Tangram
Revista de Educação Matemática

DOI: 10.30612/tangram.v6i1.16904

Construcción del lenguaje probabilístico y la práctica de argumentación: análisis de una experiencia en educación primaria

Construction of probabilistic language and argumentation practice: analysis of an experience in primary education

Construção de linguagem probabilística e prática argumentativa: análise de uma experiência no ensino fundamental

Jéssica Sánchez
Pontificia Universidad Católica de Valparaíso
Santiago, Chile
E-mail: jdsanche@uc.cl
Orcid:0000-0003-0427-1134

Claudia Vásquez
Pontificia Universidad Católica de Chile
Villarrica, Chile
E-mail: cavasquez@uc.cl
Orcid: 0000-0002-5056-5208

Patricia Vásquez
Pontificia Universidad Católica de Valparaíso
Valparaíso, Chile
E-mail: patricia.vasquez@pucv.cl
Orcid: 0000-0001-8961-0363

Resumo: El presente trabajo busca caracterizar los argumentos dados por los estudiantes en actividades tendientes a la adquisición del lenguaje probabilístico a partir de la Teoría de la Socioepistemología de la Matemática Educativa. Para ello se planificaron dos sesiones de 60 minutos centradas en la construcción de la Escala Subjetiva de Posibilidades y con foco en sostenibilidad, al contemplar como contexto macro, el Objetivo de Desarrollo Sostenible: “Garantizar la disponibilidad de agua y su gestión sostenible y el sanamiento para todos”.

Lo que ofreció la posibilidad de trabajar conceptos relacionados con la estadística y la probabilidad desde problemáticas reales, con el fin de brindar a los estudiantes la posibilidad de investigar, reflexionar, buscar soluciones y difundirlas, teniendo como elementos didácticos centrales el juego y el trabajo en equipo. Ambas sesiones fueron implementadas en estudiantes chilenos de tercer año de educación primaria. Dentro de los resultados se puede mencionar que hubo presencia de distintos tipos de argumentación no deductivas, se observó un tránsito en la argumentación de los estudiantes desde lo intuitivo hacia lo matemático, que contemplaba la utilización de conceptos probabilísticos para referirse a la posibilidad de ocurrencia de un número dentro del juego y la reflexión a partir del contexto dado por el objetivo de desarrollo sostenible utilizando la Escala Subjetiva de Posibilidades.
Palabras clave: Argumentación. Lenguaje Probabilístico. Sostenibilidad. Educación Primaria.

Abstract: The present work seeks to characterize the arguments given by the students in activities tending to the acquisition of probabilistic language from the Theory of Socioepistemology of Educational Mathematics. For this, two 60-minute sessions were planned, focused on the construction of the Subjective Scale of Possibilities and with a focus on sustainability, considering the Sustainable Development Goal as a macro context: "Guarantee the availability of water and its sustainable management and sanitation for all". What offered the possibility of working on concepts related to statistics and probability from real problems, in order to provide students with the possibility of investigating, reflecting, seeking solutions and disseminating them, having as central didactic elements the game and the work in team. Both sessions were implemented in Chilean students in their third year of primary education. Among the results, it can be mentioned that there was a presence of different types of non-deductive argumentation, a transition was observed in the argumentation of the students from the intuitive to the mathematical, which contemplated the use of probabilistic concepts to refer to the possibility of occurrence of events. a number within the game and the reflection from the context given by the objective of sustainable development using the Subjective Scale of Possibilities.

Keywords: Argumentation. Probabilistic language. Sustainability. Primary education

Resumo: O presente trabalho busca caracterizar os argumentos apresentados pelos alunos em atividades voltadas para a aquisição da linguagem probabilística a partir da Teoria da Socioepistemologia da Matemática Educacional. para todos". O que ofereceu a possibilidade de trabalhar conceitos relacionados à estatística e probabilidade a partir de problemas reais, de forma a proporcionar aos alunos a possibilidade de investigar, refletir, buscar soluções e divulgá-las, tendo como elementos didáticos centrais o jogo e o trabalho em equipamentos. Ambas as sessões foram implementadas em estudantes chilenos do terceiro ano do ensino fundamental. Dentre os resultados, pode-se citar que houve a presença de diferentes tipos de argumentação não dedutiva, observou-se uma transição na argumentação dos alunos do intuitivo para o matemático, que contemplou o uso de conceitos probabilísticos para se referir a possibilidade de ocorrência de eventos um número dentro do jogo e a reflexão a partir do contexto dado pelo objetivo do desenvolvimento sustentável utilizando a Escala Subjetiva de Possibilidades.
Palavras-chave: Argumentação. Linguagem probabilística. Sustentabilidade. Educação primária

Recebido em
30/01/2023
Aceito em
11/03/2023

INTRODUCCIÓN

La educación probabilística conlleva desafíos importantes para los docentes ya que, uno de ellos es la importancia de centrar la enseñanza desde un contexto que tenga significado para los estudiantes, que favorezcan un aprendizaje inductivo de los conceptos tratados, permitiendo las conexiones con la propia experiencia (Alsina, 2012; Vásquez et al. 2018). Este planteamiento obliga al profesorado a movilizarse de paradigma, pasando de una enseñanza centrada en el objeto matemático (probabilidad) a una enseñanza centrada más bien en contextos de significancia (Reyes-Gasperini, Cantoral, 2019).

En cuanto a la adquisición del lenguaje probabilístico, esté constituye la base para la construcción del conocimiento y del pensamiento probabilístico; iniciando desde las ideas intuitivas de los estudiantes para luego transitar al cálculo de la incerteza en los últimos cursos de educación básica (Vásquez, 2019). Por tanto, es necesario que los estudiantes se vean enfrentados a tareas desafiantes y auténticas, en contextos cotidianos, en los que deban tomar decisiones relacionando sus ideas previas con un razonamiento probabilístico, donde se articulen los diferentes significados de la probabilidad (intuitivo, subjetivo, frecuencial, laplaciano y axiomático) y que permitan contrarrestar sesgos probabilísticos frecuentes (ej.: heurística de representatividad, sesgo de equiprobabilidad, enfoque de resultado aislado, entre otros) (Palm, 2008).

Por su parte, Vásquez (2018) menciona que, una de las dificultades relacionadas con la adquisición del lenguaje probabilístico y el uso inadecuado de éste tiene relación con el lenguaje cotidiano, pues muchos de los términos usados para referirse al azar también son usados en la vida diaria, y en ocasiones, con significados diferentes. Dichas confusiones pueden generar dificultades en la resolución de problemas que involucran probabilidad y en la adquisición de temas más complejos relacionados con la misma (Jones et al., 2007), además de sesgos probabilísticos asociados a un incorrecto uso del lenguaje (Zieffler y Fry, 2015).

Es producto de lo anteriormente expuesto, que se desarrolla el presente estudio, el cual se fundamenta en la práctica de la argumentación, y en cómo esta emerge a partir de un juego de tablero y dados, en el cual se involucran conceptos e intuiciones de probabilidad. Cabe señalar que este juego utiliza como contexto de significancia el tema del agua vinculándolo con el Objetivo de Desarrollo Sostenible (ODS), referido a la necesidad de "garantizar la disponibilidad de agua y su gestión sostenible y el saneamiento para todos" (UNESCO, 2017). Se ha utilizado este contexto puesto que se busca que los estudiantes relacionen los conceptos probabilísticos con el cuidado del agua a fin de generar reflexión y acción al respecto. Por otro lado, tal y como indica Vásquez (2020), el abordar la enseñanza de la probabilidad utilizando como contexto los ODS, contribuye a que los estudiantes desarrollen habilidades que les permita participar de manera activa, constructiva y responsable en el mundo que viven y en las problemáticas que lo aquejan. Y, en particular, favorece la emergencia del lenguaje probabilístico en un contexto de aprendizaje interactivo y centrado en el estudiante (UNESCO, 2017)

Bajo este prisma se ha llevado a cabo este estudio, a través del cual se busca caracterizar las prácticas asociadas a la argumentación que evidencian estudiantes de tercer año de primaria (8 -9 años) cuando se ven enfrentados un juego vinculado con la escala subjetiva de probabilidades (introducción a la regla de Laplace), como un recurso para favorecer la construcción de lenguaje probabilístico.

FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA

La Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa (TSME), plantea que para estudiar fenómenos didácticos relacionados con las matemáticas escolares es necesario un estudio detallado del saber, considerando no sólo el saber culto sino también el técnico y el popular. Dicho estudio se denomina problematización y se lleva a cabo desde una perspectiva múltiple, reconociendo la construcción social del conocimiento matemático, considerando los escenarios históricos, culturales e institucionales de la actividad humana, alejándose de la visión tradicional, generando una "descentración del objeto" (Cantoral et al. 2014).

Un elemento central en la TSME tiene relación con el discurso Matemático Escolar (dME), entendido como la manifestación del conocimiento matemático de los participantes en el sistema didáctico. En el dME se considera a la matemática como un objeto abstracto acabado, donde el rol del profesor se limita a transmitir "verdades preexistentes" (Cantoral, 2004), no considerando el proceso de construcción del conocimiento matemático por parte de los estudiantes.

Así, la TSME pone énfasis en la funcionalidad de los objetos matemáticos en situaciones puntuales donde el estudiante se ve enfrentado a la necesidad de construir dicho conocimiento. Permite dejar el análisis de los objetos matemáticos como algo preexistente y alejado de la producción humana, centrando la atención en las prácticas que permiten la construcción de dichos objetos (Cantoral, 2013), con el propósito de diseñar situaciones para la intervención didáctica (Cantoral et al., 2006). Por tanto, una persona sabe matemáticas si puede usarla no solo en la clase de matemáticas, sino que fuera del contexto escolar, independiente si conoce su estructura axiomática. Dicho uso da significado al objeto matemático. De aquí se desprende la concepción de resignificación del conocimiento matemático: dar nuevos significados progresivamente (Reyes-Gasperini y Cantoral, 2019).

Principios de la TSME

La TSME plantea cuatro principios fundamentales, los que no tienen una secuencia lineal, sino que forman una red: el principio de racionalidad contextualizada; el principio del relativismo epistemológico; el principio de la resignificación progresiva y el principio normativo de la práctica social (Cantoral, 2013).

El principio de racionalidad contextualizada indica que la racionalidad con la que se actúa depende del contexto en el que el individuo se encuentre en un momento y lugar determinado, es decir, que la construcción del conocimiento depende del contexto, de la sociedad donde emerge.

El principio de relativismo epistemológico. El relativismo se entiende como una verdad subjetiva, que dependerá de quien y dónde lo experimente. En el caso de educación supone un cambio de mirada, donde se pasa desde el error a comprender por qué determinado sujeto indica que algo es correcto (obstáculo). Desde la Socioepistemología se permite considerar que hay conocimientos localmente válidos aceptando el saber popular, el saber técnico y el saber sabio.

El principio de la resignificación progresiva. El conocimiento proviene de la acción y su significado dependerá del contexto donde se da la acción. Un primer significado, al colocarlo en un nuevo contexto, bajo el mismo esquema constructivo, se resignifica produciendo conocimiento. El proceso de significación es llamado resignificación progresiva. Los saberes se resignifican a partir de la interacción con distintos conceptos y de su propia evolución, enriqueciéndolos.

El principio normativo de la práctica social: es el eslabón principal para el funcionamiento de la teoría. Se entiende que las prácticas sociales son la base en la construcción del conocimiento. Se caracterizan por ser inferibles, permanentes y normativas. Se pueden expresar en tres planos: individual, colectivos e históricos.

Prácticas Sociales

Para la TSME la práctica social corresponde a la actividad del ser humano sobre el medio en el que se desenvuelve (Camacho, 2006), sin embargo, éstas deben ser realizadas de manera consciente y racional (Caballero y Cantoral, 2017). Las prácticas sociales se entienden no como la acción realizada (ejemplo, medir) sino como la orientación estratégica de la práctica (ejemplo, porqué medimos y por qué lo hacemos de esa manera) (Caballero-Pérez y Moreno-Durazo, 2017). En definitiva, las prácticas sociales son las generadoras del conocimiento (Cantoral, et al., 2014).

Modelo de anidación de prácticas sociales

Este modelo muestra la jerarquía de las prácticas que dan forma a la construcción social del conocimiento matemático (Caballero y Cantoral, 2017) (Figura 1).

Figura 1. Modelo de Anidación de Prácticas.

Fuente: Caballero y Cantoral (2017)

La construcción social del conocimiento se genera a partir de la articulación de los principios de la figura 1, uno tras otro. Se comienza con la acción del sujeto, entendiéndose éste como individual, colectivo o histórico, ante el medio en tres sentidos: material (entorno), organizacional (contexto) y social (normativo), dando paso a una actividad humana que se encuentra situada socioculturalmente, entendiéndose ésta como una práctica (iteración deliberada del sujeto y regulada por el contexto). Dicha práctica está normada por una práctica de referencia, la que constituye la expresión material e ideológica de un paradigma y esta última es regulada por la práctica social mediante sus cuatro funciones: normativa, identitaria, pragmática y discusiva-reflexiva (Cantoral et al, 2014).

La argumentación como práctica asociada a la demostración

La argumentación podría ser considerada como una manifestación de la demostración dado a que, a través de ella, es posible dar explicación válida y justificada de lo que se quiere demostrar. Para el MINEDUC (2012) es considerada una de las habilidades macro que se deben desarrollar en la sala de clases a fin de que los estudiantes sean capaces de establecer, de forma progresiva, cadenas cortas de implicancias lógicas, desarrollando su "capacidad para verbalizar intuiciones y concluir correctamente, poder detectar ideas erróneas o generalizaciones abusivas". (MINEDUC, 2012).

Para Crespo et al. (2010), las demostraciones podrían ser consideradas como una práctica social de la comunidad matemática ya que éstas se dan según reglas y estrategias acordadas por la sociedad matemática, sin embargo, pueden tener diferencias entre una comunidad y otra, idea pertinente para la Socioepistemología, dado a que son reflejo de las características socioculturales de las mismas.

> El conocimiento matemático que se construye por medio de esta práctica social debe ser entendido en la actividad humana de demostrar comprendiendo a la práctica social en su función normativa. Es la argumentación, la que es construida en el escenario sociocultural y que se manifiesta en la práctica social de demostración. La argumentación matemática se refleja en la práctica social de la demostración. (Crespo et al., 2010, p. 285).

En este caso, las autoras no se limitan a las argumentaciones desde la lógica aristotélica, sino que caracterizan argumentaciones no deductivas que se dan tanto en escenarios matemáticos dentro del aula, así como en escenarios no matemáticos, reconociendo que los estudiantes viven en ambos escenarios y que dichas argumentaciones tienen un carácter de producto sociocultural.

