Tangram
Revista de Educação Matemática

DOI: 10.30612/10.30612/tangram.v5i4.15779

Indicando tarefas para um jogo pedagógico no ensino de probabilidade: abordando o conceito de espaço amostral

Indicating tasks for a pedagogical game in the teaching of probability: approaching the concept of sample space

Indicar tareas para un juego pedagógico en la enseñanza de la probabilidad: aproximación al concepto de espacio muestral

Ailton Paulo de Oliveira Júnior
Professor do Programa de Pós-Graduação em Ensino e História das Ciências e da Matemática, Universidade Federal do ABC - UFABC
Santo André, São Paulo, Brasil
E-mail: ailton.junior@ufabc.edu.br
Orcid: http://orcid.org/0000-0002-2721-7192

Nilceia Datori Barbosa
Doutoranda do Programa de Pós-Graduação em Ensino e História das Ciências e da Matemática, Universidade Federal do ABC - UFABC
Santo André, São Paulo, Brasil
E-mail: nilceiadatori@gmail.com
Orcid: http://orcid.org/0000-0001-8745-0781

Resumo: O presente trabalho tem como objetivo apresentar tarefas relacionadas ao conceito de espaço amostral que farão parte de um jogo pedagógico direcionado ao ensino de Probabilidade para os anos iniciais do Ensino Fundamental. Dessa forma, elaboramos cartas para o jogo: Perguntas (?) que são tarefas baseadas em situações problemas tendo como objetivo foi favorecer a apreensão dos conteúdos e o desenvolvimento do conhecimento probabilístico tendo como aporte teórico a Teoria Antropológica do Didático - TAD de Yves Chevallard, composta por dois blocos, o prático e o teórico.

Desenvolveu-se um trabalho pedagógico para o primeiro ciclo do Ensino Fundamental no Brasil baseado em jogos e resolução de problemas envolvendo conteúdos probabilísticos, criando um recurso que favoreça o repensar sobre os métodos estratégicos, redimensionando-os a fim de minimizar o hiato existente entre as atividades lúdicas cotidianas realizadas pelos alunos, espontaneamente, e o trabalho desencadeado em sala de aula.

Palavras-chave: Jogo pedagógico. Espaço Amostral. Anos iniciais do Ensino Fundamental.

Abstract: The present work aims to present tasks related to the concept of sample space that will be part of a pedagogical game aimed at teaching Probability for the early years of Elementary School. In this way, we elaborated cards for the game: Questions (?) which are tasks based on problem situations with the objective of favoring the apprehension of the contents and the development of probabilistic knowledge having as theoretical contribution the Anthropological Theory of Didactics - TAD by Yves Chevallard, composed of two blocks, the practical and the theoretical. A pedagogical work was developed for the first cycle of Elementary School in Brazil based on games and problem solving involving probabilistic content, creating a resource that favors rethinking about strategic methods, resizing them in order to minimize the gap between the daily recreational activities carried out by the students, spontaneously, and the work triggered in the classroom.

Keywords: Pedagogical game, Sample space. Early Years of Elementary School.

Resumen: El presente trabajo tiene como objetivo presentar tareas relacionadas con el concepto de espacio muestral que formarán parte de un juego pedagógico destinado a la enseñanza de la Probabilidad para los primeros años de la Enseñanza Primaria. De esta manera, elaboramos fichas para el juego: Preguntas (?) que son tareas basadas en situaciones problema con el objetivo de favorecer la aprehensión de los contenidos y el desarrollo del conocimiento probabilístico teniendo como aporte teórico la Teoría Antropológica de la Didáctica - TAD por Yves Chevallard, compuesto por dos bloques (práctico y teórico). Se desarrolló un trabajo pedagógico para el primer ciclo de la Enseñanza Fundamental en Brasil basado en juegos y resolución de problemas de contenido probabilístico, creando un recurso que favorece repensar los métodos estratégicos, redimensionándolos para minimizar la brecha entre las actividades recreativas diarias realizadas por los alumnos, de forma espontánea, y el trabajo desencadenado en el aula.

***Palabras clave*:** Juego pedagógico, Espacio muestral. Primeros Años de la Escuela Primaria.

Recebido em
01/04/2022
Aceito em
20/11/2022

INTRODUÇÃO

Ribeiro e Goulart (2010), Campos e Novais (2010) e Soukef (2014), apontam que o emprego de jogos no ensino de Probabilidade auxilia o entendimento dos alunos em relação à natureza probabilística dos jogos de azar, desenvolvendo uma atitude mais crítica com relação às suas reais chances de vencer em jogos ao mesmo tempo em que compreendem o cálculo de probabilidade e os conceitos, por exemplo, de evento e espaço amostral.

