novas possibilidades de ensino e aprendizagem, viabilizando o desenvolvimento de conteúdos de forma dinâmica e atrativa. As leis e os documentos norteadores da Educação ressaltam a importância da utilização desses recursos, para formação de alunos críticos. Dessa maneira, torna-se oportuno o uso de softwares e aplicativos nas aulas de matemática.

Nos dias de hoje, o uso de smartphones se tornaram comuns no ambiente escolar. Muitos alunos usam seus telefones para fazer pesquisas no Google, e ainda registrar momentos da aula e fotografar a lousa. Borba, Scucuglia & Gadanidis (2014) apoiam a utilização de smartphones para fins educativos desde que sejam impostos limites, afinal, o uso da internet e de aplicativos pode ser precioso na investigação matemática devido ao seu grande potencial pedagógico, mas também pode vir a atrapalhar a concentração, devido às possibilidades de exploração dos mais diversos tipos de conteúdo digital disponíveis na internet.

Outra temática relevante neste trabalho é o estudo dos padrões fractais no contexto escolar. A geometria fractal, foi criada a partir da necessidade de entender o mundo e explicar alguns fenômenos que não podem ser compreendidos através da geometria euclidiana. “Os fractais são formas geométricas abstratas de uma beleza incrível, com padrões complexos que se repetem infinitamente, mesmo limitados a

uma área finita" (Gouvea & Murari, 2004, p. 5). De acordo com Faria & Maltempi (2012), por estarmos rodeados pela natureza, sons e imagens, a utilização dos fractais no ensino de matemática se torna uma alternativa. Além disso, seus aspectos visuais podem ser explorados fazendo uma conexão com a matemática e a arte, dando possibilidade de desenvolver diversos conteúdos tanto com tecnologias, quanto com materiais manipuláveis. O uso de materiais manipuláveis ajuda no processo de aprendizagem do aluno, já que o contato com o concreto favorece o entendimento, e ainda torna a matemática palpável.

A ideia de padrões está associada a repetição. Para Vale, Palhares, Cabrita & Borralho (2007, p. 2), "em todos os aspectos da vida somos atraídos para as regularidades e, muitas vezes, tentamos interpretar situações procurando, ou mesmo impondo padrões". A matemática procura identificar tipos de padrões que podem possuir caráter numéricos, algébricos e geométricos. Já no que tange os padrões fractais, eles são considerados um tipo específico de padrões, pois um fractal pode conter padrões de diferentes naturezas (Faria, 2012).

Por se tratar de um tema naturalmente fecundo na área interdisciplinar, abordamos os padrões fractais nessa perspectiva. É pertinente pontuar que existe uma conexão possível entre a matemática, a arte e a informática, para trabalhar com padrões fractais o que viabiliza o desenvolvimento de atividades interdisciplinares na sala de aula. A arte é uma forma de expressão que "[...] pode ser entendida e manifestada de várias maneiras" (Faria & Maltempi, 2012, p. 35). Para Barbosa (2008, p. 18) "por meio da Arte é possível desenvolver a percepção e a imaginação, aprender a realidade do meio ambiente, desenvolver a capacidade crítica, permitindo ao indivíduo analisar a realidade percebida e desenvolver a criatividade de maneira a mudar a realidade que foi analisada".

Destacamos que, na perspectiva escolar, a interdisciplinaridade tem um papel de estabelecer um elo entre um conteúdo pertinente à diferentes disciplinas, isto é, mostrando para o aluno a ligação entres várias áreas de conhecimento. A

interdisciplinaridade integra as disciplinas, sem eliminar suas particularidades, ou seja, mantem um diálogo, considerando os aspectos históricos e culturais no contexto escolar (Paviani, 2008).

Portanto, neste trabalho reforçamos a relevância de pesquisas relacionadas às tecnologias digitais em Educação Matemática da perspectiva interdisciplinar. Destacamos um motivador da pesquisa que consistiu em produzir e divulgar material didático de matemática mediadas pelos smartphones que são acessíveis a grande parte dos alunos e possui potencialidades didáticas, dentre as quais destacamos o aplicativo de Matemática GeoGebra, conhecido por sua performance em interações gráficas e geométricas. Acreditamos que a utilização de tecnologias digitais pode ser bastante efetiva para o ensino de matemática, em especial para o estudo de padrões fractais, que podem ser visualizados e explorados de maneira interativa e dinâmica.

