Tangram
Revista de Educação Matemática

DOI: 10.30612/tangram.v6i3.17410

Ensino de Olimpíadas, Educação Inclusiva e GeoGebra: uma proposta de ensino de Geometria Plana a partir do uso de Problemas Olímpicos

Teaching Olympics, Inclusive Education and GeoGebra: a proposal for teaching Plane Geometry using Olympic Problems

Olimpiadas Pedagógicas, Educación Inclusiva y GeoGebra: una propuesta para enseñar Geometría Plana utilizando Problemas Olímpicos

Paulo Vitor da Silva Santiago
Universidade Federal do Ceará -UFC
Fortaleza, Ceará, Brasil
E-mail: pvitor60@hotmail.com
0000-0002-6608-5452

José Rogério Santana
Universidade Federal do Ceará -UFC
Fortaleza, Ceará, Brasil
E-mail: rogesantana@ufc.br
0000-0002-8327-5864

Resumo: Este artigo apresenta uma proposta de ensino que almeja incentivar a adesão das Olimpíadas de Matemática em sala de aula, visando a aprendizagem e a inclusão dos surdos. No caso particular deste trabalho, sugerimos os enunciados presentes nas questões da Olimpíada Canguru de Matemática Brasil. Tem como objetivo contribuir no ensino sobre os conceitos de porcentagem e área de figuras planas, a partir de dois problemas da Canguru de Matemática Brasil. Para isso, utilizamos como metodologia de pesquisa a Engenharia Didática, com o aporte do GeoGebra, as situações didáticas foram elaboradas com base na Teoria das Situações Didáticas, a partir do conceito de Situação Didática Olímpica, e foram estruturadas com o *software* GeoGebra. A associação de Problemas Olímpicos ao GeoGebra possibilitou aos estudantes a construção do conhecimento, a partir de uma percepção visual e da manipulação do *software*, bem como uma interação e inclusão do estudante, proporcionando a este o desenvolvimento do conhecimento matemático. Sendo assim, consideramos que os resultados obtidos foram satisfatórios para os envolvidos no processo, além de proporcionar aos leitores uma reflexão sobre o ensino de matemática, o uso de problemas olímpicos e de *softwares* para o seu ensino, bem como a inclusão de alunos com necessidades especiais e sua aprendizagem.
Palavras-chave: GeoGebra. Engenharia Didática. Canguru de Matemática. Geometria Plana. Problema Olímpico.

Abstract: This article presents a teaching proposal that aims to encourage the adherence of the Mathematical Olympiads in the classroom, aiming at learning and the inclusion of the deaf. In the particular case of this paper, we suggest the statements present in the questions of the Kangaroo Maths Olympiad Brazil. It aims to contribute to the teaching of the concepts of percentage and area of plane figures, from two problems of the Maths Kangaroo Brazil. For this, we used Didactic Engineering as a research methodology, with the support of GeoGebra, the didactic situations were elaborated based on the Theory of Didactic Situations, from the concept of Olympic Didactic Situation, and were structured with the GeoGebra software. The association of Olympic Problems with GeoGebra enabled students to construct knowledge, based on a visual perception and manipulation of the software, as well as an interaction and inclusion of the student, providing him with the development of mathematical knowledge. Therefore, we consider that the results obtained were satisfactory for those involved in the process, in addition to providing readers with a reflection on the teaching of mathematics, the use of Olympic problems and software for its teaching, as well as the inclusion of students with special needs and their learning.
Keywords: GeoGebra. Didactic Engineering. Maths Kangaroo. Plane Geometry. Olympic Problem.

Resumen: Este artículo presenta una propuesta didáctica que pretende incentivar la adhesión de las Olimpíadas Matemáticas en el aula, visando el aprendizaje y la inclusión de los sordos. En el caso particular de este trabajo, sugerimos los enunciados presentes en las preguntas de la Olimpíada Canguro de Matemáticas Brasil. Pretende contribuir a la enseñanza de los conceptos de porcentaje y área de figuras planas, a partir de dos problemas del Canguru de Matemática Brasil. Para ello, utilizamos la Ingeniería Didáctica como metodología de investigación, con el apoyo de GeoGebra, las situaciones didácticas fueron elaboradas con base en la Teoría de las Situaciones Didácticas, a partir del concepto de Situación Didáctica Olímpica, y fueron estructuradas con el software GeoGebra. La asociación de los Problemas Olímpicos con GeoGebra permitió a los alumnos construir conocimiento, basado en una percepción visual y manipulación del software, así como una interacción e inclusión del alumno, proporcionándole el desarrollo del conocimiento matemático. Por lo tanto, consideramos que los resultados obtenidos fueron satisfactorios para los involucrados en el proceso, además de proporcionar a los lectores una reflexión sobre la enseñanza de las matemáticas, el uso de problemas olímpicos y software para su enseñanza, así como la inclusión de alumnos con necesidades especiales y su aprendizaje.
Palabras clave: GeoGebra. Ingeniería Didáctica. Canguro Matemático. Geometría Plana. Problema olímpico.

Recebido em
14/08/2023
Aceito em
24/09/2023

CONSIDERAÇÕES INICIAIS

As Olimpíadas de Matemática estão presentes no ensino e aprendizagem das instituições públicas e privadas brasileiras, pois abordam conteúdos que despertam o interesse do aluno, incentivam a curiosidade e proporcionam uma educação motivadora, permitindo a estruturação de novos conhecimentos matemáticos. As competições tornam-se desafiantes para a aprendizagem quando têm alunos surdos no contexto da educação inclusiva de forma integrada e relacionada com os conteúdos trabalhados na formação olímpica de matemática (Moura, 2023). O ensino de Geometria Plana é instigante e permite o trabalho dos conteúdos desenvolvidos na disciplina de Matemática, por meio da análise de problemas olímpicos ligados à prática.