De acordo com a Base Nacional Comum Curricular – BNCC (Brasil, 2018) é importante fazer uma distinção entre jogo como conteúdo específico e jogo como ferramenta auxiliar de ensino. Não é raro que, no campo educacional, jogos e brincadeiras sejam inventados com o objetivo de provocar interações sociais específicas entre seus participantes ou para fixar determinados conhecimentos.

Introduzir o jogo ou tarefas lúdicas na sala de aula não precisa ser um processo complexo no ensino, em que várias abordagens e problemas surgem a partir da resolução de problemas que pode ser vista como um prêmio ou um objetivo a ser alcançado. Alguns pesquisadores já analisaram as vantagens da introdução de jogos em aula através do estudo de casos práticos (Malaspina, 2012; Villarroel & Sgreccia, 2012; Oliveira Júnior, et al., 2018, 2019; Oliveira Júnior & Barbosa, 2020).

Assim, nesse estudo, para a construção de um jogo pedagógico para o ensino de probabilidade para os anos iniciais do Ensino Fundamental, a elaboração das tarefas aborda os conceitos de espaço amostral que constituem as cartas do jogo buscando conectar a BNCC (Brasil, 2018) e o Programa de Ensino desenvolvido por Nunes et al. (2015).

Em nosso trabalho, o entendimento do espaço amostral (conjunto de eventos possíveis em um experimento) é levado em consideração, partindo do princípio de que seu entendimento é um pré-requisito para que a criança consiga comparar probabilidades, pois esse problema exige pensar no conjunto de casos favoráveis e desfavoráveis como um todo do conjunto de casos possíveis (Bryant & Nunes, 2012).

Além disso, a estimativa ou comparação de probabilidades começa por elencar, ou imaginar, o conjunto de elementos do espaço amostral, cuja correta determinação é parte essencial da resolução do problema (Chernoff, 2009).

No entanto, há poucas pesquisas voltadas para a construção do espaço amostral de um experimento simples por crianças como o trabalho de Abrahamson (2006), em que pede às crianças que escrevam todas as possibilidades de um experimento que consiste em obter quatro bolas coloridas de um conjunto de duas bolas coloridas, o que corresponde a um experimento composto, tarefa na qual uma grande parte do corpo discente tem dificuldades.

Portanto, nesse trabalho buscamos apresentar tarefas relacionadas ao conceito de espaço amostral segundo a Teoria Antropológica do Didático (TAD) e que farão parte de um jogo pedagógico direcionado ao ensino de Probabilidade para os anos iniciais do Ensino Fundamental.

A IMPORTÂNCIA EM CONHECER O CONCEITO DE ESPAÇO AMOSTRAL

Para Bryant e Nunes (2012) devemos reconhecer que o primeiro e essencial passo na solução de qualquer problema de probabilidade é descobrir todos os possíveis eventos e sequências de eventos que poderiam acontecer. O conjunto de todos os eventos possíveis é chamado de "espaço amostral" e a elaboração do espaço amostral não é apenas uma parte necessária do cálculo das probabilidades de determinado evento, mas também um elemento essencial para compreender a natureza da probabilidade.

Trabalhar com o espaço amostral para Keren (1984) e Chernoff (2009) é o primeiro passo e essencial para resolver qualquer problema de probabilidade, pois na solução de um problema costuma-se ser bastante óbvia para alguém que conhece e lista todas as possibilidades de um determinado experimento aleatório. No entanto, esse aspecto da probabilidade tem sido negligenciado na pesquisa sobre ideias infantis sobre o acaso, que se concentram em grande parte na compreensão das crianças sobre a aleatoriedade e na capacidade de quantificar e comparar as probabilidades.

Campos e Carvalho (2016) dizem que o espaço amostral envolve um raciocínio contraintuitivo e combinatório onde o conjunto de todos os eventos possíveis é definido como “espaço amostral” e tem um papel que não pode ser subestimado nos processos de ensino e aprendizagem da probabilidade.

Nunes et al. (2015) advogam que é preciso ser capaz de trabalhar com qualquer espaço amostral em qualquer tarefa para compreender e calcular as probabilidades de eventos específicos.

Em Brasil (2014), documento do Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa voltado à Educação Estatística diz que para encontrar os resultados prováveis e as chances de que cada um ocorra é necessário primeiro identificar todos os resultados possíveis, ou seja, definir o espaço amostral.

Borba (2017) diz que a formação e categorização do espaço amostral desempenha importante papel na compreensão de situações probabilísticas, sendo que o levantamento das possibilidades que o compõem é fundamental ao entendimento da probabilidade, já que o cálculo de probabilidade é baseado em sua análise.