PERSPECTIVA TEÓRICA

Na perspectiva teórica dessa pesquisa, destacamos cinco fases das tecnologias digitais em Educação Matemática. A primeira fase inicia-se com a utilização de calculadoras e computadores na década de 1980. Essa fase caracterizou-se com uso do software LOGO, por permitir trabalhar com a Educação Matemática através da linguagem de programação e pensamento lógico. Dessa maneira, nessa época surgiu a perspectiva de inserção de laboratórios de informática nas escolas e a preocupação quanto à formação dos professores.

Com as inovações tecnológicas e a popularização do uso de computadores, surgiu a segunda fase no início dos anos 1990, marcada pela criação de softwares educacionais, entre eles, Winplot, Fun, Granphmatica, Cabri-Géomètre e o Geometricks, alguns com a funcionalidade de representações de funções, outros voltados para geometria dinâmica. Esses softwares foram caracterizados por serem de fácil manuseio e sem exigência de linguagem de programação, além de possuírem

grande potencial para o ensino de matemática, possibilitando a visualização e exploração de problemas (Borba *et al.*, 2014).

A terceira fase, iniciada por volta de 1999, evidencia o uso da internet, fazendo emergir possibilidades de Educação Matemática online, por meio de cursos à distância. Nesses cursos, a comunicação entre alunos e professores ocorriam via chats, e-mail e fóruns, proporcionando uma relação de proximidade e consolidando o termo “tecnologias da informação e comunicação” (Borba *et al.*, 2014).

Já a quarta fase, iniciada no ano de 2004, abrange todos as experiências das fases anteriores, porém ficou marcada devido à chegada da internet rápida, que impulsionou as transformações na Educação Matemática, aprimorando e trazendo novas possibilidades. “Isso torna a quarta fase um cenário exploratório, fértil ao desenvolvimento de investigações e a realização de pesquisas” (Borba *et al.*, 2014, p.44).

Atualmente estamos na quinta fase, que segundo Borba, Souto & Canedo-Junior (2022) ocorreu devido a pandemia causada pelo vírus SARS-CoV-2, que intensificou o uso das tecnologias digitais em Educação Matemática. A doença teve início no ano de 2019, mas foi em 2020 que se instaurou enquanto pandemia e dentre tantas mudanças que trouxe consigo, marcou a chegada dessa fase. Foi nesse cenário que o Ministério da Educação (MEC) autorizou que escolas e universidades substituíssem as aulas presenciais por aulas remotas, ou seja, fizesse o uso das tecnologias digitais para encontros síncronos e assíncronos. Esse foi o momento em que muitas escolas e professores, que ainda não faziam uso das tecnologias digitais, foram obrigadas a utilizá-las, na tentativa de manter os estudos de seus alunos.

Nessa fase, os recursos tecnológicos estão ainda mais presentes no contexto educacional e há uma ampla diversidade de recursos e ferramentas disponíveis para o ensino e a aprendizagem da matemática, como a internet rápida e os smartphones. Nessa fase, mediante a pandemia, tivemos o maior uso das tecnologias digitais,

mesmo que escola e professores não tivessem preparados para tamanha mudança ocorrida de forma repentina e inesperada.

METODOLOGIA

A pesquisa realizada é de cunho qualitativo, pois objetivou produzir material didático para o estudo de fractais mediadas pelo smartphone. A maneira como as atividades foram construídas leva o aluno a investigar os padrões fractais, ao mesmo tempo em que aprecia suas características e beleza.

Com o material produzido foi possível perceber as potencialidades do aplicativo GeoGebra, principalmente pela sua dinamicidade e visualização de conceitos geométricos, auxiliando na compreensão de conceitos, pensamentos e noções matemáticas, facilitando o estudo de fractais em um ambiente exploratório e interdisciplinar.