Este artigo apresenta uma Engenharia Didática (ED) com o conteúdo de Geometria Plana associado à Educação Inclusiva, a partir do desenvolvimento de questões da Olimpíada Canguru de Matemática Brasil. De acordo com Almouloud (2007), a ED é uma metodologia de pesquisa baseada em um esquema experimental, que está presente nas aplicações didáticas em sala de aula, a saber, na elaboração, execução, observação e análise do processo de ensino, confrontando a validação interna das análises *a priori* e *a posteriori*.

Portanto, a presente pesquisa propõe a inclusão de um aluno surdo na turma olímpica de matemática para o Ensino Médio com a pergunta norteadora: qual a importância das olimpíadas para os estudantes olímpicos quanto para além dela, diante dos conteúdos de porcentagem e área de figuras planas?

Assim, o objetivo deste trabalho é apresentar uma proposta de ensino sobre os conceitos de porcentagem e área de figuras planas, a partir de dois problemas da Canguru de Matemática Brasil, com uso do GeoGebra. Nesse sentido, consideramos o contexto do Ensino de Matemática e da Educação Inclusiva, trazendo uma experiência nessa perspectiva com a inclusão de um aluno surdo dentre os demais participantes.

A fim de contribuir para o andamento do processo de ensino e aprendizagem, usamos o GeoGebra, pois considera-se que "a presença de uma determinada tecnologia pode induzir profundas mudanças na maneira de organizar o ensino" (Kenski, 2012, p. 44).

Sendo assim, há construções geométricas criadas no GeoGebra, como um suporte para esse processo de aprendizagem. Salienta-se que o GeoGebra é uma plataforma virtual, aplicativo e *software*, desenvolvida por Markus Hohenwarter em 2002, como parte de sua pesquisa de mestrado pela Universidade de *Salzburg*, na Áustria. A partir de 2006, o GeoGebra foi financiado pelo Ministério da Educação deste país, visando manter o *software* disponível gratuitamente para uso na Educação Matemática em instituições de ensino e universidades (Hohenwarter & Preiner, 2007).

Nos tópicos seguintes, trazemos aspectos sobre a ED e suas fases, estruturando o campo epistêmico-matemático do objeto de estudo a partir de problemas olímpicos. Em seguida, apresentamos duas situações didáticas olímpicas para o seu ensino, findando com os resultados e discussão da experiência vivenciada e considerações dos autores.

ENGENHARIA DIDÁTICA

A nomenclatura Engenharia Didática foi criada em meio às discussões sobre Didática da Matemática (DM) durante a década de 80, na França. A intenção é associar o trabalho do professor ao trabalho do engenheiro, cuja produção em campo requer conhecimentos básicos, essenciais e científicos, mas também desenvolver soluções para problemas práticos, para os quais não há teoria prévia e/ou aplicações (Artigue, 1994; 1996). Assim, entende-se que a ED fornece um suporte para estruturar sessões de ensino considerando os conhecimentos matemáticos e didáticos e destacando a importância da investigação por parte do docente.

A ED foi criada a partir de duas questões: as ligações entre a ação no sistema de ensino e a pesquisa a ser desenvolvida em campo e; o ambiente para as construções didáticas entre as metodologias de pesquisa (Almouloud, 2007). Buscamos ilustrar o seu funcionamento de modo mais claro na Figura 1:

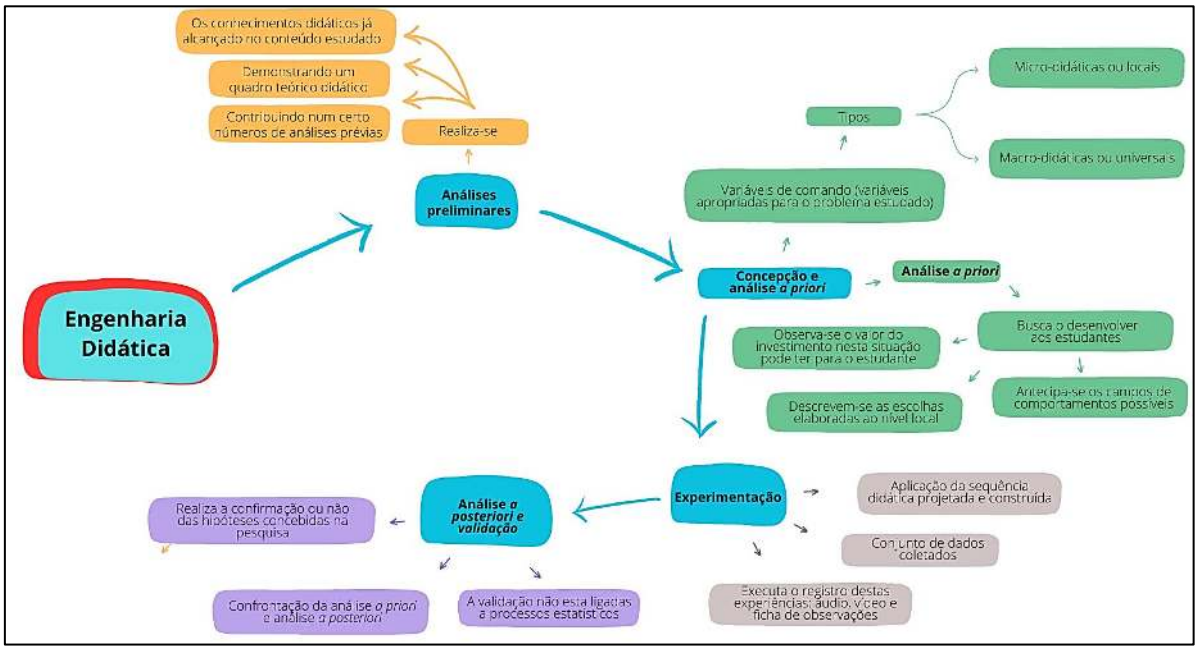

Figura 1. Mapa mental da Engenharia Didática

Fonte: Elaboração dos autores (2023).

