Tangram
Revista de Educação Matemática

DOI: 10.30612/tangram.v6i1.16864

O Graphmatica nas práticas pedagógicas no curso de Licenciatura em Matemática: o ensino de Funções

Graphmatica in pedagogical practices in the Mathematics Degree course: the teaching of Functions

La Grafmática en las prácticas pedagógicas en la carrera de Licenciatura en Matemáticas: la enseñanza de las Funciones

Kátia Guerchi Gonzales
Universidade Estadual de Mato grosso do Sul-UEMS
Nova Andradina-MS, Brasil,
katia.gonzales@uems.br
Orcid: 0000-0003-2827-2545

Sonner Arfux de Figueiredo
Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul - UEMS
Nova Andradina/MS, Brasil,
sarfux@uems.br
Orcid:0000-0001-5583-5804

Antonio Sales
Universidade Anhanguera – UNIDERP
Campo Grande-MS, Brasil
Orcid: 0000-0001-5515-6625

Resumo: Este estudo teve como objetivo principal refletir sobre a utilização do *software Graphmática* na prática pedagógica matemática junto aos acadêmicos do curso de Licenciatura em Matemática do segundo ano de uma faculdade pública, no interior do Mato Grosso do Sul, para potencializar o estudo de funções do 1º grau. Nesse sentido, nos pautamos nos estudos de Gáscon, pois compreendemos que ensinar matemática é problematizar, provocar a elaboração de conjecturas, sendo o aluno, protagonista deste processo. Para tanto, a tecnologia digital, tal como está posta hoje, pode contribuir para que essa interação seja efetivada permitindo que o estudante relacione aprendizagens anteriores com os novos conhecimentos a serem construídos e incorporados. Como resultados, a análise dessa investigação permitiu observar que mais fundamental do que ter o domínio do *software,* é proporcionar situações pedagógicas em que se engendra atividades cativantes, que despertem a curiosidade e o senso crítico dos alunos - em

nosso caso, dos acadêmicos.
Palavras-chave: Software. Investigação matemática. Formação inicial.

Abstract: The main objective of this study was to reflect on the use of the Graphmática software in mathematical pedagogical practice with second-year Mathematics Licentiate students at a public college in the interior of Mato Grosso do Sul, in order to enhance the study of funciones de primer grado. In this sense, we base ourselves on the studies of Gáscon, as we understand that teaching mathematics is problematical, provoking the elaboration of conjectures, with the student being the protagonist of this process. be carried out allowing the student to relate previous learning with the new knowledge to be built and incorporated. As a result, the analysis of this investigation allowed us to observe that more fundamental than having mastery of the software is to provide pedagogical situations in which captivating activities are engendered, which awaken the curiosity and critical sense of students in our case, of academics.
Keywords: Software. Mathematical investigation. Initial formation.

Resumen: El objetivo principal de este estudio fue reflexionar sobre el uso del software Graphmática en la práctica pedagógica matemática con los académicos del segundo año del curso de Licenciatura en Matemáticas en una universidad pública, en el interior de Mato Grosso do Sul, para mejorar el estudio de las funciones del 1er grado. En este sentido, nos basamos en los estudios de Gáscon, pues entendemos que la enseñanza de las matemáticas es problematizar, provocando la elaboración de conjeturas, siendo el alumno el protagonista de este proceso que se lleva a cabo permitiéndole relacionar los aprendizajes previos con los nuevos conocimientos a construir e incorporar. Como resultado, el análisis de esta investigación permitió observar que más fundamental que tener dominio del software es brindar situaciones pedagógicas en las que se generen actividades cautivadoras, que despierten la curiosidad y el sentido crítico de los estudiantes -en nuestro caso, de los académicos.
Palabras clave: Software. Investigación matemática. Formación inicial.

Recebido em
14/03/2023
Aceito em
28/03/2023

CONSIDERAÇÕES INICIAIS

A constatação de que a vida social tem sido fortemente influenciada pelas tecnologias digitais da informação e da comunicação (TDICs) parece já ser senso comum. A abrangência da rotina virtual já atingiu até mesmo algumas escolas, o lugar mais resistente

a transformações pelo medo da substituição do professor que não está satisfeito com o trabalho, mas encontra dificuldade em pensar na possibilidade de ser substituído.

Muitos profissionais saudaram o advento da tecnologia como uma aliada no cumprimento da sua tarefa. Em algumas escolas também já se usam blogs, e-mails, celulares, sites, rádio escolar, entre outros. Sobre isso Santos e Sales (2017) escreveram que é possível constatar iniciativas de alunos que criam grupos de WhatsApp para discutir e compartilhar informações sobre trabalhos escolares. Admitem que os recursos oriundos da tecnologia são elementos facilitadores da ação do professor.

Os discursos presentes na literatura que tratam das TDICs, no ambiente educacional, levam-nos a pressupor que há um potencial interativo muito grande à nossa disposição e que facilitarão os processos de ensino e de aprendizagem. Dessa forma, encontramos em Kenski (2011), Marcuschi e Xavier (2010), Lima (2009) e Santaella (2004; 2013) alguns exemplos de autores brasileiros que discutem as contribuições da tecnologia, bem como, o perfil do leitor da atualidade.

Kenski (2011), por exemplo, destaca as transformações ocorridas nas últimas duas décadas. Há um fluxo que não para em termos de inovação, interferindo nas nossas ações do cotidiano. Essas mudanças incluem "a valorização do que é novo" e a busca pelo mais potente e que permite maior interação social (Kenski, 2011, p. 62). O processo de ensino, segundo essa autora, não tem sido articulado com todo esse avanço tecnológico, embora essa tecnologia venha sendo usada pelos professores fora da sala de aula. Ela escreve:

> A despeito das amplas condições de intercomunicação oferecida pelas tecnologias digitais, predominam ainda nas salas de aula da maioria das IES as mais tradicionais práticas docentes, baseadas na exposição oral do professor. Mediado por vídeos, apresentações em Power Point e uso dos ambientes virtuais (como "cabides" de textos),

> o ensino não se renova. A nova cultura da sociedade da informação passa ao largo dos cursos e das aulas (presenciais e a distância) no ensino superior (Kenski, 2011, p.70).