A pesquisa foi iniciada com a investigação de possibilidades de uso do aplicativo GeoGebra, bem como em conduzir estudos teóricos relacionados à utilização de Tecnologias Digitais, com ênfase no uso de smartphones para o ensino de matemática. Em colaboração com Tatiana Machado Resende Guedes, então aluna do mestrado em Educação da UFV, também sob a orientação da Professora Rejane Faria, elaboramos atividades investigativas mediadas por smartphones, utilizando o aplicativo GeoGebra (Guedes, 2023). Por fim, concluímos a criação do GeoGebraBook, organizando os capítulos e inserindo as atividades desenvolvidas (Roque, 2023).

Cabe esclarecer que as atividades foram elaboradas como apoio à referida pesquisa de mestrado, que, por sua vez, teve a coleta de dados realizada no Instituto Federal de Ciências e Tecnologia do Sudeste de Minas Gerais, Campus Muriaé, oportunidade em que as atividades foram realizadas com alunos do Ensino Médio integrado ao curso técnico de informática. As atividades foram elaboradas com vistas a explorar os padrões fractais de forma interdisciplinar e investigativa, capaz de

contribuir para uma aprendizagem significativa com o aplicativo GeoGebra para smartphone.

O GeoGebra é um software de matemática dinâmico e gratuito, com recursos de geometria, álgebra, cálculo e estatística. Possui uma interfase intuitiva de fácil manuseio, e está disponível para os sistemas Windows, MacOS, Androíd e IOS. Pode ser utilizado em qualquer nível escolar, do ensino básico ao nível superior. O uso desse software nas aulas de matemática, proporciona aos alunos a manipulação e exploração dos objetos matemáticos, contribuindo para investigação matemática e autonomia dos alunos. Utilizamos o aplicativo GeoGebra Geometria para smartphone pois ele permite que os alunos construam fractais, recordando os conceitos estudados em geometria (Figura 1).



Figura 1. Aplicativo GeoGebra Geometria para smartphone

Fonte: http://geogebra.org.

Na pesquisa realizada estudamos os fractais, para entender suas propriedades e suas aplicações nas disciplinas de matemática, arte e informática. Concordamos que:

> As atividades que propõe a construção de objetos com o uso de software de GD buscam construir cenários que possibilitem a investigação matemática. Em nossa perspectiva, nós pensamos-com-tecnologias, ou seja, a natureza dos problemas e da atividade matemática está em simbiose com o design das tecnologias que utilizamos, com as potencialidades das mídias que usamos para fazer sentido a conceitos ou produzir conhecimentos matemáticos. (Borba *et al.*, 2014, p. 32).

Nas atividades que propomos, percebemos que os fractais estão intimamente ligados com essas disciplinas, quando analisamos seus padrões e aspectos visuais. Para compor as atividades de investigação interdisciplinar dos padrões fractais, foram escolhidos o fractal Degraus e o Triângulo de Sierpinski para as atividades com materiais manipuláveis e Triângulo de Sierpinski e Tetra Círculo para as atividades a serem realizadas com o aplicativo GeoGebra para smartphones (figura 2).

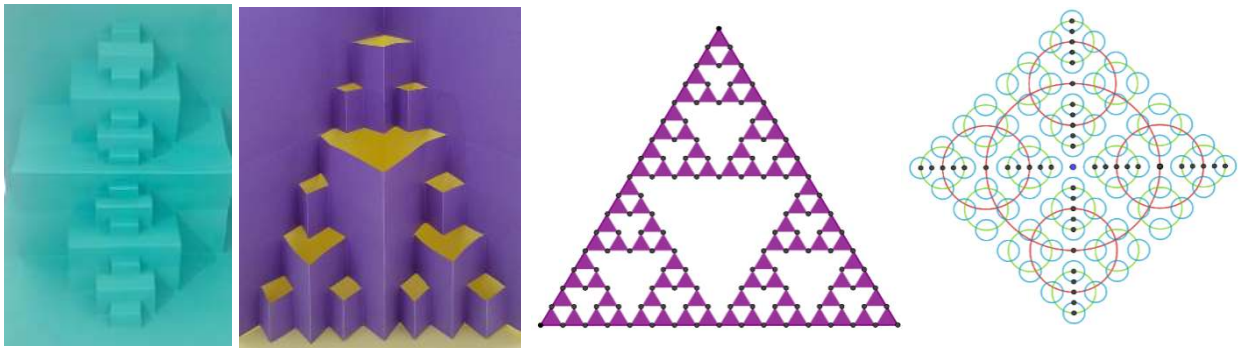

Figura 2. Fractais Degraus e Triângulo de Sierpinski elaborados com materiais manipuláveis e Triângulo de Sierpinski e Tetra Círculo elaborados com GeoGebra.