Dessa maneira, a prática de ensino na matemática é desenvolvida através da investigação dos sujeitos. As etapas da ED norteiam o desenvolvimento de propostas didáticas para o ensino, com base na associação entre o conhecimento teórico e prático. A ideia do presente estudo é mostrar uma microengenharia, ocorrida no seio da sala de aula, por meio do uso da tecnologia digital associada ao uso de problemas olímpicos, no contexto da educação inclusiva.

Artigue (1996), aponta as etapas da ED: (i) análises preliminares; (ii) concepção e análise *a priori*; (iii) experimentação, e; (iv) análise *a posteriori* e validação. Dessa forma, ao longo deste estudo, descrevemos de forma simplificada o desenvolvimento de uma ED com base no objetivo proposto no trabalho.

ANÁLISES PRELIMINARES

Nesta etapa, descrevemos o levantamento teórico que forneceu subsídio ao estudo em questão. Então, versamos aqui sobre a Teoria das Situações Didáticas, que alicerça as situações

didáticas elaboradas, associada ao conceito de Situação Didática Olímpica, implementado por Alves (2020).

TEORIA DAS SITUAÇÕES DIDÁTICAS E SITUAÇÃO DIDÁTICA OLÍMPICA

Alves (2021) relata que ao longo de das últimas décadas de pesquisa na França a Didática da Matemática tem sido amplamente discutida, a partir de observações fenomenológicas que circundam o entorno do processo de ensino e aprendizagem em matemática. Diante dessa perspectiva, um dos estudos desenvolvidos para a compreensão do fenômeno aprendizagem em matemática, foi a Teoria das Situações Didáticas (TSD), a partir da tese de Brousseau (1986), que versa de forma prosaica sobre o campo teórico-cognitivo baseado no que o autor denomina por triângulo didático, em que considera como seus vértices o professor, o aluno e o saber, tomando como referências o campo epistêmico em que cada um desses atores está envolvido (Figura 2):

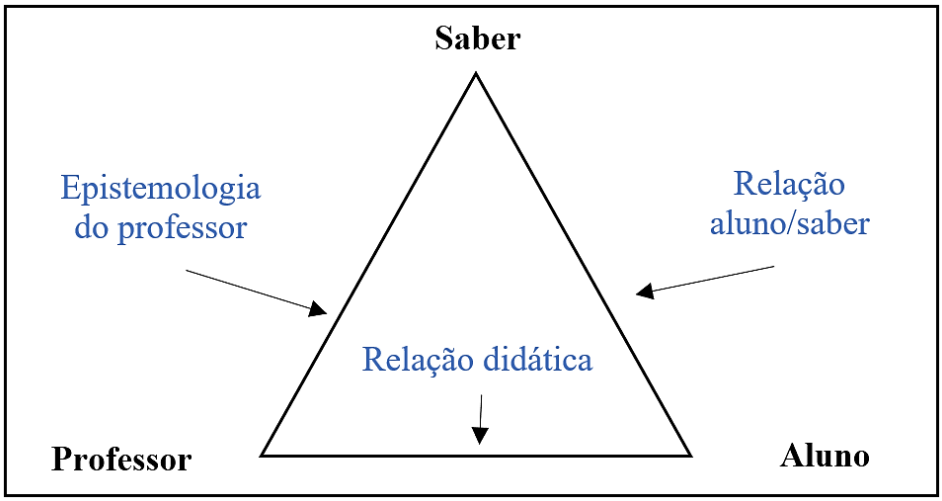

Figura 2. Triângulo didático

Fonte: Adaptado de Brousseau (1986).

Sendo assim, a TSD enquanto teoria de ensino, fornece um aporte aos docentes para a elaboração de métodos didáticos e a criação de um meio (*milieu*) que promova a aprendizagem do aluno, sendo este um protagonista na construção do seu conhecimento.

A TSD permite ao docente observar a sala de aula e a relação entre o conhecimento matemático prévio e o desenvolvimento de novos saberes pelos estudantes, a partir da promoção de um ambiente de discussão fértil, por meio de um processo que é delineado por fases e/ou dialéticas – ação, formulação, validação e institucionalização. Estas dialéticas podem ser observadas claramente no decorrer das discussões promovidas entre os alunos e o *milieu* e, na última delas, entre alunos e o professor (Brousseau, 2008).

Os saberes didáticos interferem nas discussões dos alunos em sala de aula, formando uma gama de símbolos que constroem, estruturam e justificam relações de validade (Brousseau, 1986). O Quadro 1 mostra a dialéticas da TSD, de acordo com Brousseau (1986), associadas a algumas características do pensamento cognitivo demonstrado pelo aluno, como descrito por Alves (2021), onde o autor enfatiza que são situações necessitam de atenção por parte do professor de matemática:

Quadro 1

Descrição da tipologia de pensamento cognitivo mobilizada nas fases da TSD.

Fases da TSD	Características do pensamento cognitivo
Situação de Ação	Sem distinção ou prioridade, a fim de incentivar a formação e mobilizar o maior número possível de representantes envolvidos na situação-problema.
Situação de Formulação	No primeiro momento, os alunos aplicaram o registro com a política formulada e executada, mas não conseguiram comprovar. Essa fase desperta a simbologia que está ligada às funções de instrumentalização dos problemas.

Situação de Validação	Ações em forma de inferências parciais ou totalmente comprovadas, razões lógico-matemáticas para confirmar ou rejeitar uma questão específica.
Situação de Institucionalização	O raciocínio é visto como uma ferramenta conceitual que deve ser incorporada e usada como conhecimento cultural para auxiliar em situações posteriores.

Fonte: Elaboração dos autores (2023).