Usar a tecnologia para o estudo dos conhecimentos legitimados e validados, mesmo que seja apenas no circuito das nossas relações acadêmicas, continua sendo um desafio para o professor.

Pensando no ensino de Matemática, e especificamente na formação de professores para atuar nessa área, surge a necessidade de discutir a inclusão das tecnologias digitais nos cursos de formação inicial e de uma nova abordagem da Matemática no contexto escolar.

Barco (2008) destaca que a nova abordagem tem a ver com educar e não somente com ensinar. Para esse autor, ensinar tem relação com respostas enquanto educar nos faz pensar em perguntas, em desafios. Entende que as duas ações são necessárias e se completam porque enquanto no ensino o objetivo é que o estudante aprenda, o educador espera que ele compreenda e incorpore o que compreendeu. Portanto ele considera como violência educacional "prometer cultura e oferecer adestramento". Dessa forma, defende a necessidade de romper com o paradigma da educação clássica que se fundamenta na estabilidade, memorização e busca de igualdade nas respostas. As tecnologias digitais vêm com o potencial de permitir que se eduque respeitando as diferenças, promovendo a compreensão dos conhecimentos legitimados e maior interação entre os estudantes e esse conhecimento.

Santaella (2013, pp. 289-292) discutindo o seu entendimento de aprendizagem fala "em modificações cognitivas e comportamentais, relativamente duradouras". Para que essa transformação aconteça, deve haver interação do indivíduo com o meio e com os conteúdos de aprendizagem. A tecnologia digital, tal como está posta hoje, pode contribuir para que essa interação seja efetivada permitindo que o estudante relacione aprendizagens anteriores com os novos conhecimentos a serem construídos e incorporados. Sob essa óptica, compreendemos que, essas tecnologias fornecem suporte para as abordagens do aprendiz em relação à investigação, potencializando a aprendizagem.

AS TDICS E O ESTUDO DA MATEMÁTICA

Especificamente para ensino da Matemática necessitamos de softwares que contemplem a linguagem específica dessa ciência dado que não estamos mais habituados à álgebra retórica. Essa álgebra, que não tem símbolos e escrevem-se as equações na língua materna, era usada nos primórdios quando ainda faltavam símbolos apropriados para representar números que permitissem operar com a facilidade que temos hoje, graças aos algarismos indo-arábicos e ao sistema decimal posicional.

De igual modo, se percorrermos a história da álgebra, veremos que somente a partir das contribuições do século XVII começaram a aparecer largamente os símbolos que hoje usamos para representar expressões algébricas. Esse amadurecimento das representações contribuiu para que a Matemática alcançasse o estágio em que se encontra em nossos dias. São as atuais "ferramentas do ofício" de que falam Davis e Hersh (1986).

Em nossos dias, as "ferramentas do ofício" foram ampliadas com o advento das TDICs e dispomos de softwares que permitem plotar gráficos, resolver equações, desenvolver expressões algébricas etc. que, se devidamente explorados, muito poderão contribuir para o estudo da Matemática, por parte do estudante, e facilitar a comunicação entre o professor, o saber e o estudante.

O presente trabalho é resultado do uso de uma dessas ferramentas com acadêmicos de Licenciatura em Matemática de uma Universidade Pública no Interior do Estado de Mato Grosso do Sul.

O software utilizado foi o Graphmatica e a forma de trabalho foi orientada para exploração do raciocínio do estudante. Foi evitado usar o software como recurso auxiliar, isto é, como exemplo de aplicação. O termo aplicação aqui tem o sentido que lhe confere Gascón (2001) ao tratar do uso de problemas para ilustrar uma teoria exposta pelo professor. Na tentativa de mostrar para a classe que a teoria exposta funciona ou tem suporte nos fatos encontrados no cotidiano, ou nas proximidades dele, o professor, após expor a teoria apresenta um problema real ou fictício, como ilustração do que acabou de expor. Ele denomina esse uso de "problema rotineiro", de aplicação ou uso trivial do problema, isto é, problema ilustrativo da possível aplicação de uma teoria. Uma forma de justificativa ou de consolidação da teoria.

Nesse sentido, quando nos referimos ao uso do software como aplicação, estamos pensando em expor uma teoria e depois ilustrar o exposto com o uso do recurso tecnológico.

Essa trivialidade, para Gascón (2001), representa uma proposta ingênua de trabalho didático, porque não envolve o estudante no processo. Tal prática se insere no modelo teoricista que, do ponto de vista pedagógico, é um modelo simplista que pressupõe o ensino como um processo mecânico, controlável pelo professor. Está fortemente arraigado na cultura comum, fundamentado no euclidianismo que parte de proposições aceitas como verdadeiras (axiomas) e que são enunciadas utilizando apenas termos primitivos, plenamente conhecidos. Nessa perspectiva o conteúdo é apresentado ao estudante com algo pronto. Ensinar é expor teorias e aprender matemática é a aprender a teoria.

Com relação a essa forma de abordagem Gravina e Santarosa afirmam que:

> Numa apresentação formal e discursiva, os alunos não se engajam em ações que desafiem suas capacidades cognitivas, sendo-lhes exigido no máximo memorização e repetição, e consequentemente não são autores das construções que dão sentido ao conhecimento matemático. O processo de pesquisa vivenciado pelo matemático profissional evidencia a inadequabilidade de tal abordagem. Na pesquisa matemática, o conhecimento é construído a partir de muita investigação e exploração, e a formalização é simplesmente o coroamento deste trabalho, que culmina na escrita formal e organizada dos resultados obtidos! O processo de aprendizagem deveria ser similar a este, diferindo essencialmente quanto ao grau de conhecimento já adquirido (Gravina & Santarosa, 1999, p.73).

A proposta que norteia ao presente trabalho vai nessa outra direção. Ensinar matemática é problematizar, provocar a elaboração de conjecturas, esperar que o estudante faça investimento de conhecimentos anteriores. O ensino é um processo não plenamente controlável pelo professor. “Ensinar e aprender é uma atividade exploratória, livre e criativa, de problemas não triviais” (Gascón, 2001, p. 140).