Ainda consideramos Bryant e Nunes (2012) quando destacam que para representar o espaço amostral, a criança deve imaginar o futuro de uma maneira particular e deve pensar em todos os eventos possíveis que poderiam ocorrer em um contexto particular, sendo que, estudos sobre esse aspecto são extremamente necessários.

AS TAREFAS E A TEORIA ANTROPOLÓGICA DO DIDÁTICO - TAD

Chamamos de tarefas as diversas situações problemas que irão compor as cartas “perguntas” do jogo, situações estas baseadas na metodologia da resolução de problemas. De acordo com Van de Walle (2009) o jogo pode não se parecer com um problema, mas pode fundamentar-se em um problema. Se o jogo faz os alunos refletirem sobre as ideias que eles ainda não formularam muito bem, então ele se ajusta à definição de uma tarefa baseada em resolução de problemas.

A noção atribuída nesse trabalho à tarefa reflete o sentido antropológico da TAD incluindo apenas as ações que são humanas não provenientes da natureza (Chevallard, 1999), sendo ainda destacado que tem seu foco nas atividades de estudo, não se tratando de uma teoria de ensino ou aprendizagem. Chevallard (1996) utiliza o termo “tarefa” na TAD e neste texto a utilizamos para representar um problema.

Bosch e Chevallard (1999) restringem a noção de tarefa em matemática ao distinguir a atividade matemática das outras atividades humanas, ou seja, diante de uma tarefa, é preciso saber como resolvê-la. O “como resolver a tarefa” é o motor gerador de uma praxeologia, ou seja, é preciso ter (ou construir) uma técnica, que deve ser justificada por uma tecnologia, a qual, por sua vez, precisa ser justificada por uma teoria. A palavra técnica será utilizada como processo estruturado e metódico, às vezes algorítmico, que é um caso muito particular de técnica.

Ainda referindo-se à TAD, para Almeida (2018) o bloco do saber-fazer é constituído pelos tipos de tarefas e pelas técnicas. Os tipos de tarefas permitem descrever o problema por uma ação representada por um verbo, a exemplo de: apresentar o espaço amostral, etc. E para que a tarefa seja realizada, é preciso que seja descrita e apresentada uma técnica que permita às tarefas serem desenvolvidas, como por exemplo: descrever o diagrama de árvore para o lançamento de duas moedas. O bloco em questão também é conhecido como o bloco prático-técnico.

Assim, no bloco considerado prático-técnico (*práxis*) serão apresentadas as técnicas associadas à resolução da tarefa. Para Chevallard (1999), uma praxeologia relativa à tarefa t precisa (em princípio) de uma maneira de realizar, ou seja, uma forma de executar determinada tarefa.

Ainda em Almeida (2018) é expresso que o bloco do saber é constituído pela parte organizadora e formalizadora do saber, nele estão: a tecnologia e a teoria. Nele surgem as provas, descrições e comprovações que formalizam a utilização das técnicas aplicadas, num discurso tecnológico, sendo que a tecnologia justifica a técnica. Este discurso tecnológico, por sua vez, está apoiado na teoria, ou seja, como este saber está formalizado pela academia nos documentos norteadores, ou seja, a teoria justifica a tecnologia.

Com relação ao bloco do saber (*logos)*, o primeiro componente é um discurso racional, denominado tecnologia (θ) que, segundo Chevallard (1999), tem como principais objetivos ou funções: (1) Justificação: garantir que uma dada técnica (τ) permita realizar as tarefas; (2) Explicação: tornar inteligível a técnica (τ), expondo porque a técnica (τ) é correta; (3) Produção de novas técnicas (τ): partir de tecnologias associadas a poucas ou nenhuma técnica (τ).

O outro componente é a teoria (Θ) que representa um nível superior de justificação, explicação e produção que desempenha com relação à tecnologia (θ) o mesmo papel que esta tem com relação à técnica (τ) (Chevallard, 1999), podendo ser encarada como a tecnologia da tecnologia (Gascón, 2003).

Unindo-se os componentes *práxis* e *logos*, obtém-se a praxeologia - geralmente representada pela notação [T, τ, θ, Θ]. As praxeologias também são denominadas *organizações*. Por exemplo, uma praxeologia matemática - que é a modelagem de uma atividade matemática segundo a TAD, também é conhecido como organização matemática (OM) (Chevallard, Bosch, & Gáscon, 2001). Esta denominação também é adotada neste trabalho, devido à disseminação de seu uso (Chevallard, 1999, Gascón, 2003, Chevallard, Bosch, & Gáscon, 2001).