Para delinear os problemas da Canguru em nossa discussão, inserimos os conceitos na perspectiva da Teoria das Situações Didáticas (TSD) em conjunto com os Problemas Olímpicos (PO), que resultam no que Alves (2020) denomina por Situação Didática Olímpica (SDO), sendo um termo que ainda encontra lacunas na literatura (Alves, 2020).

A SDO foi concebida e definida com base no conceito de situação didática, que deriva da TSD, e que de forma geral remete ao ensino da matemática e fenômenos de aprendizado. Em um ponto analítico a notacional da mnemônica de Alves (2021), descreve a composição de uma Situação Didática Olímpica (SDO) pela equação característica SDO = TSD + PO, em que a TSD é a teoria de ensino norteadora e PO é o problema olímpico em que se baseia a estruturação da situação didática.

De acordo com a TSD, que é guiada por um contexto específico, que neste caso seria o conhecimento matemático aplicado à resolução de questões olímpicas, e um sistema educacional, que tem como objetivo permitir que os estudantes (competidores olímpicos em potencial) o ambiente de competição olímpica pode gerar o conhecimento, a partir da discussão em grupo e do debate científico de conceitos matemáticos, além da exploração de uma série de problemas característicos de provas de distintas olimpíadas de Matemática.

O PO é um conjunto de situações-problema de matemática, que se estrutura em abordagens extraídas de uma competição ou maratona, envolvendo métodos e características da ação do conhecimento do sujeito na resolução da questão, atingido metas definidas em cada competição, e que podem ter sua abordagem delineada pelo professor de matemática (Alves, 2021).

Nesse sentido, os recursos tecnológicos presentes no ensino podem ter um papel crucial na mudança da prática pedagógica dos professores (Artigue, 2013). Dessa forma, podemos

compreender que a mnemônica decorrente da aplicação e desenvolvimento de POs associados ao uso da tecnologia digital pode apresentar uma modelização para objetos geométricos, e, simplificadamente, promover as relações entre professor, aluno e saber de forma natural, mesmo diante de outras complexas estruturas matemáticas apresentadas em sala de aula.

Aqui nesta análise preliminar embasamo-nos em duas premissas: I) uma introdução acerca da epistemologia do ensino de Geometria Plana no Ensino Médio, e; II) uma análise dos livros didáticos das Olimpíadas de Matemática no tocante ao conteúdo de Geometria Plana.

A partir da premissa I, realizamos um levantamento de trabalhos, onde encontramos autores como Cury (2019), que enfatiza a importância da inclusão dos livros didáticos na Educação Básica de acordo com a Hermenêutica de Profundidade, e que se baseia, consequentemente, em uma análise sócio histórica e formal do conteúdo de Geometria Plana. Já os autores Teixeira e Mussato (2020), ao tratar o conceito de Sequência Didática junto aos Sólidos Geométricos com faces planificadas através do GeoGebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental, nos mostra que esse recurso didático torna as aulas de matemática mais atraentes. Dessa forma, o *software* permite criar possibilidades de aulas dinâmicas para os estudantes.

Na premissa II, buscamos materiais sobre o assunto nos livros disponibilizados pela Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP), nas seções que trazem problemas relacionados ao conteúdo de Geometria Plana. Os problemas selecionados também estão fundamentados na matriz de conteúdos da olimpíada Canguru de Matemática Brasil e foram modelados no *software* GeoGebra, no intuito de dar suporte aos estudantes e ao professor para a (re)adaptação das questões olímpicas.

Dentre os livros analisados, destacamos a obra "Uma Introdução às Construções Geométricas" (Wagner, 2015), que apresenta problemas de Geometria que já foram incluídos neste modelo de competição. Também foi observada a forma como os conteúdos são trabalhados com os estudantes, seguindo os padrões tradicionais de ensino e aprendizagem.

ANÁLISE *A PRIORI*

Na concepção e análise *a priori* da situação olímpica foram consideradas e planejadas duas situações-problemas, que tratamos como SDOs, estruturadas a partir de dados de dois POs extraídos da prova Canguru de Matemática Brasil de 2023 para estudantes do Ensino Médio (nível J), tratando conceitos de Geometria Plana. As SDOs foram desenvolvidas com base nos princípios da TSD e estruturadas com o GeoGebra.

Os problemas propostos abordam a porcentagem e a área de figuras planas, além de outros conceitos básicos que esperamos que sejam apresentados como conhecimentos prévios por parte dos estudantes, como as operações básicas. A primeira SDO pode ser ilustrada na Figura 3:

04. A medida do lado de um quadrado é 10 cm. Dentro desse quadrado, há um quadrado menor cujo lado mede 4 cm, conforme a figura. Os lados correspondentes dos dois quadrados são paralelos. Que porcentagem do quadrado maior está pintada de cinza?

(A) 25% **(B)** 30% **(C)** 40% **(D)** 42% **(E)** 45%

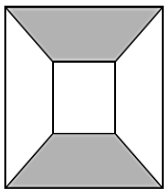

Figura 3. SDO 1

Fonte: Canguru da Matemática (2023).

Diante do enunciado do problema, elaboramos uma construção no GeoGebra para dar suporte aos estudantes (Figura 4). Em seguida, apresentamos um *QR code* (Figura 5) para que o estudante tenha acesso à construção usando o aplicativo GeoGebra Suite para celulares ou *tablets*:

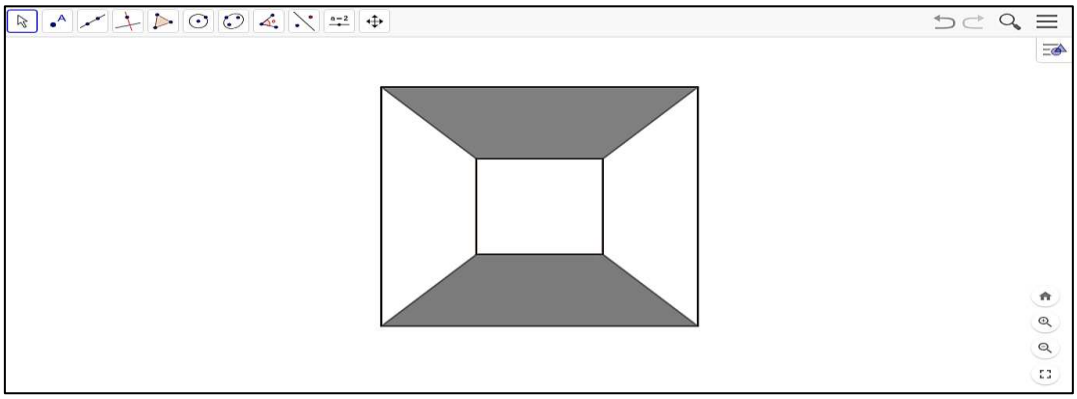

Figura 4. Construção da SDO 1 no GeoGebra

Fonte: Elaboração dos autores (2023).