O USO DE SOFTWARE PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA

O uso *software* educativo para o ensino da Matemática deve levar em conta o que Gravina e Santarosa consideram como aprendizagem matemática. Para essas autoras:

> [...] no contexto da Matemática, a aprendizagem nesta perspectiva depende de ações que caracterizam o “fazer matemática”: experimentar, interpretar, visualizar, induzir, conjeturar, abstrair, generalizar e enfim demonstrar. É o aluno agindo, diferentemente de seu papel passivo frente a uma apresentação formal do conhecimento [...] (Gravina & Santarosa, 1999, p.73).

As autoras citadas são do entendimento de que não são interessantes "[...] as ferramentas que guardam características de métodos de ensino que privilegiam simplesmente a transmissão de conhecimento [...] (Gravina & Santarosa, 1999, p. 73). De igual modo, pode-se dizer que, a abordagem não está necessariamente no software utilizado, mas na perspectiva pedagógica do professor.

Quanto a isso um software e um livro diferem apenas na facilidade que um oferece para plotar gráficos, resolver atividades e avaliar os resultados, modificar o esboço quando se percebe que o caminho seguido não é o melhor. Os dois, software e livro, dependem da ação do professor para se efetivarem como ferramentas de estudo da Matemática.

O GRAPHMÁTICA COMO RECURSO TECNOLÓGICO

O Graphmática é, na perspectiva de Borba, Silva e Gadanidis (2016) um software da segunda fase, em termos de utilização na Educação Matemática. Esses softwares surgiram na década de 1990 com a popularização de computadores de individuais. Anteriormente, uma década antes, tivemos a popularização das calculadoras simples ou científicas e alguns softwares que exigiam certo conhecimento de programação. Predominava a perspectiva construcionista. Sobre a segunda fase os autores explicitam que:

> Nessa fase destacamos o uso de softwares voltados às múltiplas representações de funções (como o Winplot, o Fun e o Graphmática) e de geometria dinâmica (como Cabri Géomètre e o Geometriks). O uso de sistema de computação algébrica (como o Maple) também merece destaque, mas não o exploraremos neste livro. Esses softwares são caracterizados não apenas por suas interfaces amigáveis, que exigem pouco ou nenhuma familiaridade com linguagem de programação, mas pela natureza dinâmica, visual e experimental. (Borba; Silva & Gadanidis, 2016, p. 23)

A terceira fase iniciou com o advento da internet e a quarta fase com o aumento da velocidade e a presença da multimodalidade na comunicação. Embora estejamos vivenciando a hipertextualidade, blogs e wikis, a tecnologia da segunda fase ainda nos proporciona oportunidade de potencializar o estudo da Matemática.

O primeiro contato com o Graphmática se deu em um evento nacional de Educação Matemática, quando estudantes de um Instituto Federal apresentaram trabalhos envolvendo formas artísticas produzidas nesse software que não é de geometria dinâmica e plota apenas em

2D. O destaque estava para a possibilidade de provocar o raciocínio, não somente para imaginar as formas, mas também a combinação de comandos, uma vez que o software não é programável. O software é de uso grátis, mas não é livre. Segundo Malaca e Néri (2007, p. 1) ele "foi criado por Keith Hertzer, um bacharel em Engenharia Elétrica e Ciência da Computação".

Tem uma interface amigável e se destina especificamente para plotar gráficos de circunferência, elipse, hipérbole, funções lineares, afim, quadrática, exponencial, logarítmica, trigonométricas, e ainda determinar tangentes e cálculo de uma área sob uma curva. Com ele é possível estudar funções, produto cartesiano, conceito de função, função crescente, decrescente e constante, função injetora, sobrejetora e bijetora. É possível visualizar vários gráficos concomitantemente e em cores diferentes, permitindo a comparação entre eles.

O desafio que se pode propor ao estudante está em construir um brasão, uma casa, um carro, deslocar o vértice de uma parábola ou o centro de uma circunferência, por exemplo. Também se podem discutir deslocamentos sucessivos de uma reta, parábola ou circunferência. Exemplo: dada a função definida no conjunto dos Reais, tal que $f(x) = x^2$, quais as transformações que ocorrem quando plotamos $f(x) = x^2 + 2x + 3$?

Levando em conta que os gráficos são construídos simultaneamente e podem vistos concomitantemente e em cores diferentes pode-se plotar sucessivamente: $f(x) = x^2$, $f(x) = x^2 + 3$, $f(x) = x^2 + 2x$, e, finalmente, $f(x) = x^2 + 2x + 3$para então discutir os sucessivos deslocamentos e a comutatividade deles.

É nessa perspectiva exploratória que temos proposto as atividades para os estudantes, contemplado a proposta de Gravina e Santarosa (1999), que também é a nossa perspectiva. Concordamos que "fazer matemática" é "experimentar, interpretar, visualizar, induzir, conjeturar, abstrair, generalizar e enfim demonstrar", conforme citado anteriormente.

A Investigação Matemática

Partindo do princípio que é natural no ser humano a curiosidade, sendo o ensino um meio no qual podemos desenvolver os estudos e que essas atitudes transformam as pessoas em seres pensantes capazes de aprender (Felice, 2019). Na verdade, toda a atividade matemática rica envolve necessariamente trabalho investigativo, com o reconhecimento da situação, a

formulação de questões, a formulação de conjecturas, os seus testes de refinamento e argumentação, demonstração e a avaliação do trabalho realizado (Ponte, Ferreira, Varandas, Brunheira & Oliveira, 1998).

Reafirmamos, a partir de tudo que foi apresentado até agora que, a realização de investigações matemáticas, por parte do aluno, pode contribuir de modo significativo para a sua aprendizagem da Matemática e para desenvolver o gosto por essa disciplina. Ponte (2006), define que existem muitas perspectivas sobre o que é investigar. Tal como acontece com muitas outras palavras, "investigar" pode assumir múltiplos significados, investigar é procurar conhecer o que não se sabe, investigar é descobrir relações entre objetos matemáticos conhecidos ou desconhecidos, procurando identificar as perspectivas propriedades. Uma Investigação Matemática desenvolve-se usualmente em torno de um ou mais problemas, pode mesmo dizer-se que o primeiro grande passo de qualquer investigação é identificar claramente o problema e resolver.