Portanto, a tênue fronteira entre *práxis* e *logos* parece decorrer dessa interdependência e a diferença, em algum momento, pode ser apenas de ordem funcional. Com isso salientamos o caráter integrador entre práxis e logos no fazer matemático escolar, isto é, configura-se como uma ação articulada e integrada de tarefas para a consecução de outras. Sob essa hipótese, no desenvolvimento do processo de estudo de um objeto matemático (probabilístico), podemos ver uma tarefa como uma articulação integrada de outras tarefas e com isso inferir a existência de tarefas primeiras, ou mais inclusivas em relação às demais, que denominamos de tarefas fundamentais.

METODOLOGIA

A elaboração das tarefas que constituem as cartas do jogo buscou conectar a BNCC (Brasil, 2018) e o Programa de Ensino desenvolvido por Nunes et al. (2015), de forma a possibilitar um diálogo com pesquisas realizadas na área de probabilidade.

Com relação ao Programa de Ensino desenvolvido por Nunes et al. (2015), este foca em dois aspectos: (1) preocupa-se em promover a compreensão das crianças sobre os conceitos de aleatoriedade, avaliando a melhora da capacidade delas de resolver problemas matemáticos em situações que envolvam incerteza; (2) promove a compreensão das crianças sobre operações numéricas em um contexto em que se pode ter certeza dos resultados e, a partir daí, avaliar se o entendimento das ideias matemáticas que envolvem certeza pode contribuir e melhorar também o seu conhecimento de Probabilidade.

Na Figura 1 apresentamos o esquema desse programa de ensino que inicia nas ideias mais simples sobre aleatoriedade, aborda o conceito de espaço amostral, passa pela quantificação de probabilidades e chega até o entendimento do risco (associação entre variáveis).

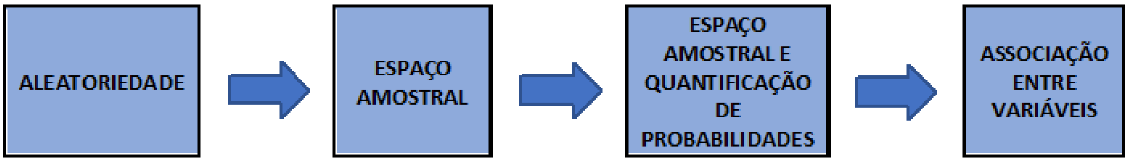


Figura 1. Etapas do programa de ensino sobre probabilidade e risco.

Fonte: adaptado de Nunes et al. (2015).

Em relação à primeira unidade do programa de estudo, a aleatoriedade, Nunes *et al.* (2015) indicam que nas situações de caráter probabilístico em que um conjunto de eventos possíveis pode acontecer, é presumível de se encontrar dificuldades em crianças com essas situações. Esse problema é explicado pela dificuldade em identificar no conjunto de eventos possíveis, quais deles vão acontecer ou em que ordem acontecem, sendo devido à aleatoriedade, pois não é possível determinar a forma com que os eventos ocorrem numa sequência ou num arranjo espacial aleatório.

Na segunda unidade da proposta de Nunes et al. (2015), foco desse trabalho, é abordado o conceito de espaço amostral que é o conjunto de todos os eventos possíveis que têm um papel que não pode ser subestimado nos processos de ensino e aprendizagem da probabilidade. Ainda indicam a necessidade em identificar o espaço amostral em qualquer tarefa para compreender e calcular as probabilidades de eventos específicos.

Não abordaremos o que Nunes *et al.* (2015) descrevem na unidade de quantificação de probabilidades, ou seja, calcular a probabilidade ou comparar a força de duas ou mais probabilidades constituindo-se na etapa final da solução de um problema. Também não consideraremos a correlação que é uma forma de raciocínio envolvido na determinação da natureza e da força de uma relação mútua entre duas variáveis exigindo o reconhecimento de que as relações entre variáveis não são absolutas, mas existem em graus e envolvendo o raciocínio probabilístico.

Assim, serão tomadas como referência as propostas de Chevallard (1999) para avaliar tarefas, técnicas, tecnologias e teorias à luz da TAD. Dessa forma, as tarefas propostas têm como objetivo serem bem identificadas conforme os conteúdos (conceito de espaço amostral) e a razão de sua proposta e se ela é adequada para alunos do ciclo a que se destina (Ensino Fundamental); se o conjunto de tarefas fornece uma visão das situações probabilísticas utilizadas no jogo. A técnica será disponibilizada de maneira completa, ou seja, passo a passo, ou somente esboçada; no bloco tecnologia/teoria, será expresso com as justificativas tecnológicas.