Figura 5. Código que permite o acesso à construção da SDO 1

Fonte: Elaboração dos autores (2023).

A seguir, apresentamos a segunda SDO, sendo este um outro problema da mesma prova, que foi desenvolvido com os estudantes (Figura 6):

06. O retângulo ao lado está dividido em 30 quadradinhos iguais. O perímetro da região cinza é 240 cm. Qual é a área do retângulo?

(A) 480 cm^2

(B) 750 cm^2

(C) 1 080 cm^2

(D) 1 920 cm^2

(E) 2 430 cm^2

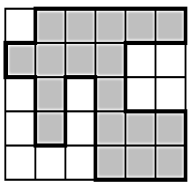

Figura 6. SDO 2

Fonte: Canguru da Matemática (2023).

Disponibilizamos também uma construção (Figura 7) para um melhor desenvolvimento do raciocínio do estudante, bem como o seu *QR code* (Figura 8), a ser acessado pelo aplicativo GeoGebra:

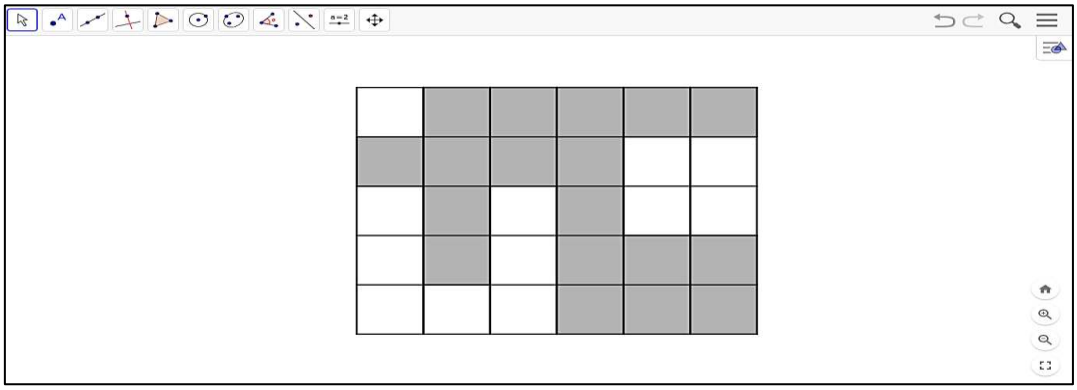

Figura 7. Construção da SDO 2 no GeoGebra

Fonte: Elaboração dos autores (2023).

Figura 8. Código que permite o acesso à construção da SDO 2

Fonte: Elaboração dos autores (2023).

Dada a brevidade do estudo e sua limitação em termos de extensão, passamos para a próxima seção à fase de experimentação da ED estruturada, onde descrevemos a elaboração do experimento.

EXPERIMENTAÇÃO

O trabalho teve como metodologia a ED, com base em Artigue (1988) e seguiu um percurso baseado no conceito de sequência didática. De acordo com Zabala (1998), a sequência didática

é dividida em atividades organizadas, definidas e delineadas para o desenvolvimento da aprendizagem, com objetivos educacionais específicos a serem atingidos pelos estudantes.

A etapa de experimentação desta ED contou com a participação de uma turma de 16 estudantes que se prepara para provas de Olimpíadas de Matemática da Escola de Ensino Médio de Tempo Integral João de Araújo Carneiro, localizada na zona rural da cidade de Quixeramobim, Ceará, Brasil, e que participam dos Polos Olímpicos de Treinamento Intensivo (POTI) como participantes da formação olímpica.

Foram realizados quatro encontros, em quatro aulas com duração de 50 minutos cada. A coleta de dados foi realizada a partir de registros das observações, suas falas e questionamentos dos estudantes, gravação de áudio, registros fotográficos e cálculos realizados por eles. As aulas foram realizadas no formato presencial e os dados foram analisados de acordo com as fases da TSD.

O critério de seleção desses estudantes foi ser participante do POTI, pois este programa de formação oferece assistência tanto aos professores, quanto aos estudantes, para estudar matemática em nível olímpico.

Vale destacar que um dos estudantes observados é surdo e que frequentava os encontros do programa, recebendo o apoio dos colegas nas aulas de formação matemática para olimpíadas. A escola não possui intérprete de libras e a comunicação entre os demais estudante e o aluno surdo e entre o professor e o aluno surdo se dá por meio de gestos simples. O aprendizado da matemática pelo estudante surdo se mostrou um bom desempenho, mesmo diante das dificuldades enfrentadas.

Os estudantes foram identificados na pesquisa como P1, P2, P3, ..., P16, respeitando as solicitações do Comitê de Ética em Pesquisa (CEP) e preservando suas identidades durante todo o processo de aplicação do estudo.

Na análise *a posteriori* e validação (interna) foram realizadas as análises dos dados coletados no *software* GeoGebra foram realizadas com o objetivo de descrever a verificação dos PO resolvidos pelos estudantes e suas análises quanto à utilização em laboratório de matemática.