Podemos dizer que a realização de uma Investigação Matemática envolve quatro momentos principais. O primeiro abrange o conhecimento da situação, a sua exploração preliminar e a formulação de questões. O segundo refere-se ao processo de formulação de conjecturas. O terceiro inclui a realização de testes e o eventual refinamento das conjecturas. O último momento diz a respeito à argumentação, à demonstração e a avaliação do trabalho realizado. Esses momentos podem incluir diversas atividades como se indica no Quadro 1 (Ponte, 2006).

Quadro 1

Momentos na realização de uma investigação

Exploração e formulação de questões	✓ Reconhecer uma situação problemática; ✓ Explorar a situação problemática; ✓ Formular questões;
Conjecturas	✓ Organizar dados; ✓ Formular conjecturaras (e fazer afirmações sobre uma conjectura);
Testes e reformulação	✓ Realizar testes; ✓ Refinar uma conjectura;
Justificação e avaliação	✓ Justificar uma conjectura; ✓ Avaliar o raciocínio ou o resultado do raciocínio.

Fonte: adaptado de Ponte (2006, p.21).

Em todos esses momentos pode haver interação entre vários matemáticos interessados nas mesmas questões. Essa interação torna-se obrigatória na parte final, tendo em vista a divulgação e a confirmação dos resultados. Esse trabalho de formulação de questões, elaborações de conjecturas, teste, refinamentos das questões e conjecturas anteriores, demonstração, refinamento da demonstração e comunicação dos resultados aos seus pares está ao alcance dos alunos na sala de aula de Matemática.

O ensino e aprendizagem da Matemática fundamentam-se na atividade que os alunos realizem na sala de aula e, por sua vez, depende muito das tarefas apresentadas pelo professor. A matemática tem também as suas tarefas características, a mais conhecida de todas, é o exercício. As investigações matemáticas constituem uma das atividades que os alunos podem realizar e que se relacionam, de muito perto, com a resolução de problemas. Em uma investigação pode-se desencadear a partir da resolução simples exercícios.

A distinção entre exercícios e problemas foi formulada por Pólya (1945 como citado em Ponte, 2006), e tem-se mostrado muito útil para analisar os diferentes tipos de tarefa matemática. Um problema é uma questão para a qual o aluno não dispõe de um método que permita a sua resolução imediata, enquanto um exercício é uma questão que pode ser resolvida usando um método já conhecido. É claro que pode haver exercícios mais difíceis, requerendo a aplicação mais ou menos engenhosa de vários métodos e existem problemas mais simples ao lado de outros mais complicados.

Os exercícios e os problemas têm uma coisa em comum, em ambos os casos, o seu enunciado indica claramente o que é dado o que é pedido. A solução é sabida de antemão, pelo professor, e a resposta do aluno ou está certa ou está errada. Trata-se de situações mais abertas, a questão não está bem definida no início, cabendo a quem investiga um papel fundamental na sua definição. E uma vez que os pontos de partida podem não ser exatamente os mesmos, pontos de chegada podem ser também diferentes.

Ponte (2006) demostra que uma tarefa tem quatro dimensões básicas: o seu grau de dificuldade, a sua estrutura, o seu contexto referencial e o tempo requerido para a sua resolução. Conjugando as duas primeiras dimensões, obtemos quatro tipos básicos de tarefa que podemos visualizar no esquema:

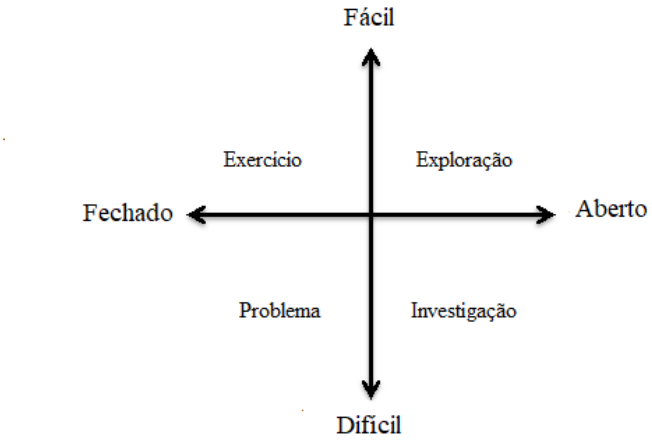


Figura 1. Os diversos tipos de tarefas em termos do grau de dificuldade e de abertura
Fonte: adaptado de Ponte (2003)

Os diversos tipos de tarefas, em termo de grau de abertura, deste modo: Os *exercícios* são tarefas sem grande dificuldade e estrutura fechada (2º quadrante); os *problemas* são tarefas também fechada, mas com elevada dificuldade (3° quadrante); as *investigações* têm um grau de dificuldade elevado, mas uma estrutura aberta (4° quadrante); finalmente, as *tarefas de exploração* são fáceis e com estrutura aberta (1° quadrante).

Numa aula de Investigação Matemática, tal como em qualquer outra tudo o que acontece depende em boa medida do professor e dos alunos. A exploração antecipada da tarefa e a planificação de como o trabalho decorrerá na sala de aula, são aspectos a que o professor deve dar devida atenção. No entanto, essas aulas caracterizam-se por uma grande flexibilidade para lidar com as situações novas que, com grande probabilidade, surgirão (Ponte, 2006).

O TRABALHO COM O GRAPHMATICA COM GRADUANDOS DO CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA DA UEMS – NOVA ANDRADINA

No segundo semestre do ano de 2019, durante a formação inicial do professor de Matemática, na disciplina de *Informática na Educação Matemática* em uma universidade pública no interior de Mato Grosso do Sul, foi proposto o trabalho com o *software* Graphmatica. Participaram de todas as etapas da experimentação 14 alunos dos 22 matriculados na disciplina.

O desenvolvimento da experimentação consistiu-se basicamente das etapas: familiarização de 2 aulas de 50 min; exploração de 2 aulas de 50 min; trabalho com sequência didática de 4 aulas de 50 min; e avaliação de 2 aulas de 50 min. Desse modo, foram necessárias 10 aulas. Para o recorte aqui apresentado, devido a limitação de páginas de um artigo, apresentamos as reflexões a partir das respostas obtidas das atividades 1, 2 e 3 que fazem parte da sequência didática proposta por Wegner (2011). Os recortes são das respostas do Aluno 6 nas três atividades, com o intuito de evidenciar o potencial do Graphmatica trabalhado por meio de uma sequência didática que visa a construção do conhecimento. Os recortes do Aluno 6 foram destacados por serem semelhantes a resposta de 78%, 86% e 92% dos demais alunos respectivamente, o que nos permite tecer algumas considerações.