A elaboração dos problemas obedecerá fundamentalmente aos seguintes passos: (1) Apresentar pelo menos uma técnica para resolver tarefas solicitadas; (2) Para as técnicas descritas estabelecer, pelo menos, um esboço de um discurso tecnológico; (3) Articular diversos tipos de tarefas em torno dos conceitos probabilísticos; (4) Articular diversos tipos de tarefas utilizando a metodologia da resolução de problemas.

RESULTADOS E DISCUSSÕES

Partindo do nosso objeto de estudo e ao que as pesquisas realizadas na área nos revelam sobre a contribuição dos jogos associados à resolução de problemas, buscamos criar tarefas que compõem um jogo baseado na resolução de problemas que aborde conteúdos probabilísticos para os anos iniciais do Ensino Fundamental.

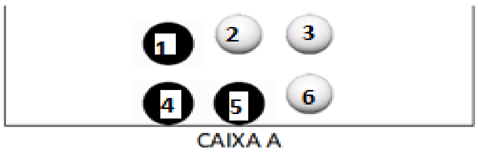
Assim, as atividades curriculares elaboradas pela proposição de problemas têm seu processo de criação considerando os conteúdos da proposta curricular da BNCC (Brasil, 2018), de forma a possibilitar aos alunos a compreensão inicial de conceitos básicos de probabilidade, como a análise da ideia de acaso em situações do cotidiano, chances de eventos aleatórios e espaço amostral. Nesse tópico apresentamos algumas tarefas relacionadas a "Espaço Amostral", direcionados aos objetivos a serem alcançados no 3° e 5° ano do Ensino Fundamental.

Essas tarefas (situações problemas), figuras 2 a 5, compõem o jogo pedagógico focado nos princípios da TAD na organização praxeológica didática e matemática (probabilística). Cada uma delas é uma carta do jogo. O intuito é que os alunos reconheçam como representar todas as possibilidades que podem ser listadas a partir da proposta de um problema voltado a situações que podem inclusive vir a ser experimentadas.

Abordando a praxeologia didática para o ensino de probabilidade o objetivo está relacionado à habilidade (EF05MA22) da BNCC (Brasil, 2018), que indica apresentar todos os possíveis resultados de um experimento aleatório.

A tarefa 1 (T_1), Figuras 2 a 5, configura-se em ampliar a ideia de espaço amostral por meio de diferentes contextos que envolvem diversas situações diárias apresentados nas cartas do jogo.

1. A professora Nilceia Datori apresenta em sala de aula a Caixa A composta por bolas brancas e pretas, sendo que cada uma delas contém um número. Observando a Caixa A apresentada na figura ao lado, indicar todas as bolas que você pode selecionar.

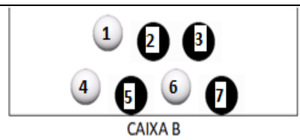


A	B	C	D
{ 1, 4 }	{2, 3, 1, 5}	{5, 4, 3, 6 }	{2, 3, 6, 1, 4, 5}

Figura 2. Subtarefa 1: Determinar o espaço amostral.

Fonte: Elaborado pelos autores.

2. A professora Nilceia Datori apresenta em sala de aula a Caixa B composta por bolas brancas e pretas, sendo que cada uma delas contém um número. Observando a Caixa B apresentada na figura ao lado, indicar todas as bolas que você pode selecionar.



A	B	C	D
{1, 4, 6, 2, 3, 5, 7}	{4, 6, 3, 7, 2}	{5, 2, 7, 4, 6, 1 }	{1, 6, 3, 2}

Figura 3. Subtarefa 2: Determinar o espaço amostral.

Fonte: Elaborado pelos autores.

3. Observe a roleta mostrada na figura ao lado. Dentre os números que aparecem quais são todos os resultados possíveis que podem sair após girar a roleta uma vez?

A	B	C	D
{2, 1}	{2, 1, 4, 3}	{3, 2, 1}	{3, 4}

Figura 4. Subtarefa 3: Determinar o espaço amostral.

Fonte: Elaborado pelos autores.

4. Observe a roleta mostrada na figura ao lado. Dentre as cores que aparecem quais são todos os resultados possíveis que podem sair após girar a roleta uma vez?

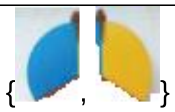
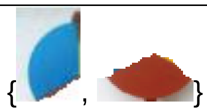
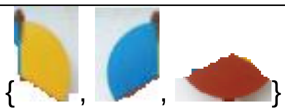
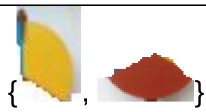
A	B	C	D
			

Figura 5. Subtarefa 4: Determinar o espaço amostral.