A continuación, se muestra una breve descripción de los tipos de argumentaciones presentadas por Crespo et al. (2010, p. 292-299):

> A.- *Argumentaciones cotidianas en escenarios no matemáticos*: son reconocidas con sentido en lo social, en el intercambio con el otro, en demostrar algo a alguien, hacer que el otro reconozca que lo que se dice es verdad.
>
> B.- *Argumentaciones en escenarios matemáticos*:
> B1.- *Argumentaciones inductivas en escenarios matemáticos*: ante un enunciado se prueba una cantidad finita de casos aislados, concretos y a partir de esos resultados concluyen que cierta proposición es verdadera, sin comprender que a partir de una cantidad finita de casos no es posible inferir su veracidad para todos los casos.
>
> B2.- *Argumentaciones no monotónicas*: Es la forma de razonar por sentido común. La existencia de una justificación racional es el requerimiento fundamental para que cualquier conclusión sea aceptada.
>
> B3.- *Argumentaciones visuales*: Se sustenta en la utilización de representaciones visuales, uso de diagramas y otros elementos que ayuden a visualizar las propiedades que se quieran demostrar.
>
> B4.- *Argumentaciones a conocimiento cero*: Es una forma de presentar una propiedad matemática a un interlocutor, convenciéndolo de la veracidad del teorema correspondiente y de que el demostrador la conoce. Se busca el convencimiento y la aceptación del otro. Valiosa para la Socioepistemología ya que constituye un intercambio de opiniones acerca de ideas matemáticas, donde si bien no se presenta una demostración completa, de ella surge la aceptación del resultado.
>
> B5.- *Argumentaciones gestuales*: Utilización de gestos que ayuden a la expresión de ideas y argumentaciones cuando no se cuenta con la terminología específica para dar una explicación.

METODOLOGÍA

Este estudio se posiciona desde una metodología cualitativa de tipo empírica (Báez & De Tudela, 2006), pues busca analizar y comprender en profundidad los argumentos dados por estudiantes de tercero de primaria cuando se ven enfrentados a un juego que involucra conceptos e intuiciones de probabilidad.

Los datos se obtuvieron a partir de la implementación de un plan de clases, que contemplaba diversas actividades y cuyo objetivo era que los estudiantes definieran la Escala Subjetiva de Probabilidades a partir de un juego de mesa. A su vez contempla un problema que moviliza a los estudiantes a jugar.

Específicamente, el juego consiste en que las fichas (gotitas) avanzan un espacio según la suma de los números al lanzar dos dados. Cada estudiante elige una gotita, siendo el ganador la gotita que llegue primero a regar la planta.

Figura 2. Tablero de juego
Fuente: elaboración propia

Actividades para la recogida de información

Las actividades que permitieron recoger los distintos tipos de argumentos dados por los estudiantes se detallan a continuación, por sesiones:

Sesión 1

1ª actividad: Observan imágenes (ver figura 3) relacionadas con el agua y responden preguntas a fin de determinar cuando un hecho es aleatorio o determnista. Luego clasifican otras imágenes usando estos conceptos argumentando su elección.

2ª actividad: Leen, analizan y responden de forma escrita al problema presentado (ver figura 4), de forma individual, en una guía de trabajo.

3ª actividad: Juegan una primera tanda modelando el problema presentado (ver figura 4), utilizando los números 1, 7 y 11. Entregan sus argumentos de manera verbal y de forma gráfica a través de hoja de registro (Figura 5).

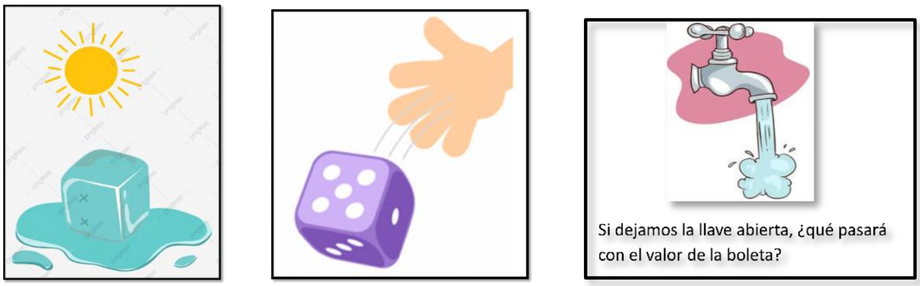


Figura 3. Ejemplos de imágenes usadas para definir y clasificar hechos en aleatorios y deterministas
Fuente: elaboración propia

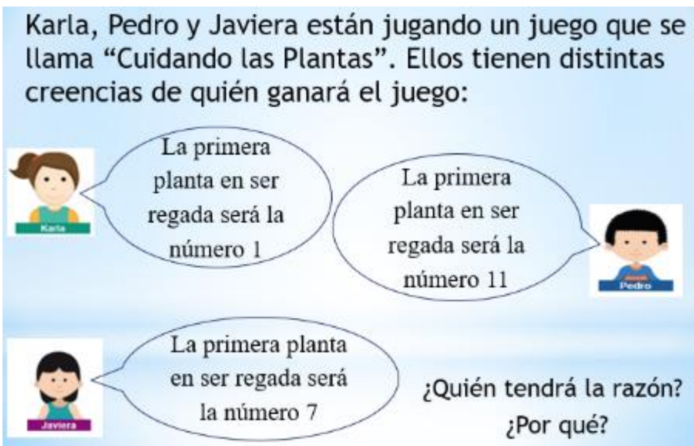


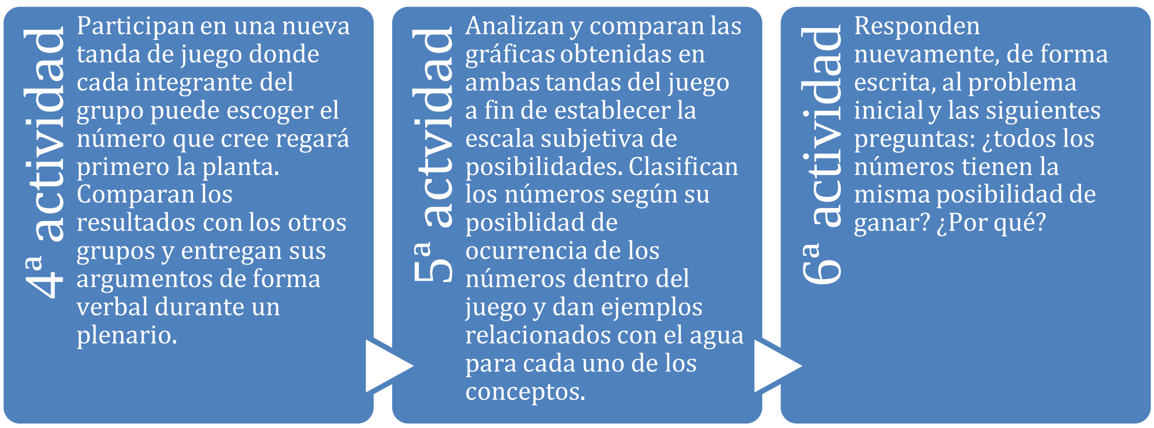
Figura 4. Problema presentado a los estudiantes
Fuente: elaboración propia

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

Figura 5. Hoja de registro grupal
Fuente: elaboración propia

Cabe mencionar que, en el problema planteado a los estudiantes (figura 4) se eligieron los números 1, 7 y 11 inicialmente para que los estudiantes pudiesen observar qué ocurría con los números de los extremos con respecto a los del centro. Además, se escogió el 1 ya que permite que los estudiantes centren su atención en un hecho que es imposible.

Sesión 2



A partir de estas actividades se obtuvieron variados registros: respuestas escritas de los estudiantes frente a la situación problema, registros de audio de las distintas instancias del Plan de Clases, fotografías de los tableros durante las dos instancias el juego, hojas de registro y pizarrones con la Escala Subjetiva de Probabilidades y sus ejemplos.

Este Plan de Clases se implementó con un total de 28 estudiantes de tercer año de primaria en dos sesiones de 60 minutos cada una. En la primera sesión se desarrollaron las tres primeras actividades descritas anteriormente y el resto en la segunda clase.

Unidades de y categorías de análisis

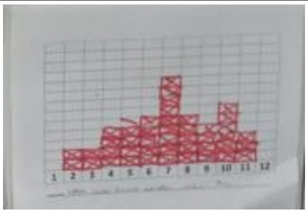
Para el análisis se consideraron los argumentos dados por los estudiantes durante los distintos momentos del Plan de Clases —escritos, verbales u otros— que evidencian la adquisición de lenguaje probabilístico y comprensión del mismo. Para ello, se utilizó la de triangulación de datos (Figura 6), ya que esta permite establecer relaciones entre la información recogida por los distintos instrumentos, dando evidencia de los argumentos dados por los estudiantes en los diferentes momentos planteados en las sesiones.