Fonte: Autoras.

Deste modo, passamos a apresentar na seção seguinte os resultados da pesquisa.

RESULTADOS

O resultado principal da pesquisa de iniciação científica realizada, de cunho qualitativo, foi a criação do GeoGebraBook “Fractais: uma experiência com a Matemática e a Arte”, para disponibilizar as atividades elaboradas. A divulgação do material didático produzido, tem como intuito, oferecer aos professores da Educação Básica uma alternativa de trabalhar com fractais de maneira interdisciplinar mediada pelo smartphone, de forma investigativa e motivadora.

O GeoGebraBook é um livro online, que conta com uma estrutura disponibilizada pelo próprio site do software. Consiste em um repositório online para reunir vários recursos de diferentes tipos. Por ser intuitivo, fácil de usar, possível de ser colocado no modo público e com ferramentas que permitem seu compartilhamento, consideramos um importante meio de divulgação de pesquisas com tecnologias digitais voltadas para a sala de aula de matemática.

A figura 3, mostra a página principal do GeoGebraBook “Fractais: Uma experiência com a Matemática e a Arte” (disponível em https://www.geogebra.org/m/sszsesa3), com uma breve introdução que contempla os objetivos e característica gerais das atividades.

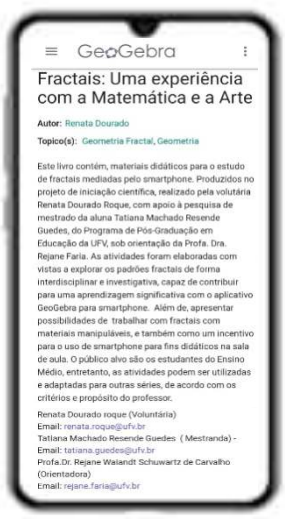

Figura 3. Página principal do GeoGebraBook acessado pelo smartphone.

Fonte: Autoras.

Assim como descrito por Borba *et al.* (2014), a quarta e na quinta fase das tecnologias digitais são marcadas por estarmos com a tecnologia sempre à mão, por meio, principalmente, dos smartphones. Por se tratar de dispositivos versáteis que têm uma ampla variedade de usos e funcionalidades, são chamados de inteligentes porque vão muito além das funções básicas de um telefone celular. Deste modo,

disponibilizar atividades matemáticas no GeoGebraBook é uma forma de torna-la acessível aos alunos, professores e estudiosos da temática.

Especificamente o que publicamos está dividido em três capítulos: Reconhecimento do Aplicativo, Materiais Manipuláveis e Criando Fractais no GeoGebra, conforme mostra a figura 4.



Figura 4. Capa do GeoGebraBook acessado pelo smartphone.

Fonte: Autoras.

No primeiro capítulo, reconhecimento do aplicativo (figura 5), apresentamos uma atividade introdutória com as ferramentas necessárias para os alunos realizarem as atividades investigativas posteriormente. Ao final do material, é apresentada uma questão de exploração do aplicativo, fundamental para o primeiro contato dos alunos com a ferramenta. Para realização dessa atividade, os alunos devem assumir um papel de investigador, explorando o aplicativo, fazendo descobertas e sendo protagonista da sua própria aprendizagem.



Figura 5. Atividade de Reconhecimento do aplicativo no GeoGebraBook acessado pelo smartphone.

Fonte: Autoras.

O capítulo seguinte é composto por duas atividades: cartão fractal degraus e triângulo de sierpinski. Para cada uma delas, foram elaborados roteiros de construção dos cartões fractais, e questões relacionadas aos aspectos visuais (Figura 6).



Figura 6. Atividades com Materiais Manipuláveis no GeoGebraBook acessado pelo smartphone.

Fonte: Autoras.