Fonte: Elaborado pelos autores.

Essa sequência de atividades se apoia em uma formação para a aprendizagem de noções concernentes à probabilidade do Ensino Fundamental concebidas por Nunes e Bryant (2012).

Considerando a praxeologia matemática (probabilística) das subtarefas (t_1 a t_4), Figuras 2 e 5, tarefa T_1 busca, a partir de situações diárias, que se aproprie do conceito de espaço amostral na identificação dos resultados possíveis de um experimento aleatório, Quadro 1.

Quadro 1

Descrição do bloco prático-técnico ou saber-fazer referente à TAD das atividades das figuras 2 a 5, apresentando tarefas do conceito de espaço amostral.

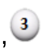
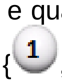
Tarefa 1		Subtarefas		Técnica
Determinar, a partir de situações-problema, o espaço amostral a partir de diferentes experimentos aleatórios.	t_1	Consiste em determinar quais são as bolas que podem ser selecionadas da Caixa A que contém três bolas brancas e três bolas pretas.	τ_1	Identificar dentre as opções elencadas aquela que determina a lista de todos os resultados possíveis do experimento aleatório proposto, ou seja, o espaço amostral.
	t_2	Consiste em determinar quais são as bolas que podem ser selecionadas da Caixa B que contém três bolas brancas e quatro bolas pretas.		
	t_3	Consiste em determinar quais são os números possíveis que podem ocorrer após girar uma vez a roleta que apresenta os números 1, 2, 3 e 4.		
	t_4	Consiste em determinar quais as cores possíveis que podem ocorrer após girar uma vez a roleta que apresenta três cores diferentes: amarelo, azul e vermelho.		

Fonte: Elaborado pelos autores

Retomando as subtarefas do Quadro 1 e detalhando a técnica τ_1, temos no Quadro 2 essa descrição pormenorizada.

Quadro 2

Descrição pormenorizada da técnica 1 (τ_1).

Técnica	Subtarefas
τ_1	No caso da subtarefa t_1, a resposta à tarefa proposta é a opção “D”, pois expressa todos os resultados possíveis do experimento aleatório proposto quais são as bolas que você pode selecionar da Caixa A, já que ela contém três bolas de cor banca e três bolas de cor preta. A opção ainda indica a notação de conjunto, por exemplo: D = {, , , , , }. Cabe destacar que qualquer ordenação das três bolas brancas e das três bolas pretas é resposta ao problema. Ainda indicamos que as opções “A”, “B” e “C” não são resultados possíveis, pois não apresentam todas as bolas que estão presentes na Caixa A.
	No caso da subtarefa t_2, a resposta à tarefa proposta é a opção “A”, pois expressa todos os resultados possíveis do experimento aleatório proposto quais são as bolas que você pode selecionar da Caixa A, já que ela contém três bolas de cor banca e quatro bolas de cor preta. A opção ainda indica a notação de conjunto, por exemplo: A = {, , , , , , }. Cabe destacar que qualquer ordenação das três bolas brancas e das quatro bolas pretas é resposta ao problema. Ainda indicamos que as opções “B”, “C” e “D” não são resultados possíveis, pois não apresentam todas as bolas que estão presentes na Caixa B.

	No caso da subtarefa t_3, a resposta à tarefa proposta é a opção “B”, pois expressa todos os resultados possíveis do experimento aleatório proposto, que é girar uma roleta que contém quatro números diferentes (1,2,3,4) uma única vez. A opção ainda indica a notação de conjunto, por exemplo: B = {2, 1, 4, 3}. Cabe destacar que qualquer ordenação dos quatro números é resposta ao problema. Buscamos não apresentar a resposta ao problema correspondendo à sequência numérica para avaliar se há a compreensão do que é o espaço amostral. Ainda indicamos que as opções “A”, “C” e “D” não são resultados possíveis, pois não apresentam todos os números constantes da roleta.
	No caso da subtarefa t_4, a resposta à tarefa proposta é a opção “C”, pois expressa todos os resultados possíveis do experimento aleatório proposto, que é girar uma roleta que contém três cores diferentes (amarela, azul e vermelha) uma única vez. A opção ainda indica a notação de conjunto, por exemplo: C = {, , }. Cabe destacar que qualquer ordenação das três cores é resposta ao problema. Ainda indicamos que as opções “A”, “B” e “D” não são resultados possíveis, pois não apresentam todas as cores constantes da roleta.