Figura 6. Adaptación Modelo de Triangulación de datos de Yojcóm (2013)
Fuente: Cantoral (2013)

De manera previa al análisis, se realizó la transcripción de los audios de ambas sesiones de clase, los que fueron divididos en los distintos momentos de la clase. A partir de ello, se clasificaron los argumentos de los estudiantes considerando no solo lo que decían sino también en el momento de la clase en que lo decían. Para llevar a cabo tal clasificación se consideró la categorización de argumentos (Tabla 1) que describe Crespo et al. (2010).

Tabla 1
Categorías de análisis

Codificación	**Tipo de Argumentación**	**Descripción**	**Ejemplo**
ACNM	Argumentaciones cotidianas en escenarios no matemáticos	Buscan demostrar algo a alguien, convencer de lo que se dice es verdad. Tienen sentido en los social, en la interacción con el otro.	"…En el supermercado hay unas maquinitas con unas pelotitas de colores y hay una probabilidad de que te salga la que quieres o no…" (Audio 3°A, 09:01-09:12)
AIEM	Argumentaciones inductivas en escenarios matemáticos	Un enunciado se considera como verdadero probando una cantidad finita de casos, sin comprender que dicha cantidad finita no asegura su veracidad para todos los casos.	Tras la primera tanda del juego, en el momento del plenario se consulta si siempre gana el 7. Hay varios estudiantes que dicen "no" y otros responden "si" ya que en los registros gana el 7 en varias ocasiones. (Audio 3°A, 01:04:45).

ANM	Argumentaciones no monotónicas	Una conclusión se considera verdadera solo con una justificación racional basada en el sentido común.	Frente a la pregunta ¿Qué número elegirías para jugar? Un estudiante responde: "…elegiría el 7 porque es el número de la suerte…" (Audio 3°A, 1:04:32)
AV	Argumentaciones visuales	Se puede demostrar una propiedad o afirmación mediante representaciones visuales, diagramas u otros elementos que permitan mostrar lo que se quiere demostrar.	
ACC	Argumentaciones a conocimiento cero	Busca convencer al otro acerca de una propiedad matemática que el demostrador conoce. De alto valor para la Socioepistemología ya que, si bien no hay una demostración completa de algo, se da un intercambio de opiniones matemáticas que permite su aceptación.	Frente a la situación donde un grupo marcó el 1 en la hoja de registro un estudiante intervino: "… si sale dos veces el 1 entonces sería 2…" (audio 3°A, 1:03:01 al 06)
AG	Argumentaciones gestuales	Uso de gestos para dar a conocer una idea o concepto cuando se desconoce la terminología puntual. El gesto representa el concepto.	

Fuente: tabla de elaboración propia basada en Crespo et al. (2010)

Resultados

Para el análisis se consideraron todas las respuestas de los estudiantes que evidenciaban una argumentación frente alguna situación, una pregunta o una discusión a partir de las actividades propuestas. No se consideraron aquellas respuestas que, por ejemplo, describían las imágenes presentadas en la sesión 1. A continuación, se presenta la Tabla 2 que muestra la frecuencia de los distintos argumentos presentados en ambas sesiones.

Tabla 2

Frecuencias de los argumentos

Tipo de argumento	Sesión 1	Sesión 2	Total
ACNM	13	2	15
AIEM	1	4	5
ANM	8	7	15
ACC	14	27	41

En la Tabla 2 no se consideran los Argumentos Visuales (AV) ni los Gestuales (AG) ya que, en ambos casos, son parte de las actividades propuestas en el Plan de Clases y todos los grupos tuvieron que realizar ambos registros y se analizarán posteriormente. Es posible establecer que el tipo de argumentación que es más utilizado por los estudiantes es el ACC ya que continuamente responden preguntas acerca de las posibilidades que se mostraban durante el juego y ellos argumentaban a través de la expresión oral de cálculos matemáticos como, por ejemplo, "… tía, si el juego fuera de multiplicación si podría salir el 1, porque 1 x 1 es 1…". Por otro lado, el argumento que se registra en menor cantidad, al considerar ambas sesiones, es el AIEM y se observa principalmente cuando se les pregunta a los estudiantes si el 7 siempre ganará el juego. En este caso, algunos estudiantes mencionan que sí movidos por los Argumentos Visuales (AV) dados por cada uno de los registros de los grupos durante ambas tandas del juego, donde se observa que en la mayoría de los casos el número 7 resulta ganador.

Análisis primera sesión de clase

Si analizamos por momentos de cada una de las sesiones, en el momento uno, donde los estudiantes definen con sus palabras los conceptos aleatorios y determinista a partir de unas imágenes y clasifican otros ejemplos, se manifiestan principalmente las Argumentaciones Cotidianas en contextos No Matemáticos (ACNM) y las Argumentaciones a Conocimiento Cero (ACC). Esto se puede explicar por la naturaleza de la tarea, la que implica en primera instancia, activar los conocimientos previos referidos al objeto matemático Probabilidad, los que provienen de situaciones fuera del ámbito escolar considerando que, anteriormente, los estudiantes no han trabajado dicho objeto en el contexto escolar. Para ello, los estudiantes mencionan situaciones en los que han escuchado la palabra Probabilidad e intentan dar explicaciones al respecto, por ejemplo, como lo menciona E3: "…Probabilidades es como si tú estás en un juego y tienes que abrir como huevos y hay probabilidades, probabilidades es que haya un porciento, para ti que te salga una mascota es un uno por ciento, es probable que te salga, no que te va a salir, podría ser, pero no" (Audio 3°A, 06:34 - 07:05). Las ACC se dan principalmente cuando los estudiantes intentan explicar lo que sucede frente a las imágenes expuestas. Se puede ejemplificar cuando un estudiante responde a lo que sucede cuando se lanza un dado: E4: "…Que te salga 6 no es muy probable, podría salirte otro número, a veces pasa y a veces no…" (Audio 3° A, 14:39 – 14:50)

Es importante destacar que, una vez que se instala el concepto Probabilidad al inicio de la primera sesión, los estudiantes la utilizan de manera reiterada dentro de sus argumentaciones. Esto podría explicarse a que el concepto Probabilidad es parte del lenguaje cotidiano y que se usa de forma habitual fuera del aula escolar.

En el segundo momento de la clase los estudiantes responden, de forma escrita al problema, sin embargo, dos estudiantes dan sus respuestas a viva voz, reconociéndose argumentos del tipo No Monotónicas (ANM) cuando el estudiante E16 indica que Karla ganará porque comienza primero, asumiendo que por regar la planta número 1 será la que iniciará el juego, y ACC, cuando E4 menciona que "…descubrí algo, en el problema Karla dice que la primera planta en ser regada será la número 1 pero eso está mal…" (Audio 3°A, 33:50 – 33:57). En este argumento se evidencia que E4 ya reconoce, sin haber experimentado el juego, la imposibilidad de que el 1 salga. Al analizar el tercer momento de la clase, en el que los estudiantes revisan lo sucedido en los grupos e intentan generar hipótesis a partir de lo experimentado en el juego, se observa una mayor variedad de tipos de argumentos. El que se presenta con mayor frecuencia es ACC debido a que buscan explicar y dialogan frente a una situación particular, la que se presenta cuando la estudiante E17 se da cuenta que en una de las hojas de registro aparece marcado el número 1 tres veces, como si hubiese sido posible que saliese (Figura 7) y la menciona a viva voz. Varios estudiantes argumentan que no puede salir el 1 ya que se está jugando con dos dados o porque no existe el cero en los dados. Otro tipo de argumentación presente es ANM cuando algunos estudiantes intentan explicar que el 7 gana en varios grupos: "…es el número de la suerte…", "…porque cuando te sacas 7 es una buena nota…" (Audio 3°A, 01:00:07). Hasta este momento, los estudiantes aún no reconocen que el número siete tienes más posibilidades por tener mayor cantidad de combinaciones.