ANÁLISE *A POSTERIORI* E VALIDAÇÃO INTERNA DOS RESULTADOS

Em relação às SDOs trabalhadas, o professor disponibilizou-as em formato impresso para a turma, possibilitando aos estudantes riscar em papel e rascunhar suas conjecturas. Além disso, o professor apresentou as imagens das construções realizadas no GeoGebra em projetor multimídia, como forma de viabilizar a discussão entre os alunos na fase de formulação da TSD.

Na Figura 9 temos um registro fotográfico dos estudantes em sala, no momento do encontro presencial:



Figura 9. Contato inicial com os dois problemas olímpicos

Fonte: Dados da pesquisa (2023).

Na Figura 9 temos o primeiro contato dos estudantes com o enunciado das duas SDOs e suas informações, para que possam começar as suas resoluções e tentativas. Após este primeiro contato, os estudantes tiveram a oportunidade de ver as duas construções propostas pelo professor de matemática de forma projetada, com o objetivo de desenvolver um raciocínio inicial e estratégias para as suas resoluções, pois nem todos os estudantes possuíam aparelho celular ou *tablet*.

Então, o professor auxiliou os estudantes sem acesso à tecnologia projetando estas SDOs, para que de forma colaborativa com os demais estudantes que possuíam aparelho celular, estes pudessem se desenvolver e compreender as situações propostas.

Inicialmente, o professor pesquisador e mediador do encontro fez algumas perguntas para instigar os estudantes como: "quais as informações mais relevantes para que vocês desenvolvam a solução do problema?". A turma leu a SDO atentamente, com o objetivo de identificar quais as ideias propostas na situação de ação. Também observaram as tentativas de uns dos outros em relação às estratégias para resolver os dois problemas. O estudante identificado como P11 apresentou a seguinte descrição ao grupo:

> P11: Eu li o enunciado três vezes para compreender o que estava sendo apresentado como solução da questão, fazer alguns cálculos até chegar à resposta que desejava diante da demonstração apresentada pelo professor com a construção no GeoGebra. Então, criei a mesma figura para descobrir a porcentagem por parte, como se fosse um teste para descobrir qual seria o resultado final da pergunta olímpica de matemática.

O professor continuou seus questionamentos com os outros estudantes, dentre eles o aluno surdo, mostrando a construção ampliada para que eles pudessem observar as SDOs. No decorrer da situação de formulação, dentro do *milieu* estabelecido pelo professor pesquisador, os estudantes P2 e P5 descreveram sua compreensão da seguinte maneira.

> P2: Já fiz a resolução da questão de outra maneira, desenhei o quadrado maior e o menor. A partir daí, calculei as áreas de cada um, sobrepondo os seguimentos de cada diagonal. Dessa forma, consegui desenvolver a porcentagem do desenho.

> P5: Desenhei a figura completa disponibilizada pelo professor e encontrei a porcentagem total. Agora, vou diminuir os valores de cada área para desenvolver o cálculo da porcentagem da figura referente à questão 04.

Cada estudante apresentou ideias distintas para resolver as duas SDOs, mas que de algum modo se complementavam.com os dados do enunciado da questão, o que consubstanciou a segunda etapa da TSD, a situação de formulação. Aqui as ideias foram geradas pela estruturação de cognições intuitivas apontadas pelos estudantes, como colocado por Alves (2020) em nossa

análise preliminar. Estas estruturas do pensamento no decorrer da TSD levou os estudantes à escolha de uma alternativa que possa dar um sentido real à sua resolução. Temos isto ilustrado na Figura 10:

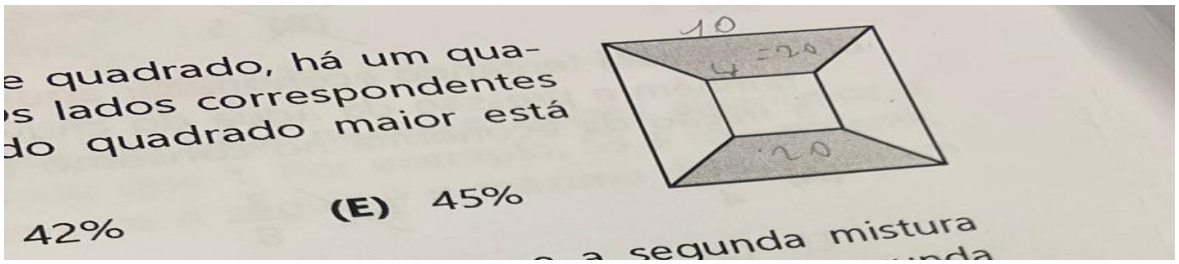

Figura 10. Resolução da SDO 1

Fonte: Dados da pesquisa (2023).

As descrições apontadas provocaram outro questionamento entre os estudantes, a partir do raciocínio de P7, o que indica a situação de formulação da SDO. Neste caso, utilizou-se outra estratégia relacionada ao cálculo de porcentagem da figura plana, que perpassa os quatro trapézios presentes no enunciado da questão.

> P7: A área da figura plana é medida pela sua superfície, o que equivale à soma das medidas dos lados do quadrado equivalente. Sendo a maior de 10 cm e menor medida de 4 cm. Assim, consegui ter as áreas de lado maior (10 cm x 10 cm = 100 cm²), lado menor (4 cm x 4 cm = 16 cm²) e subtraindo as duas (100 cm² - 16 cm² = 84 cm²). Dessa forma, por último temos a divisão de duas áreas que será (84 cm² / 2 = 42 cm²).