É importante explicitar que por serem acadêmicos do curso de Licenciatura em Matemática, além do contato prévio com o conteúdo de Funções no Ensino Básico, também retomaram conceitos desse tema na disciplina de Cálculo I no primeiro ano do curso. Todavia, nossa proposta estava para além de retomar o conteúdo de Funções, visava trabalhar com os conceitos de uma forma investigativa com um *software*, no qual o aluno, por meio de uma sequência didática com o caráter investigativo e mediado por orientações do professor regente, fosse protagonista da (re)construção do conhecimento.

Inicialmente buscamos compreender o que os alunos entendiam por Informática na Educação Matemática. Obtivemos como respostas: Aluno 1 - É uma área voltada ao ensino de Matemática com tecnologia; Aluno 2 - Envolve o trabalho de pesquisas acadêmicas e softwares de Matemática; Aluno 3- É mais que a aproximação com a tecnologia, é o aprendizado matemático por meio dessa ferramenta; Aluno 4 – É uma forma alternativa de ensino que fuja do convencional, utilizando a informática como ferramenta para atrair a atenção dos alunos; Aluno 5 – É uma forma de trabalhar com o ensino e com a aprendizagem da Matemática, vista como algo complexo e difícil; Aluno 6 – A informática está presente no cotidiano, assim, é uma tentativa de trazer ela para o ensino de Matemática para ajudar os alunos; Aluno 7 – A tecnologia dentro da área de exatas pode facilitar cálculos e gráficos que manualmente não conseguiríamos fazer; Aluno 8 – Trabalha com a tecnologia com o objetivo de causar o interesse do aluno na sala de aula do ensino básico; Aluno 9 – Uma forma de apresentar a Matemática diferente de como é utilizada geralmente - por meio de fórmulas e contas da lousa para o

caderno; Aluno 10 – Uma tentativa de modernizar o ensino de matemática e despertar o interesse do aluno; Aluno 11 – Expandir conhecimentos de métodos para o ensino da Matemática utilizando a informática; Aluno 12 – Aprender como o ensino utilizando as tecnologias podem auxiliar o professor na sala de aula; Aluno 13 – Permite acesso a diversas descobertas, registros de resultados difíceis de serem alcançados por outros métodos e; Aluno 14 – Permite a visualização de resultados através da simulação de gráficos e figuras.

As declarações acima transcritas evidenciam que os acadêmicos acreditam que a disciplina pode contribuir de modo efetivo para o ensino e a aprendizagem da Matemática utilizando as tecnologias, o que vai ao encontro do objetivo da disciplina descrito no Projeto Político Pedagógico do curso em foco que destaca como uma das finalidades principais preparar os alunos "para lidar com softwares educativos específicos da matemática tendo em vista a atuação como professor" (Projeto Político Pedagógico do Curso de Licenciatura em Matemática da UEMS – Nova Andradina, 2020, p.15).

Ainda podemos observar no Projeto Político Pedagógico do curso, mais especificamente nos objetivos da disciplina apresentados juntamente com a ementa, tem-se a finalidade de:

> Discutir os limites, possibilidades e contribuições do uso das TIDCs na sala de aula; Refletir sobre as novas configurações em sala de aula proporcionadas pelo uso das TIDCs na Educação Básica; Utilizar a internet como veículo de pesquisa, comunicação e discussão; Criar plano de ensino envolvendo o uso de tecnologias aplicadas ao ensino da Matemática na Educação Básica; Conhecer os principais recursos tecnológicos e de comunicação e suas aplicações em ambientes educacionais; Avaliar os recursos tecnológicos disponíveis para o ensino e a aprendizagem da Matemática de modo a contribuir para o enriquecimento da prática pedagógica; Entender como as ferramentas computacionais e os softwares educacionais podem contribuir efetivamente para a construção do conhecimento na área de matemática. (Projeto Político Pedagógico do Curso de Licenciatura em Matemática da UEMS – Nova Andradina, 2020, p.48).

Para atender esses elementos e as expectativas dos acadêmicos em relação à disciplina foi preciso pensar na dinâmica da sala de aula de modo que os acadêmicos presenciassem na própria formação inicial momentos em que se discutissem os limites e possibilidades da ferramenta escolhida, refletissem, a partir de pesquisas já realizadas algumas formas e conteúdos abordados, bem como, analisassem se os softwares podem contribuir para a construção do conhecimento de conteúdos matemáticos, e, a partir dessa experiência,

avaliassem se efetivamente, o software em foco pode auxiliar na prática pedagógica do professor de Matemática.

Escolhemos um software para fazer todos esses movimentos, e o Graphmatica foi escolhido por ser gratuito e de domínio público, além de não ser complexo na sua utilização e por possibilitar explorar, experimentar e reconhecer, gráficos e propriedades de funções polinomiais de primeiro e segundo grau.

Iniciamos nossa proposta, partindo da familiarização, com a leitura do trabalho intitulado *Uma abordagem do uso do software Graphmatica para o ensino de funções no primeiro ano do ensino médio* de Alexandre Wegner[1], publicado em 2011, que tinha por objetivo responder à questão: Quais as possibilidades que os recursos computacionais podem apresentar para a aprendizagem do aluno? Nesse texto discutimos como o software foi utilizado para resolver a questão e observamos as sequências didáticas produzidas por esse autor para trabalhar com o conceito de funções no ensino médio. Decidimos que iríamos trabalhar com a sequência didática na próxima aula para que os acadêmicos, enquanto alunos de graduação, observassem a potencialidade do software.

Apresentamos o software Graphmatica aos alunos, explicamos como devemos digitar as Funções para que o gráfico seja traçado. Conferimos a interface do programa na figura 2.