Figura 7. Hoja de registro de un grupo donde se marcó que el 1 salió 3 veces
Fuente: elaboración propia.

Análisis segunda sesión de clase

En la segunda sesión, previo al cuarto momento, se recuerdan los conocimientos previos y lo desarrollado en la sesión anterior, se presentan argumentos del tipo ACC que buscan dar explicación sobre la posibilidad de ocurrencia del 11 y del 7. El estudiante E3 indica “…el 11 tiene más posibilidades de salir como va sumando…”. Al consultarle sobre a qué se refiere con eso, éste indica “…Que si es el 11 necesitaríamos sumar más, o sea, el 6 y el 5, porque 6 y 6 ya no da once…”. Se le vuelve a consultar por el número 7 e indica “…Es que ahí hay como más probabilidades porque hay que sumar 3 más 4…” (2° audio 3°A, 03:33). Al seguir insistiendo, el estudiante E3 junto a E6 indica posibles combinaciones que dan 7. Estos argumentos permiten vislumbrar que antes de la segunda tanda de juego ya hay estudiantes que reconocen que la posibilidad de ocurrencia de un número dentro del juego depende de la cantidad de combinaciones.

El cuarto momento corresponde a la segunda tanda del juego y posterior plenario. En este momento, los Argumentos Visuales (AV) materializados en los registros que hicieron cada uno de los grupos en ambas sesiones, toman relevancia, ya que permiten que los estudiantes comparen los resultados y puedan razonar acerca de las posibilidades de ocurrencia de cada número (Figura 8). A partir de ello y tras la pregunta ¿por qué creen que esos números fueron los ganadores? se presentaron varios argumentos del tipo ACC. Destaca el argumento dado por el E3, quien indica que “… también podrían salir otros números, aunque el 1 no podía ser…” (Audio 3°A, segunda sesión, 30:05 – 30:16). En este argumento se evidencia la comprensión de la característica aleatoria del juego. El resto de los argumentos se relacionan con las posibles combinaciones que hay para cada número. Al finalizar este momento, el estudiante E5 menciona que es un juego aleatorio y que eso significa que puede salir cualquier número para explicar que el 7 tiene más probabilidades pero que no es seguro que gane.

Figura 8. Argumentos Visuales elaborados por cada grupo en ambas instancias de juego.
Fuente: elaboración propia.

A partir del análisis del juego y de los argumentos dados por los estudiantes se establece la Escala Subjetiva de Probabilidades en el pizarrón (Figura 9), de acuerdo a argumentos como el mencionado por el estudiante E10 "…es muy poco probable que te salga dos veces el uno…" o como el de E7 "…no podía salir el 1 porque no tenemos el cero…". Una vez que se clasifican varios números del juego, surge la duda con el 9 ya que no se sabe si clasificarlo como si tiene "más posibilidades" o "menos posibilidades". A raíz de ello emerge la idea de equiprobabilidad, la que se ve reflejada en argumentos del tipo ACC como: "… en menos posibilidades, para anotarlo en más posibilidades necesitamos que tenga más de cinco combinaciones…", E9 argumenta que para ser clasificado como con más posibilidades debe tener tres o más combinaciones. Finalmente se dejó la clasificación del 9 como inconclusa.

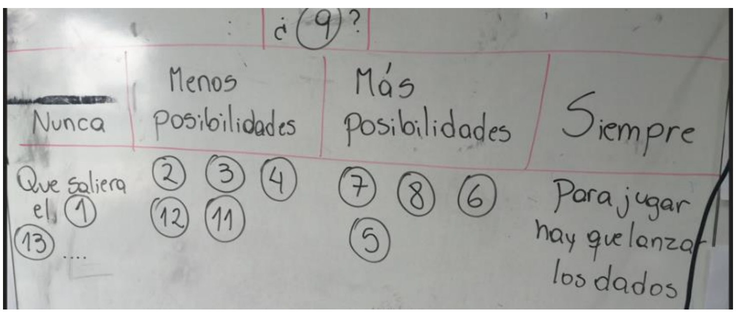


Figura 9. Escala Subjetiva de Probabilidades y evaluación de los números.
Fuente: elaboración propia.

En la etapa final, los estudiantes dan ejemplos de los conceptos trabajados anteriormente. Se consideran como Argumentos a Conocimiento Cero ya que demuestran comprensión de los términos poco probables, muy probables, siempre y nunca, e intentan convencer al resto de sus compañeros que su ejemplo es adecuado, como lo mencionado por E9 "…Si talo árboles hay más probabilidades que animales se queden sin casa…" o el indicado por E1 "…Si cuidamos el planeta nunca los animales se quedarían sin hogar…". Es importante mencionar que si bien se trató de guiar la conversación hacia el tema del agua por el hecho de estar trabajando con el Objetivo de Desarrollo Sostenible N°6, los estudiantes lo entendieron como una temática más amplia, el cuidado del planeta. Se mantuvo la temática ya que, de igual forma, permitía la relación con las probabilidades y la reflexión.

Con respecto a los Argumentos Gestuales (AG) se consideraron en esta clasificación la elección de los estudiantes en la segunda tanda del juego, la que se ve reflejada en las imágenes de los tableros. Si bien no es un gesto propiamente tal, se incluyó dentro de esta categoría considerando que la ubicación en el tablero no es trivial, sino que demuestra una cierta comprensión de las posibilidades de ocurrencia de los números dentro del juego. La mayoría de los estudiantes eligen los números del centro, reconociendo que tienen más posibilidades de ganar. Por el contrario, son pocos los estudiantes que eligen los números de los extremos, posiblemente movidos por el gusto por esos números (ANM) o por no comprender aún las posibilidades de ocurrencia. A continuación, se muestran las imágenes de los tableros de la segunda tanda del juego. (Figura 10).

Figura 10. Imagen de tableros de juego
Fuente: elaboración propia.

Al confrontar los registros escritos a priori y a posteriori de las tandas de juego y plenarios, es posible observar que hay un cambio en la elección del personaje que ganaría el juego y en los argumentos que entregan para explicar su decisión. En la Tabla 3 se muestra la frecuencia de las respuestas dadas por los estudiantes en cada una de las sesiones junto al problema que se les formuló (Figura 11).

Tabla 3

Frecuencia de las respuestas dadas en ambas sesiones

Respuesta de los estudiantes	Sesión 1	Sesión 2
Gana Karla con el n°1	6	1
Gana Javiera con el n° 7	15	18
Gana Pedro con el n°11	7	1
No responde	-	2
Ausentes	5	11