Outra resolução foi descrita a partir da discussão entre os estudantes P13 e P2. A partir disso, o estudante P2 conseguiu desenvolver o cálculo matemático do da SDO 2 (Figura 11) e mostrar à turma como chegou a essa conclusão:

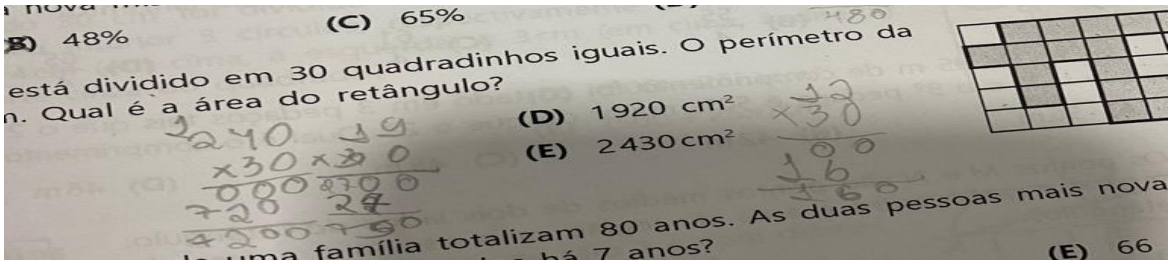

Figura 11. Descrição da SDO 2 por P2

Fonte: Dados da pesquisa (2023).

A discussão de P2, como demonstrada na Figura 11, traz a resolução da SDO, configurando o início da situação de validação da TSD da seguinte maneira: o enunciado da questão demarca a área cinza de 240 cm2. Dessa forma, compreende-se que o perímetro é igual à soma de todos os lados externos dos quadrados da área cinza:

> P2: O valor de 240 cm dividido por 30 quadradinhos resulta em 8 cm de cada quadrado. Diante dessa resposta, realiza-se a relação do comprimento (5 x 8 cm = 40 cm), largura (6 x 8 cm = 48 cm) e a área (40 cm x 48 cm = 1920 cm²), achando a área total do retângulo.

O professor, durante a aula, foi questionado pelos estudantes se ele poderia ajudar no decorrer da situação adidática (três primeiras fases da TSD). O docente, ao mediar a situação, respondeu à turma que poderia mostrar se o método de cálculos que estava sendo utilizado era adequado para resolver a questão. O que ajudou os estudantes, de fato, foi a projeção das imagens das construções no projetor multimídia.

As discussões apresentaram dados relevantes para a resolução final de cada SDO, mas alguns estudantes não chegaram a uma resposta formal. Ou seja, mesmo vendo a construção no GeoGebra, ainda apresentaram dificuldades no desenvolvimento do pensamento geométrico necessário à sua solução. Já outros conseguiram, inclusive o aluno surdo, que apresentou características de um pensamento geométrico avançado e grande potencialidade matemática.

A explicação do estudante P4 em relação à área da SDO 2 mostra que ele fez o cálculo total sem subtrair os quadrados pintados de cinza. Além disso, este estudante mostrou outra ideia diferente do que se busca na resolução do problema olímpico com o apoio do GeoGebra.

Os estudantes organizaram todos os dados relevantes desenvolvidos e apresentados nas três primeiras fases da TSD, em linguagem matemática formal, buscando alinhar os resultados de forma clara e com argumentos sólidos, com o objetivo de confirmar as hipóteses estabelecidas. Brousseau (1986) explica que a validação da situação didática traz uma solução onde os sujeitos estabelecem a validade do conhecimento adquirido sobre o problema.

O professor acompanhou o raciocínio matemático e lógico-geométrico de cada estudante, retomando o seu papel de mediador e incentivando a turma a tirar alguma dúvida. Este momento se consolidou como a situação de institucionalização da TSD, que de acordo com Brousseau (1986), é a etapa em que o professor apresenta de maneira formal o saber matemático, com base no exposto e dialogado pelos estudantes nas etapas anteriores.

Nesta fase, alguns conceitos foram retomados e explicados pelo professor, com foco na porcentagem e na área de figuras planas, o que permitiu aos estudantes encontrar outras maneiras de pensar e solucionar cada SDO apresentada. Segundo Santiago e Alves (2021), um PO permite o desenvolvimento de distintas técnicas de resolução, que vão além dos aspectos cognitivos das questões de matemática trabalhadas em livros didáticos.

O uso do GeoGebra permitiu que os estudantes percebessem de modo intuitivo as características e propriedades de cada forma geométrica apresentada, dinamizando o pensamento geométrico através das demonstrações das soluções com os controles deslizantes.

A SDO 1, que abordava a porcentagem associada às figuras planas houve maiores dificuldades de interpretação pelos estudantes.

No entanto, a SDO 2, que utilizou a malha quadriculada associada às áreas, mostrou resultados mais acertados. O professor pesquisador analisou cada prova, os erros de sinais, cálculos e descrições das resoluções dos estudantes, mas que dada a brevidade da extensão deste trabalho, não são apresentadas aqui.

Por fim, entendemos que as construções possibilitaram aos estudantes uma forma de compreender a dinâmica das figuras de cada SDO. Com o GeoGebra, o conhecimento matemático pode ser desenvolvido de forma mais eficaz do que com o ensino tradicional, especialmente o pensamento geométrico, pois as possibilidades de construção e manipulação estimulam o raciocínio lógico-matemático do estudante, permitindo sua aprendizagem,

inclusive a possibilidade de seu uso com alunos surdos, como foi o caso. A independência dos participantes com a ferramenta também nos incentiva em seu uso para futuras aplicações com outros tópicos de Geometria relacionados exames olímpicos.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste trabalho utilizamos o conceito de SDO, embasado na Teoria das Situações Didáticas (TSD), desenvolvido a partir de dois problemas oriundos da prova da olimpíada Canguru de Matemática Brasil do ano de 2023. As questões versavam sobre o conceito de porcentagem e área de figuras planas. A escolha destes conteúdos matemáticos deu-se pela importância destes em outras avaliações externas, não necessariamente olímpicas, e a necessidade de sua abordagem na sala de aula, além de dificuldades recorrentes na aprendizagem destes temas evidenciadas pelos estudantes.