Fonte: Elaborado pelos autores

O discurso teórico-tecnológico (θ_1, Θ_1), que permite justificar e explicar a técnica τ_1 pode ser inicialmente descrito por PNAIC (Brasil, 2014), destacando a importância do conceito de espaço amostral, indicando que as crianças necessitam compreender as possibilidades de um espaço amostral, sendo importante que desenvolvam um esquema para conseguir mapear todas as combinações possíveis do experimento aleatório sem esquecer nenhuma e nem tampouco repetir alguma.

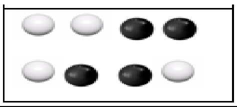
Consideraremos nesse trabalho a definição de Espaço Amostral segundo Meyer (1982) e Fonseca e Martins (2011) indicando que para cada experimento aleatório é definido espaço amostral S que é o conjunto de todos os resultados possíveis desse experimento.

Abordando ainda a praxeologia didática para o ensino de probabilidade o objetivo das seguintes subtarefas, figuras 6 a 8, está relacionado à habilidade (EF05MA22) da BNCC (Brasil, 2018), que indica apresentar todos os possíveis resultados de um experimento aleatório, estimando se esses resultados são igualmente prováveis ou não.

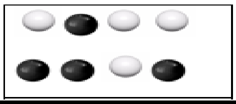
Assim, a tarefa 2 (T_2), figuras 6 a 8, configura-se em que os jogadores ampliem a ideia de espaço amostral focando na estimação de resultados que se configurem como igualmente prováveis, ou não.

5. A professora Nilceia Datori apresenta o seguinte jogo para seus alunos: Eles devem remover uma bola de uma das seguintes caixas (A ou B) com os olhos fechados. Eles ganham se conseguirem uma bola branca. De que caixa você prefere extrair?

Caixa A



Caixa B



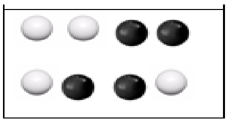
A	B	C	D
Caixa A	Caixa B	Qualquer uma das caixas	Nenhuma das caixas

Figura 6. Subtarefa 5: Determinar qual das caixas apresenta maior chance de sair uma bola branca.

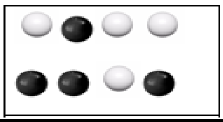
Fonte: Elaborado pelos autores.

6. A professora Nilceia Datori apresenta o seguinte jogo para seus alunos: Eles devem remover uma bola de uma das seguintes caixas (A ou B) com os olhos fechados. Eles ganham se conseguirem uma bola preta. De que caixa você prefere extrair?

Caixa A



Caixa B

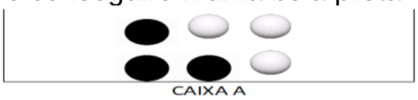


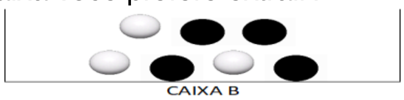
A	B	C	D
Caixa A	Caixa B	Qualquer uma das caixas	Nenhuma das caixas

Figura 7. Subtarefa 6: Determinar qual das caixas apresenta maior chance de sair uma bola preta.

Fonte: Elaborado pelos autores.

7. A professora Nilceia Datori apresenta o seguinte jogo para seus alunos: Eles devem remover uma bola de uma das seguintes caixas (A ou B) com os olhos fechados. Eles ganham se conseguirem uma bola preta. De que caixa você prefere extrair?





A	B	C	D
Caixa A	Caixa B	Qualquer uma das caixas	Nenhuma das caixas

Figura 8. Subtarefa 7: Determinar qual das caixas apresenta maior chance de sair uma bola branca.

Fonte: Elaborado pelos autores.

Considerando a praxeologia matemática (probabilística) das subtarefas (t_5 a t_7), figuras 6 a 8, na tarefa T_2 busca-se, a partir de situações diárias, que se aproprie do conceito de espaço amostral focando na estimação de resultados que se configurem como igualmente prováveis, ou não, Quadro 3.

Quadro 3

Descrição do bloco prático-técnico ou saber-fazer referente à TAD das atividades das figuras 6 a 8 que apresentam tarefas relacionados à estimação de resultados que se configuram como igualmente prováveis, ou não.

Tarefa 2	Subtarefas		Técnica	
Identificar a partir de situações-problema, a solução focando na estimação de resultados que se configurem como igualmente prováveis ou não.	t_5	Consiste em determinar qual caixa (A e/ou B) é preferível extrair uma bola branca, com os olhos fechados.	τ_2	Identificar dentre quatro opções possíveis aquela que determina a solução para a questão proposta, partindo da ideia de que todos os resultados possíveis de um experimento aleatório são igualmente prováveis.
	t_6	Consiste em determinar qual caixa (A e/ou B) é preferível extrair uma bola preta, com os olhos fechados.		
	t_7	Consiste em determinar qual caixa (A e/ou B) é preferível extrair uma bola preta, com os olhos fechados.		