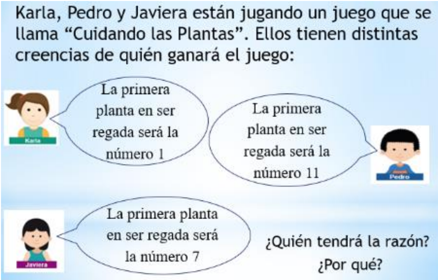
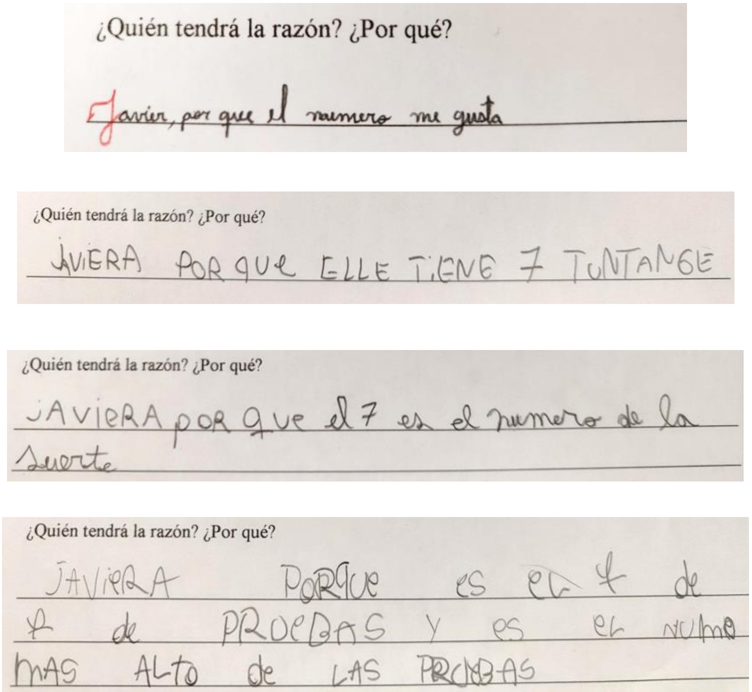


Figura 11. Imagen de problema planteado a los estudiantes.
Fuente: elaboración propia.

En la primera sesión la mayoría de los estudiantes indican que gana Javiera. Dentro de los argumentos esgrimidos están que el 7 es el número de la suerte, que es de gusto personal, porque tiene siete puntos, entre otros. Se evidencia que, hasta este momento, no hay argumentos matemáticos y en general, serían argumentos del tipo ANM (Figura 12).


¿Quién tendrá la razón? ¿Por qué?

Javier, por que el numero me gusta

¿Quién tendrá la razón? ¿Por qué?

JAVIERA POR QUE ELLE TIENE 7 TUNTANGE

¿Quién tendrá la razón? ¿Por qué?

JAVIERA POR QUE el 7 es el numero de la suerte

¿Quién tendrá la razón? ¿Por qué?

JAVIERA PORQUE es el 7 de 7 de PROEBAS y es el numo MAS ALTO de LAS PRUEBAS

Figura 12. Fragmentos de respuestas de estudiantes.
Fuente: Elaboración propia

En cuanto a los estudiantes que eligieron a Karla, sus argumentos, en la mayoría, se centran en indicar que ella fue la primera en comenzar el juego, dando carácter ordinal al número 1 planteado en el problema.

Con respecto a los estudiantes que eligieron a Pedro, sus argumentos son más variados e incluyen ideas relacionadas con la probabilidad: “porque hay más posibilidades”, “porque hay más probabilidades de que salga el 11”. En este último caso, es posible indicar que el estudiante asocia las posibilidades de ocurrencia con la magnitud del número; a mayor número, mayores probabilidades de que salga.

Hay dos argumentos dados por estudiantes que son dignos de destacar. Por un lado, E7, quién eligió a Pedro como ganador, registra lo siguiente en su respuesta escrita: “porque son 2 y hay que sumar”. En esta argumentación se evidencia comprensión del juego y de la utilización de los dados. En el caso del estudiante E4, quien da a

Javiera como ganadora, argumenta su respuesta en la imposibilidad que tiene Karla para ganar: “porque Karla es el número 1 y hay que sumar”. Este estudiante, si bien no lo menciona de forma explícita, entiende que el 1 es imposible que salga puesto que se requiere sumar los números que aparecen en los dados, demostrando comprensión del juego y la utilización de los dados. Llama la atención su razonamiento considerando que, en esta instancia, aún no experimentan con el juego y, además, su edad, teniendo en cuenta de que este Plan de Clases fue pensado en estudiantes mayores, de quinto básico, lo que supone, tienen una mayor capacidad de razonar y argumentar dado a su edad cronológica y mayor experiencia en el ámbito escolar.

Al analizar las respuestas escritas de los estudiantes a posteriori de las instancias de juego y plenarios, es posible indicar que la mayoría responde que Javiera ganará el juego. Estas respuestas podrían estar vinculadas a las dos tandas de juego y plenario, movidas por la constatación empírica de lo vivido. Con respecto a los argumentos dados, 10 de los 18 estudiantes que eligieron a Javiera, utilizan lenguaje asociado a la probabilidad: “porque hay muchas posibilidades”, “porque el 7 tiene muchas más sumas”, “porque es mucho más probable”. De ellos, 2 estudiantes hacen alusión a la propiedad aleatoria del juego: “porque tiene más sumas, pero no es seguro”, “porque, o sea, tal vez gane, pero no es seguro”. Además, otro de estos estudiantes centró su argumento en la imposibilidad de ocurrencia del 1 al ser dos dados: “porque Karla como son dos dados porque si fuera un dado hubiera tocado el 1”. El resto de los estudiantes siguió manteniendo argumentos del tipo ANM asociados a la suerte y a gustos personales. Hubiese sido interesante haber entrevistado a los estudiantes que indicaban al 7 “como el número de la suerte” ya que no queda del todo claro si lo mencionan por creencias externas al juego o hacen referencia al carácter aleatorio del mismo, pero por razones de tiempo no fue posible. Solo un estudiante mantuvo su argumento en los dos momentos de registro escrito, haciendo mención al mismo argumento indicado anteriormente.

El estudiante que eligió a Pedro realiza una asociación de los números de las llaves que indica el problema con cantidad de puntos: “porque el 1 tiene menos cantidad de puntos”. De acuerdo a este argumento, resulta lógico que haya elegido a Pedro como ganador a pesar la experiencia vivida. El estudiante que escogió a Karla como ganadora menciona un argumento que no tiene relación con su elección: “porque el 7 siempre gana”. Según este argumento debería haber escogido a Javiera, por lo que es posible suponer que hay un conflicto con la comprensión del problema. Además, esta respuesta evidencia un argumento del tipo AIEM ya que se guía por las varias veces que gana el 7 para asegurar que esto sucederá siempre.

Hay dos estudiantes que no indican qué personaje ganará el juego pero que, si dan argumentaciones escritas al respecto, ambas asociadas a la probabilidad: “porque tiene más posibilidades de ganar” y “Karla, el número uno no va a ganar nunca porque con los dados se sacará 1 y 1, había que sumar el 1, siempre perderá”. En el primer caso reconoce que uno de los números tiene mayor posibilidad de ocurrencia, pero no lo menciona y en el otro se evidencia el concepto imposible dado a las características del juego, pero, al parecer, aún no le queda del todo claro de que el 7 tiene más posibilidades.

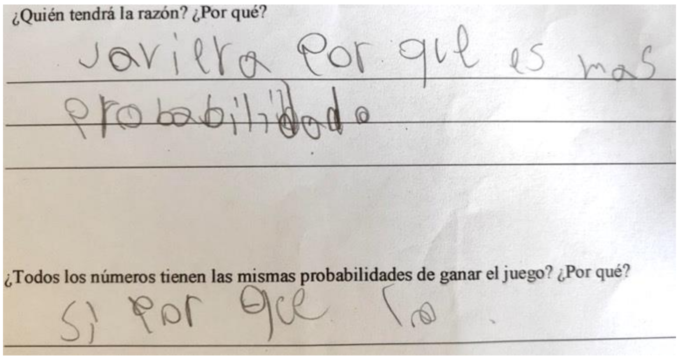
Con respecto a la segunda pregunta que se planteada en este momento, ¿todos los números tienen la misma posibilidad de ganar el juego? ¿por qué? se muestran los resultados en la Tabla 4.