Dessa maneira, desenvolvemos as duas SDOs com base nos pressupostos da Engenharia Didática, como forma de compreender estes temas e estruturar uma sessão de ensino e desenvolvê-la em em ambiente escolar. Também compreendemos que o modelo metodológico utilizado possibilitou uma melhor organização e coleta de dados. As informações coletadas na experimentação no decorrer da formação olímpica destes estudantes nos mostram que, mesmo com todas as dificuldades, a aprendizagem ocorreu, inclusive do aluno surdo, que teve êxito no desenvolvimento das SDOs, alcançando o objetivo da pesquisa.

A ED nos possibilitou criar um ambiente interativo de maneira prévia, a partir da compreensão fenomenológica da aprendizagem destes temas e da estruturação da sequência didática baseada nas fases da TSD. As discussões dos estudantes evidenciaram que estes desenvolveram a compreensão de conceitos matemáticos e retomaram, ao mesmo tempo, assuntos básicos, como o estudo de áreas de figuras planas e de porcentagem. cada estudante seguiu de maneira autônoma mostrando diferentes possibilidades de solução e caminhos matemáticos para a resolução das duas SDOs.

O GeoGebra enquanto suporte auxiliou o professor na transposição dos dois POs propostos, possibilitando um *milieu* dinâmico e interativo e despertando o interesse dos estudantes. A projeção das construções desenvolvidas, sua visualização e movimentação viabilizou o

entendimento de alguns métodos resolutivos para as situações propostas, bem como a capacidade de desenvolver outras formas de resolução para estas.

Ademais, a adaptação da turma ao aluno surdo, sua acolhida e inclusão, bem como o desenvolvimento deste aluno com o suporte do GeoGebra nos mostraram que é possível usar a tecnologia para estruturar modelos didáticos, em uma perspectiva que associa o uso de questões de olimpíadas de matemática ao contexto da Educação Inclusiva.

Por fim, disponibilizamos aos docentes de matemática esta experiência como modelo didático de ensino, com base nas teorias elencadas anteriormente, estimulando-os a adotar posturas diferentes do ensino tradicional em sua práxis, para uma busca de outras formas de desenvolver o saber matemático nos estudantes.

REFERÊNCIAS

Almouloud, S. A. (2007) *Fundamentos da Didática da Matemática*. Curitiba: Editora UFPR.

Alves, F. R. V. (2020). Situações didáticas olímpicas (SDOs): ensino de olimpíadas de matemática com arrimo no software GeoGebra como recurso na visualização. *Revista Alexandria*, 13(1), 319-349. https://doi.org/10.5007/1982-5153.2020v13n1p319

Alves, F. R. V. (2021). Situação Didática Olímpica (SDO): Aplicações da Teoria das Situações Didáticas para o ensino de olimpíadas. *Revista Contexto & Educação*, 36(113), 116-142. https://doi.org/10.21527/2179-1309.2021.113.116-142

Artigue, M. (1994). Engineering as a framework for the conception of teaching products. In: BIEHLER, R.; SCHOLZ, R.; STRÄSSER, R.; WINKLEMANN, B. *Didactics of Mathematics as a scientific discipline*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Recuperado de https://hchicoine.files.wordpress. com/2008/05/biehler-r-scholz-rw-strasser-r-et-winkelmann-b-dir-1994.pdf

Artigue, M. (1996). Engenharia Didática. In: BRUN, J. *Didáctica das Matemáticas*. Lisboa: Instituto Piaget. Horizontes Pedagógicos, 193-217.

Artigue, M. (2013). L'ÉDUCATION MATHÉMATIQUE COMME CHAMP DE RECHERCHE ET CHAMP DEPRATIQUE: Résultats et défis. *EM TEIA – Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana*, 3(3), 1-20. Recuperado de https://periodicos.ufpe.br/revistas/emteia/article/view/ 2192/1763

Brousseau, G. (1986). *Théorisation des phénomènes d'enseignement des Mathématiques*. Thése (Doctorat d´Etat), Université Bourdeaux I. Recuperado de https://theses.hal.science/tel-00471995/file/ TheseetAnnexesGBA.pdf

Brousseau, G. (2008). *Introdução ao Estudo das Situações Didáticas:* conteúdos e métodos de ensino. São Paulo: Ática.

CANGURU DA MATEMÁTICA. (2023). *Prova Canguru de Matemática Brasil*, Recuperado de https://www.cangurudematematicabrasil.com.br/ concurso/provas-anteriores.html

Cury, F. G. (2019). Análise de um livro didático de Geometria plana apoiada na hermenêutica de profundidade. *Zetetiké*, 27. https://doi.org/10.20396/zet.v27i0.8654251

Kenski, V. M. (2012). *Educação e Tecnologias:* o novo ritmo da informação. 8ª ed. São Paulo: Papirus.

Hohenwarter, M., & Preiner, J. (2007). Dynamic Mathematics with GeoGebra. *The Journal of Online Mathematics and Its Applications*, 7. Recuperado de http://www.sciepub.com/reference/247866

Moura, J. B. (2023). *Práticas e pesquisas de alunos e docentes do curso de Licenciatura em Matemática IFMT campus Juína*. Jundiaí: Paco e Littera.

Santiago, P. V. S., & Alves, F. R. V. (2021). Situações didáticas na Olimpíada Internacional de Matemática. *Revista de Ensino de Ciências e Matemática*, 12(6), 124. https://doi.org/10.26843/rencima.v12n6a29

Teixeira, A. S. M., & Mussato, S. (2020). Contribuições do software GeoGebra nas aulas com sólidos geométricos de faces planas nos anos iniciais do ensino fundamental. *REAMEC - Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática*, 8(3), 449–466. https://doi.org/10.26571/reamec.v8i3.10835

Zabala, A. (1998). *A Prática Educativa:* Como educar. Porto Alegre.

Wagner, E. (2015). *Uma introdução às construções geométricas*. Rio de Janeiro: IMPA.