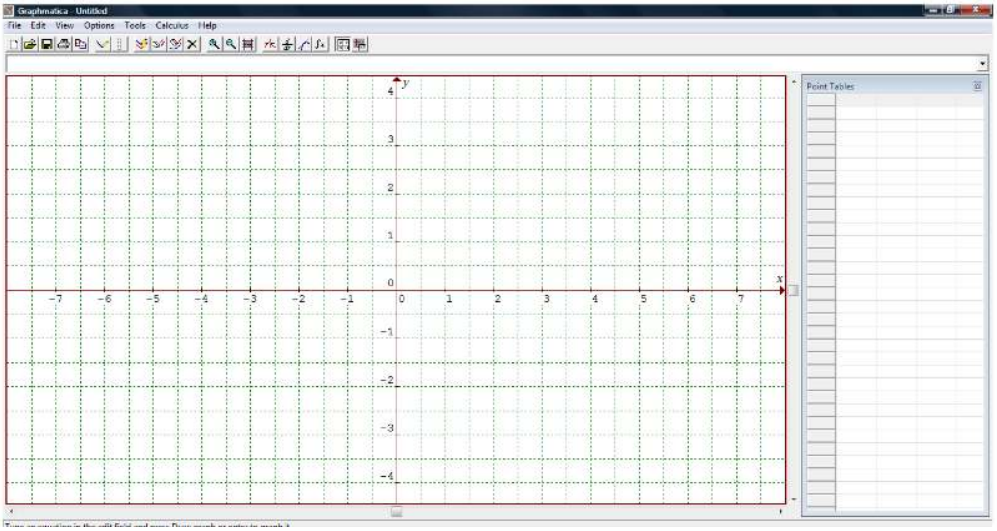


Figura 2. Software Graphmatica
Fonte: Elaborado pelos autores

1 Para ter acesso a sequência didática utilizada neste artigo consulte Wegner (2011).

O Graphmática, como já explicitado, gera gráficos no plano (x, y). Dessa forma ao digitarmos uma função a partir de sua expressão, o programa plota o seu gráfico. A proposta inicial foi de os alunos se ambientarem com o software Graphmatica com a manipulação do próprio software e sendo que a todo momento o professor ia explicando qual era a maneira correta da digitação dos termos de uma Função e quais atividades resultam em gráficos que representam retas ou parábolas.

Logo no início discutimos as atividades relacionadas as funções lineares do tipo $y = ax + b$, explorando a construção no plano cartesiano, e as propriedades usando o gráfico software Graphmatica. Tais funções foram abordadas como propostas por Wegner (2011).O objetivo deste primeiro momento foi de observar e reconhecer o desenvolvimento das funções e compreender o comportamento de cada uma delas, ou seja, se resulta em uma reta, se é crescente ou decrescente, conjecturando o valor de **a** e de **b** em relação ao comportamento do gráfico de uma função linear. Assim, pedimos, primeiramente, para os alunos plotarem os seguintes gráficos, no mesmo plano cartesiano, $y = x, y = 2x, y = 3x e y = \frac{1}{2}x$.

Abaixo um recorte de um dos registros desta primeira parte da atividade.

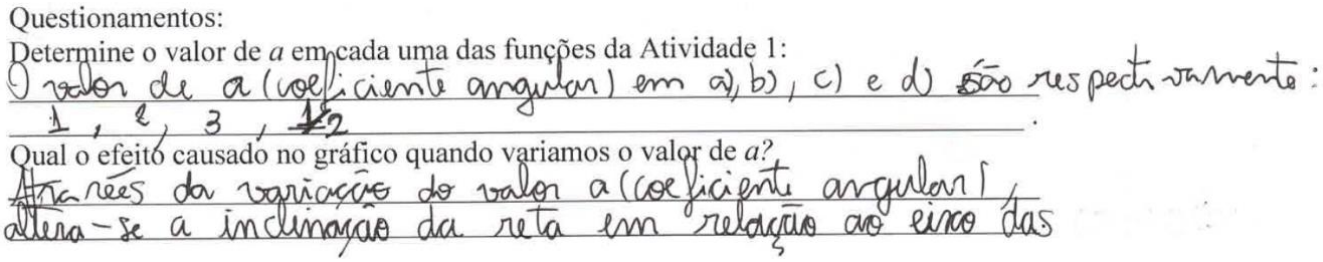

Questionamentos:
Determine o valor de *a* em cada uma das funções da Atividade 1:
O valor de a (coeficiente angular) em a), b), c) e d) são respectivamente:
1, 2, 3, 1/2.
Qual o efeito causado no gráfico quando variamos o valor de *a*?
Através da variação do valor a (coeficiente angular) altera-se a inclinação da reta em relação ao eixo das

Figura 3. Resposta do acadêmico 06 com relação ao coeficiente angular

Fonte: Elaborado pelos autores.

Podemos dizer que essa primeira atividade, apesar de simples, possibilitou os acadêmicos retomarem, ressignificarem e até mesmo (re)construírem o conceito de Função Linear. Podemos observar, por meio da resposta do aluno 6 – que como já dissemos é semelhante a 78% dos demais alunos - que os 4 momentos de uma investigação, conforme Ponte (2006), foram contemplados pois, foi possível o reconhecimento das propriedades por meio da exploração e formulação de conjecturas, ao plotarem todas as funções, observarem especificamente o valor do termo a em cada uma delas, identificando, inclusive, a cada gráfico

plotado as intersecções da reta plotada no plano cartesiano com o eixo das abcissas, ainda, foi identificamos o momento do refinamento destas conjecturas ao justificarem, por exemplo, que o termo a coeficiente angular, altera a inclinação da reta. O que permite os alunos associarem a expressão algébrica com a sua representação gráfica e compreenderem para além das definições o significado do conceito coeficiente angular neste tipo de função.

A atividade 2, complementar a anterior analisada, teve por finalidade trabalhar o termo b de uma forma exploratória e investigativa, para isso, foi solicitado que os alunos plotassem os gráficos $y = x, y = x + 3 e y = x - 3$.