Tabla 4

Respuesta de los estudiantes de la segunda pregunta de la guía n°2 (ver anexos)

Respuesta de los estudiantes	**Frecuencia**
Si	2
No	10
A veces	1
No responde	9

Como es posible observar la mayoría de los estudiantes presentes responde no frente a la pregunta planteada, reconociendo que hay números con más posibilidades, otros con menos y que hay números que no tienen posibilidad de aparecer. Solo 2 estudiantes afirman que todos los números tienen la misma probabilidad. Al comparar las respuestas con las dadas en la pregunta 1, ambos responden que gana Javiera porque tiene muchas más probabilidades, lo que hace pensar que quizás no hay una comprensión de la pregunta ya que sus respuestas se contraponen (Figura 13).



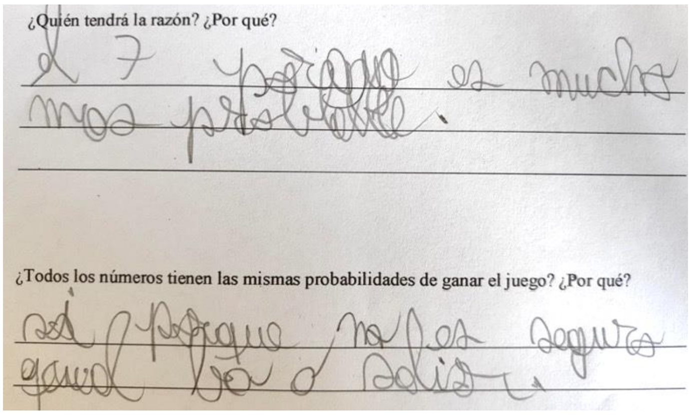
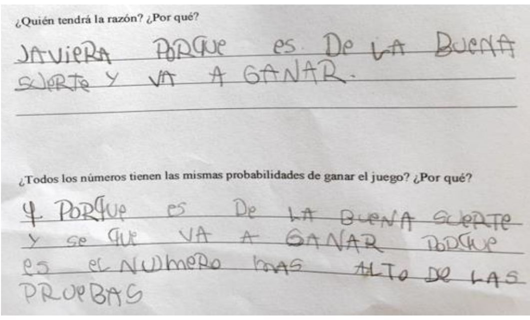


Figura 13. Fragmentos de respuestas guía n°2

De los 13 estudiantes que respondieron a la pregunta ¿Todos los números tienen las mismas probabilidades de ganar el juego? hay 8 cuyos argumentos aluden a conceptos relacionados con la probabilidad. Sus respuestas hacen alusión a la imposibilidad de que el 1 salga ganador; Otras, a las combinaciones que tienen algunos números, reconociendo que hay números con mayores probabilidades que otros y 3 de ellos hacen alusión a la aleatoriedad del juego.

Hay 8 estudiantes que, si bien no responden a la pregunta mencionada anteriormente, si dan argumentos. De ellos 7 están relacionados con el objeto matemático probabilidad con argumentos similares a los del grupo anterior. Solo un estudiante mantiene un argumento no matemático, relacionado con asociaciones relacionadas al número 7 (Figura 14).



¿Quién tendrá la razón? ¿Por qué?

JAVIERA PORQUE es DE LA BUENA SUERTE Y VA A GANAR.

¿Todos los números tienen las mismas probabilidades de ganar el juego? ¿Por qué?

4 PORQUE es DE LA BUENA SUERTE Y se QUE VA A GANAR PORQUE es el NUmeRO mAS ALTO DE LAS PRUEBAS

Figura 14. Fragmento de respuesta guía n°2, estudiante que mantiene su argumento no matemático

En resumen, es posible corroborar la hipótesis inicial que movilizaba esta comparación *a priori* y *a posteriori* de las respuestas escritas de los estudiantes. Hubo cambio en las respuestas en cuanto al personaje ganador, pero principalmente en los argumentos dados, donde, en la mayoría de los casos, hacían alusión a conceptos probabilísticos, permitiendo suponer que hay una apropiación inicial de los mismos.

CONSIDERACIONES FINALES

Las actividades propuestas suponen en sí un rediseño del dME imperante. Si bien el objetivo del Plan de Clases es iniciar a los estudiantes en el lenguaje probabilístico, esta transmisión del objeto matemático no se hace de forma despersonalizada y descontextualizada, por el contrario, se propicia la construcción social del conocimiento matemático por parte de los estudiantes, dada su organización y cómo están planteadas a fin de que los conceptos que se buscaba introducir (seguro, posible, poco posible e imposible) (MINEDUC, 2012) emergieran de manera natural. Esta construcción se llevó a cabo a partir de las tandas del juego y plenarios, lo que se vio reflejado tanto en las argumentaciones orales, escritas, gráficas y gestuales presentadas. De acuerdo con lo que indica Crespo et al. (2010), dichas argumentaciones provienen no solo de lo que se trabaja dentro del aula, en el contexto matemático, sino que también las que provienen fuera de ella, en escenarios no matemáticos. Además, se buscó lograr que los estudiantes dieran un uso y significado al objeto matemático tratado, tal como lo propone Reyes-Gasperini y Cantoral (2019). También es posible reconocer en las actividades y en los argumentos dados por los estudiantes, los cuatro principios de la TSME: el principio de racionalidad contextualizada que está dado por la temática propuesta por el ODS n°6 otorgando un contexto de significancia. Los estudiantes construyen el conocimiento no solo a partir del juego, sino que, desde la interacción con el contexto planteado, dando sentido al objeto matemático. Se genera una resignificación del concepto inicial, la que posiblemente va a seguir progresando en otras instancias de aprendizaje tanto dentro como fuera del sistema escolar, reflejando el principio de resignificación progresiva (Cantoral, 2013).

Al momento de hacer el análisis de los argumentos dados por los estudiantes se pudo constatar que varios de ellos, en un principio, fueron considerados como un error por parte de la docente, sin embargo, a partir de la categorización de éstos se pudo observar que dependían de la lógica racional de cada uno y que, de igual forma, aportaban a la construcción del conocimiento tanto del estudiante en particular como del grupo, lo que podría interpretarse como parte del principio de relativismo epistemológico (Cantoral, 2013).

En síntesis, el Plan de Clases estuvo orientado a la construcción del conocimiento y de la adquisición del lenguaje probabilístico a través de la práctica de argumentar. De acuerdo con lo propuesto por Crespo et al. (2010), esta práctica está orientada a la práctica social de demostrar (principio normativo de la práctica social).

Como docentes estamos llamados a salir de la creencia de que nuestros estudiantes no razonan o que no son capaces de argumentar o sólo dar “validez” a los argumentos del tipo deductivo clásico ya que son los que poseen el reconocimiento de la comunidad matemática. Los estudiantes constantemente están razonando y no solo porque la tarea lo demanda. Buscan explicaciones y regularidades de manera habitual. Como lo menciona Crespo et al. (2010), estos argumentos no solo se dan en el aula escolar, sino que, provienen también del cotidiano y viceversa, por lo que resulta de suma importancia que los docentes aprendamos a reconocer los diversos tipos de argumentos de nuestros estudiantes a fin de comprender como ellos construyen su conocimiento matemático. Se hace necesario un cambio en la escuela de manera que permita la incorporación de estos otros tipos de argumentaciones entendiendo, desde la perspectiva de la Socioepistemología, que la construcción del conocimiento es una construcción social.

Más en lo específico, el analizar los argumentos dados por los estudiantes, que provienen de contextos matemáticos y no matemáticos, permite identificar si existen dificultades en el uso del lenguaje probabilístico, como lo plantea Vásquez (2008). Por otro lado, como lo exponen Batanero y Godino (2004) la enseñanza de la probabilidad debería contemplar un aprendizaje inductivo por parte de los estudiantes, lo que se relaciona con lo expuesto por Crespo et al. (2010) al contemplar tipos de argumentos no deductivos.

Como docentes podemos plantear una enseñanza que no esté centrada en el objeto matemático exclusivamente, sino que en contextos (Reyes Gasperini, Cantoral, 2019). En esa línea, los Objetivos de Desarrollo Sostenible ofrecen una gran oportunidad de hacer matemática con sentido (orientación estratégica de la práctica) (Caballero-Pérez y Moreno-Durazo, 2017).