Por fim, o capítulo criando fractais no GeoGebra, é dividido em duas seções de atividades. Foram elaborados roteiros de construção do triângulo de sierpinski e do tetra círculo no aplicativo, acompanhados de perguntas sobre o processo de interação, relação entre a quantidade de triângulos e círculos presentes em cada nível e sobre simetrias. Elaboramos questões investigativas que podem ser exploradas pelos alunos, com o intuito de que ocorram descobertas de padrões (Figura 7).



Figura 7. Atividades com aplicativo no GeoGebraBook acessado pelo smartphone.

Fonte: Autoras.

Como previsto por Borba *et al.* (2014) e Borba, Souto & Canedo-Junior (2022), a chegada da internet rápida tem demandado que as possibilidades de investigações matemáticas com tecnologias digitais sejam ampliadas. Com a internet rápida cada vez mais acessível é preciso aprimorar e apresentar novas possibilidades de um ensino de matemática fecundo à construção de conhecimento com alunos que participem ativamente. Dessa maneira, cumprimos o objetivo de popularizar a discussão sobre atividades investigativas para o estudo de fractais mediado pelo smartphone e por materiais manipuláveis, estando à disposição de alunos, professores e interessados no material.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

As atividades investigativas disponibilizadas no GeoGebraBook podem ser consultadas por professores e alunos atraídos pela temática, ficando à disposição como material de apoio as aulas. Nesse sentido, acreditamos que essas atividades podem ser utilizadas nas aulas de matemática, incentivando os estudos dos fractais, bem como a utilização do smartphone para fins pedagógicos.

Ao longo da pesquisa foi possível perceber que trabalhar com fractais e tecnologias digitais abre possibilidades de exploração e desenvolvimento de conhecimentos em diversas áreas. Nesse sentido, consideramos a experiência de produzir material didático para o estudo de fractais mediadas pelo smartphone enriquecedora.

REFERÊNCIAS

Borba, M. C.; Scucuglia, R. R. S.; Gadanidis, G. (2014). Fases das Tecnologias Digitais em Educação Matemática: sala de aula e internet em movimento. Autêntica Editora. Belo Horizonte, MG, Brasil.

Borba, M. C.; Souto, D. L. P.; Canedo-Junior, N. R. C. (2022). Vídeos na educação matemática: Paulo Freire e a quinta fase das tecnologias digitais. Autêntica Editora. Belo Horizonte, MG, Brasil.

Barbosa, A. M. (2008). Inquietações e mudanças no ensino da arte. 5 ed. Cortêz Editora. São Paulo, SP, Brasil.

Faria, R. W. S. (2012). Padrões fractais: contribuições ao processo de generalização de conteúdos matemáticos. 195 f. Dissertação - (mestrado em Educação Matemática) - Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas. Rio Claro, SP, Brasil.

Faria, R. W. S. C.; Maltempi, M. V. (2012). Padrões Fractais: Conectando Matemática e Arte. Eccos Revista Científica (Impresso), v. 1, p. 33-53. São Paulo, SP, Brasil.

Guedes, T. M. R. (2023). Contribuições Interdisciplinares da Exploração Estética dos Padrões Fractais. Dissertação - (mestrado em Educação) - Universidade Federal de Viçosa. Viçosa, MG, Brasil.

Gouvea, F. R.; Murari, C. (2004). Fractais de bases caleidoscópicas. Encontro Nacional de Educação Matemática. Recife, PE, Brasil.

Paviani, J. (2008). Interdisciplinaridade: conceitos e distinções. 2. Ed. EDUCS. Caxias do Sul, RS, Brasil.

ROQUE. R. D. (2023). Padrões Fractais, Tecnologias Digitais e Interdisciplinaridade. Relatório de Iniciação Científica. Universidade Federal de Viçosa. Departamento de Matemática.

Vale, I.; Palhares, P.; Cabrita, I.; Borralho, A. (2007). Os Padrões no Ensino e Aprendizagem de Álgebra. Em I. Vale, T. Pimentel, A. Barbosa, L. Fonseca, L. Santos e P. Canavarro (Orgs), Números e Álgebra (p. 193-211). SEM-SPCE. Lisboa, Portugal.