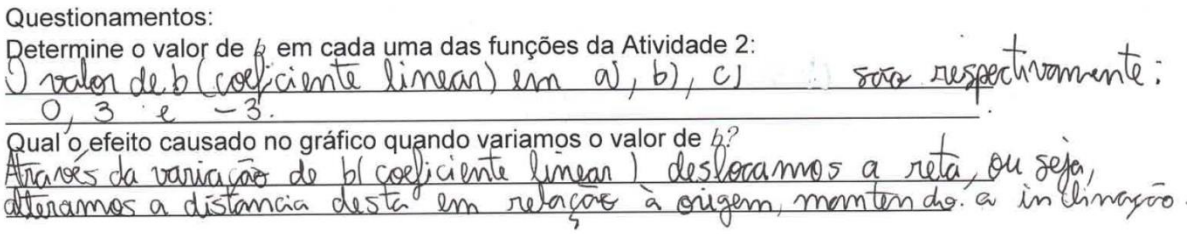
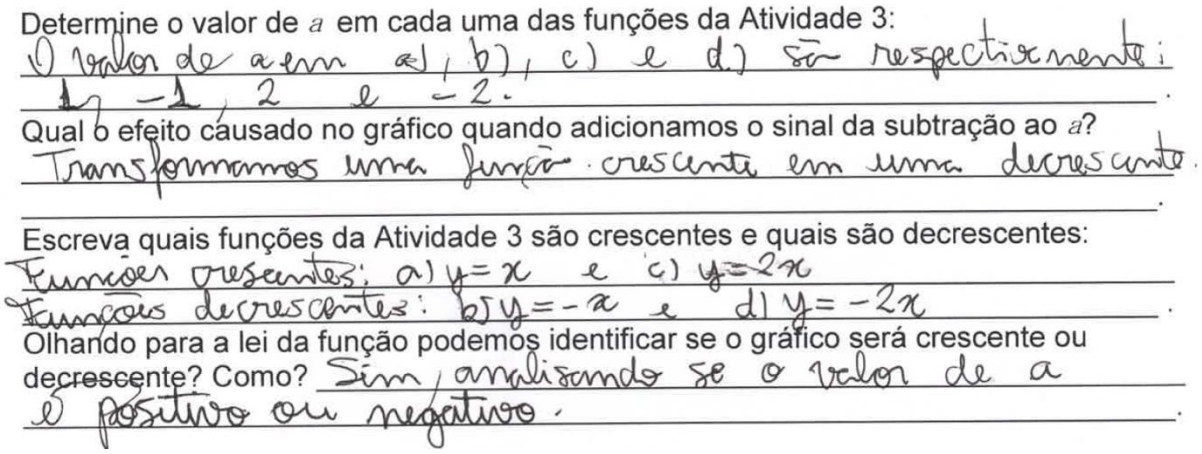

Questionamentos:
Determine o valor de b em cada uma das funções da Atividade 2:
O valor de b (coeficiente linear) em a), b), c) são respectivamente: 0, 3 e −3.
Qual o efeito causado no gráfico quando variamos o valor de b?
Através da variação do b (coeficiente linear) deslocamos a reta, ou seja, alteramos a distância desta em relação à origem, mantendo a inclinação.

Figura 4. Resposta do acadêmico 03 com relação ao coeficiente linear

Fonte: Elaborado pelos autores

Assim, perceberam que para ser uma Função Linear, o valor de $b = 0$, como nas funções da atividade anterior. Neste momento, discutiram em sala, relacionando as duas atividades e observando que os gráficos anteriores e o primeiro plotado da atividade 2, $y = x$, possuem uma característica comum, o fato de que a reta sempre interceptará os eixos x e y na origem das coordenadas (0,0). Novamente, percebemos especificamente dois momentos, o momento 2 e 4, conforme o quadro 1 deste artigo, visto que os alunos conjecturam, comparam, realizam a atividade e justificam por meio dos resultados obtidos e visualizados, principalmente no final da atividade 1 e início da atividade 2, de um modo que institucionalizaram o conceito ali re(construído) confirmando entre todos os envolvidos os resultados obtidos. Além disso, nesta atividade, também discutiram quando o termo b é diferente de zero e conseguiram perceber que a reta se desloca da origem das coordenadas (0,0). Desse modo, conjecturam, que o b define a distância da reta em relação a origem. No caso desta atividade específica, que evidencia o momento 4 de Ponte (2006), o aluno avaliou seu raciocínio junto aos demais colegas, na aula, observando que b intercepta o eixo das ordenadas exatamente no ponto b.

Em seguida, para discutir o conceito de função crescente e decrescente do 1º grau, foi proposto a atividade 3 da sequência didática de Wegner (2011). Nesta atividade, os alunos precisaram plotar no Graphmatica as funções $y = x, y = -x, y = 2x e y = -2x$. Em seguida, já observamos por meio dos questionamentos, conforme a Figura 5, que os alunos ao explorarem a atividade - momento 1 proposto por Ponte (2006) - perceberam que as retas obtidas por meio das plotagens tinham inclinações diferentes, conforme podemos observar a conjectura de função crescente e descrente se formulando – momento 2 – ao responderem a primeira e a segunda questão desta atividade, visto que foram instigados a relacionar o efeito no gráfico do sinal de subtração do termo a.


Determine o valor de *a* em cada uma das funções da Atividade 3:
O valor de a em a), b), c) e d) são respectivamente: 1, -1, 2 e -2.

Qual o efeito causado no gráfico quando adicionamos o sinal da subtração ao *a*?
Transformamos uma função crescente em uma decrescente.

Escreva quais funções da Atividade 3 são crescentes e quais são decrescentes:
Funções crescentes: a) y=x e c) y=2x
Funções decrescentes: b) y=-x e d) y=-2x

Olhando para a lei da função podemos identificar se o gráfico será crescente ou decrescente? Como? Sim, analisando se o valor de a é positivo ou negativo.

Figura 5. Resposta do referente ao estudo de função do 2º grau
Fonte: Elaborado pelos autores

Os dois últimos questionamentos na atividade 3 visa não só observar se o aluno consegue por meio do gráfico plotado identificar quais são as funções crescentes e decrescentes do 1º grau, mas também associar se, por meio da expressão algébrica da função, antes de plotar o gráfico, é possível o aluno saber se a função é crescente ou descrente e se sim, de que forma. Observamos, por meio da resposta deste aluno - lembrando que, sua resposta se assemelha a 92% das respostas dos demais acadêmicos - que é possível definir se a função é crescente ou não observando o valor do coeficiente angular, ou seja, o valor do termo da função; se este for maior que zero (positivo) a função é crescente, se for menor que zero (negativo) a função é decrescente. Contudo, para que os alunos chegassem a esta conclusão, as atividades anteriores foram fundamentais, afinal, os conceitos que envolvem as funções do 1º grau foram sendo

constituídas durante todo o processo de investigação, que foram sendo não só constituídos mais validados a todo momento de forma coletiva e constante.