Con respecto al Plan de Clases implementado es posible concluir que se logra el objetivo planteado, el que tenía relación con la emergencia de la Escala Subjetiva de

Probabilidades. A través de las actividades los estudiantes dan cuenta del uso del objeto matemático y de los conceptos que surgieron a partir de las mismas a través de sus argumentaciones verbales, escritas, gestuales y visuales. Demuestran, además, comprensión de los conceptos que fueron emergiendo, ya que pudieron dar ejemplos relacionados con el agua y el cuidado del planeta. Estos ejemplos y la reflexión que conllevó fueron propiciadas por el contexto dado por el Objetivo de Desarrollo Sostenible n°6.

En cuanto al objetivo de investigación propuesto es posible afirmar que las distintas acciones y actividades (Caballero y Cantoral, 2017) formuladas en el Plan de Clases fomentaron la práctica de argumentar y esta, a su vez, favoreció a la adquisición del lenguaje probabilístico. Se evidenció en los estudiantes un cambio en la forma de argumentar, el que fue observado sobretodo en sus respuestas escritas. Transitaron desde respuestas desde la intuición y donde no se mencionaba el objeto matemático a pesar de que haber hablado de él en el inicio de la sesión 1, a respuestas donde se hablaba de probabilidad, de que algunos números tenían más posibilidades de ganar o números que no tenían posibilidades de salir en el juego. Muy pocos estudiantes mantuvieron sus argumentos iniciales. En este caso, se hace necesario plantear nuevas acciones y actividades que permitan que todos logren el objetivo propuesto.

Dentro de las limitaciones de esta investigación estuvo el hecho de no poder realizar video grabación de las sesiones ya que los lineamientos del colegio donde se implementó no lo permitían. Hubiese sido interesante observar las acciones físicas que hacían los estudiantes al momento de verse enfrentado a las actividades puesto que, a través de las acciones, también es posible evidenciar argumentos (Argumentaciones Gestuales). Otra limitación fue el no poder analizar los datos recogidos en los terceros básicos B y C por razones de tiempo. Habría sido curioso comparar los argumentos dados en cada curso a mismas condiciones e intentar dar explicaciones a las diferencias que pudiesen presentarse.

Agradecimientos

FONDECYT N°1200356 financiado por la Agencia Nacional de Investigación y Desarrollo (ANID) de Chile.

REFERENCIAS

Alsina, Á. & Vásquez, C. (2016). De la competencia matemática a la alfabetización probabilística en el aula: elementos para su caracterización y desarrollo. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 48, 41-58.

Alsina, Á. & Vásquez, C. (2016). La probabilidad en Educación Primaria. De lo que debería enseñarse a lo que se enseña. *Uno, Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 71, 46-52.

Araneda, A., del Pino, G., Estrella, S., Icaza, G., & San Martín, E. (2011). Recomendaciones para el currículum escolar del eje Datos y Probabilidad. Recuperado de http://www. soche. cl/archivos/Recomendaciones. pdf.

Balcázar Nava, P., González-Arratia López-Fuentes, N. I., Gurrola Peña, G. M., & Moysén Chimal, A. (2013). Investigación cualitativa. Universidad Autónoma del Estado de México. http://disde.minedu.gob.pe/handle/20.500.12799/464

Baez, J. & De Tudela , P. (2006). *Investigación cualitativa*. Esic Editorial.

Caballero, M. & Cantoral, R., (2017). Anidación de Prácticas para el Desarrollo del Pensamiento y el Lenguaje Variacional. *Investigación e Innovación en Matemática Educativa*, 2, 402-413.

Caballero-Pérez, M. & Moreno-Durazo, G. (2017). Diseño de una situación de aprendizaje para el desarrollo del pensamiento y el lenguaje variacional. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 1066-1074.

Camacho, A. (2006). Socioepistemología y prácticas sociales. *Educación Matemática*, 18(1), 133-160.

Cantoral, Ricardo (2004). Desarrollo del pensamiento y lenguaje variacional, una mirada socioepistemológica. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa,* 1-9.

Cantoral, R. (2013). Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa: estudios sobre construcción social del conocimiento. Gedisa.

Cantoral, R., Farfán, R., Lezema, J., & Martínez-Sierra, G. (2006). Socioepistemología y representación: algunos ejemplos. RELIME. *Revista Latinoamericana de investigación en matemática educativa*, 9(1), 83-102.

Cantoral, R., Montiel, G., & Reyes-Gasperini, D. (2014). Socioepistemología, Matemáticas y Realidad. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 7(3), 91-116.

Crespo, C., Farfán, R. M., & Lezama, J. (2010). Argumentaciones y demostraciones: una visión de la influencia de los escenarios socioculturales. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*, 13(3), 283-306.

Espinoza, L., & Cantoral, R. (2011). Una caracterización de los contextos de significación desde la socioepistemología. *Acta Latinoamericana de la Matemática Educativa*, 889-886.

http://funes.uniandes.edu.co/5012/1/EspinozaUnacaracterizacionALME2011.pdf

Food and Agriculture Organiation FAO (2019). El apoyo de la FAO para alcanzar los Objetivos de Desarrollo Sostenible en América del Sur. Panorama.

Gómez, E., Ortiz, J. J., Batanero, C., & Contreras, J. M. (2013). El lenguaje de probabilidad en los libros de texto de Educación Primaria. *UNIÓN. Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 35, 75-91.

Jones, G., Langrall, C., & Mooney, E. (2007) Research in probability: responding to classroom realities. The second handbook of research on mathematics teaching and learning: A project of the National Council of Teachers of Mathematics. 909-955.

Ministerio de Educación de Chile (2002). Decreto supremo de educación n°232. Unidad de Currículum y Evaluación.

Ministerio de Educación de Chile (2009). Objetivos Fundamentales y Contenidos Mínimos Obligatorios de la Educación Básica y Media. Unidad de Currículum y Evaluación.

Ministerio de Educación de Chile (2012). Programa de Estudio para Quinto año Básico. Unidad de Currículum y Evaluación.

National Council of Teachers of Mathematics NCTM (2000). Principles and standards for school mathematics. Reston, VA: The National Council of Teachers of Mathematics.

Palm, T. (2008). Impact of authenticity on sense making in word problem solving. *Educational Studies in Mathematics*, 67, 37–58.

Reyes-Gasperini, D. & Cantoral, R. (2019). ¿Cómo evaluar la Construcción Social del Conocimiento Matemático? *Investigación e Innovación en Matemática Educativa*, 4, 217-225.

Ríos, A. C. (2006). Socioepistemología y prácticas sociales*. Educación matemática*, 18(1), 133-160.

UNESCO. (2017). Educación para los objetivos de desarrollo sostenible: objetivos de aprendizaje. Francia: Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura.

Uriza, R. C., Espinosa, G. M., & Gasperini, D. R. (2015). Análisis del discurso Matemático Escolar en los libros de texto, una mirada desde la Teoría Socioepistemológica. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, 8, 9-28.

Vásquez, C., Díaz-Levicoy, D., Coronata., C., & Alsina, A. (2018). Alfabetización estadística y probabilística: primeros pasos para su desarrollo desde la Educación Infantil. *Cuadernos Cenpec*, 8(1), 154-179.

Vásquez, C. (2018). Surgimiento del lenguaje probabilístico en el aula de educación primaria. *Revista de Ensino de Ciências e Matemática*, 9(2), 374-389.

Vásquez, C. (2020). Educación Estocástica: una herramienta para formar ciudadanos en sostenibilidad. Matemáticas, Educación y Sociedad, 3(2), 1-20.

Zieffler, A., & Fry, E. (2015). Reasoning about uncertainty: Learning and teaching informal inferential reasoning. Catalyst Press.