Vale assim enfatizar que, os aspectos aqui analisados deixam entrever que um ambiente informatizado pode contribuir de maneira expressiva no processo de aprendizagem da Matemática. Gravina e Santarosa (1998) reforçam esse pensamento ao afirmarem que em tal ambiente em que o fazer, o interpretar, o experimentar e o induzir são estimulados, favorecem os alunos, que assumem um papel ativo, contrário aquele em que apenas são receptores.

Salientamos também que, as atividades propostas trabalharam de modo gradativo os conceitos de função do primeiro grau, o que permitiu que os alunos não só diferenciassem a Função Afim da Função Linear, mas, também, compreendessem que tais funções podem ser funções crescentes ou decrescentes e o que isso significa graficamente. Percebemos também que, essa forma gradativa de explorar e provocar os alunos a investigarem cada termo que constitui a função em foco permitiu que os alunos compreendessem os conceitos e os relacionassem com as diferentes representações: algébrica e gráfica. Tudo isso, só foi possível devido essa perspectiva investigativa que coloca o aluno como centro da aprendizagem. Tudo isso, reflete nos dados obtidos, visto que, a quantidade de respostas dos demais acadêmicos que se assemelham com a resposta do aluno 6 aumenta conforme as atividades propostas e isso só nos faz inferir que, o Graphmatica por ter uma resposta rápida e comparativa – no caso das atividades propostas – atrelada a uma sequência didática explorativa -que visa por meio dos resultados obtidos justificar e avaliar os resultados – potencializa a compreensão de conceitos e assim, a construção do conhecimento.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Para que pudéssemos elaborar e realizar a prática aqui apresentada, nos pautamos em vários referenciais teóricos, que contribuíram para a composição de uma possível prática pedagógica em que o foco fosse a construção do conceito de funções polinomiais do primeiro e segundo grau por acadêmicos do curso de Licenciatura Matemática em uma perspectiva investigativa.

A análise dessa investigação permitiu observar que mais fundamental do que ter o domínio do *software* é proporcionar situações problematizadoras, de forma a engendrar atividades cativantes que despertem a curiosidade e que formem o senso crítico dos alunos, em nosso caso, dos acadêmicos. O envolvimento dos futuros professores em resolver as atividades propostas a partir de estudos por eles realizados sobre a perspectiva da investigação matemática em sala de aula, auxiliou de modo enfático para o repertório dos envolvidos em relação a futura prática profissional, uma vez, que proporcionou o aumento da autonomia na busca de maneiras alternativas para o ensino de conceitos matemáticos.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Barco, L. (2008). A Educação e Escola na Era Digital. In: Estefenon, S. G. B., Eisenstein, E. (Orgs.) (2008) *Geração Digital:* riscos e benefícios das novas tecnologias para as crianças e os adolescentes. Rio de Janeiro: Vieira & Lent.

Borba, M. C., Silva, R. S. R., & Gadanidis, G. (2016) *Fases das tecnologias digitais em Educação Matemática: sala de aula em internet em movimento*. Belo Horizonte: Autêntica.

Davis, P. J., Hersh, R. (1986) *A Experiência Matemática*. (3a ed.). Rio de janeiro: Francisco Alves.

Felice, J. (2019) *Números: Ideias, linguagens e representações.* (1a ed.). Nova Andradina: Gama Editorial.

Gascón, J. (2001). Incidencia del modelo epistemológico de las matemáticas sobre las prácticas docentes. *Relime. Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa,* 4(2), 129-160. Recuperado de https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=2147202

Gravina, M. A., & Santarosa, L. M. C. (1999). A Aprendizagem da Matemática em Ambientes Informatizados. *Informática na Educação: teoria & prática*, 2(1). 73-88. Recuperado de https://lume.ufrgs.br/bitstream/handle/10183/20962/000243348.pdf?sequence=1&isAllowed=y.

Kenski, V. M., (2011). *Educação e Tecnologias: o novo ritmo da informação*. (8a ed.). São Paulo: Papirus.

Malaca, C., & Néri, I. C. (2007). *Guia do Usuário Graphmática.* São Paulo: Editora não especificada. Recuperado de **http://www.Graphmatica.com/user/GuiaDoUsuario-Graphmáticav2003p.pdf** .

Marcuschi, L. A., & Xavier, A. C., (orgs.) (2010) *Hipertexto e Gêneros Digitais*: novas formas de construção de sentido. (3a ed.). São Paulo: Cortez.

Mato Grosso do Sul. (2014). PPP- Projeto Politico Pedagógico do Curso de Licenciatura em Matemática da UEMS de Nova Andradina. Recuperado dehttp://www.uems.br/assets/uploads/cursos/c9410259627b0b9dbb1ee634e5a3f7c9/projeto_pedagogico/1_c9410259627b0b9dbb1ee634e5a3f7c9_2020-02-18_15-09-35.pdf

Ponte, J. P., Oliveira, H., Brunheira, L., Varandas, J. M., & Ferreira, C. (1998). *O trabalho do professor numa aula de investigação matemática.* Quadrante, 7(2), 41-70.

Ponte, J. P. (2003) *Investigar, ensinar e aprender*. Actas do ProfMat (CD-ROM, pp. 25-39). Lisboa: APM.

Ponte, J. P., Brocardo, J., & Oliveira, H. (2006). *Investigação Matemática na sala de aula*. Belo Horizonte: Autêntica,

Santaella, L. (2013), *Comunicação Ubíqua: repercussões na cultura e na educação.* São Paulo: Paulus.

Santaella, L. (2004). *Navegar no ciberespaço: o perfil cognitivo do leitor imersivo.* São Paulo: Paulus.

Santos, C. A &; Sales, A. (2017) *As Tecnologias Digitais da Informação da Comunicação no Trabalho Docente.* Curitiba-PR: Appris.

Wegner, A. (2011). Uma abordagem do uso do Software Graphmatica para o Ensino de Funções na primeira série do Ensino Médio (Tese de doutorado). PPGECE; Ensino de Ciências Exatas. Recuperado de https://www.univates.br/ppgece/media/pdf/Uma_abordagem_do_uso_do_software_graphmatica.pdf.