Fonte: Elaborado pelos autores

Retomando as subtarefas do Quadro 3 e detalhando a técnica τ_2, temos no Quadro 4 essa descrição pormenorizada.

Quadro 4

Descrição pormenorizada da técnica 2 (τ_2).

Técnica	Subtarefas
τ_2	No caso da subtarefa t_5, a resposta à tarefa é a opção "C", pois ao comparar as duas caixas (A e B), pode-se identificar que ambas as caixas apresentam o mesmo número de bolas brancas (quatro) e pretas (quatro). Levando em consideração que cada bola têm a mesma chance de ser selecionada, qualquer uma das duas caixas é solução ao problema proposto.
	No caso da subtarefa t_6, a resposta à tarefa é a opção "C", pois ao comparar as duas caixas (A e B), pode-se identificar que ambas as caixas apresentam o mesmo número de bolas brancas (quatro) e pretas (quatro). Levando em consideração que cada bola têm a mesma chance de ser selecionada, qualquer uma das duas caixas é solução ao problema proposto.

	No caso da subtarefa t_7, a resposta à tarefa é a opção “B”, pois ao comparar as duas caixas (A e B), pode-se identificar que a caixa B apresenta quatro bolas pretas e a caixa A três bolas pretas. Dessa forma, levando em consideração que cada bola têm a mesma chance de ser selecionada, como na caixa B há uma bola preta a mais que na caixa A, há uma maior chance de que uma bola dessa cor seja selecionada.

Fonte: Elaborado pelos autores

O discurso teórico-tecnológico (θ_2, Θ_2), que permite justificar e explicar a técnica τ_2 pode ser descrito segundo Pinheiro et al. (2015), ao dizer que espaço amostral é o conjunto de todos os possíveis resultados do experimento aleatório, sendo denotado por S, considerando ainda que o espaço amostral é finito uniforme quando apresenta um número finito de elementos, sendo todos igualmente prováveis.

Ainda, nos Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN de Matemática dos anos iniciais do Ensino Fundamental (Brasil, 1997), indicam que o objetivo do ensino de probabilidade é que o aluno compreenda que grande parte dos acontecimentos do cotidiano são de natureza aleatória e é possível identificar prováveis resultados desses acontecimentos. Complementa que as noções de acaso e incerteza, que se manifestam intuitivamente, podem ser exploradas na escola, em situações nas quais o aluno realiza experimentos e observa eventos (em espaços equiprováveis).

Considerações Finais

Os conceitos de probabilidade são complexos com alto grau de abstração, de modo que é necessário progredir gradualmente em direção a uma compreensão adequada da linguagem específica da probabilidade.

Consideramos que o estudo conceitual e experiencial de espaço amostral deve ser iniciado com as crianças nos anos iniciais da sua escolaridade. Para isto, devemos conceber estratégias para a abordagem do conceito de probabilidade nesse ciclo de formação uma série de atividades, jogos e sequências didáticas, entre outros procedimentos metodológicos para ajudar as crianças na compreensão das situações em que o espaço amostral se faz presente.

Nossa proposta, orientada pela BNCC (Brasil, 2018), buscou explorar conceitos probabilísticos a partir da metodologia de ensino da resolução de problemas inserida em um jogo pedagógico porque consideramos que esta traz importantes conquistas e evoluções aos alunos.

Para nós, pensar nos conceitos básicos da Probabilidade, é elaborar pesquisas que vão ao encontro das necessidades da escola primária, para que assim possamos contribuir com o crescimento e o desenvolvimento de uma sociedade autônoma, crítica, ativa e capaz de tomar decisões frente às informações as quais se depara.

Acreditamos também que o jogo se constitui como um recurso que poderá auxiliar alunos e professores no transcorrer dos processos de ensino e aprendizagem da probabilidade para os anos iniciais do Ensino Fundamental.

Nosso intuito foi contribuir com os processos de ensino e aprendizagem e consideramos que a criação deste jogo e as tarefas que o comporá propiciará ao aluno momentos de prazer, trocas e aprendizagem, e ao professor, um recurso teórico dos conteúdos que estão sendo trabalhados.

Acreditamos ainda que por meio da TAD, através da organização matemática (probabilística) e didática, o professor poderá ampliar seu olhar em relação as diversas possibilidades existentes que circundam cada atividade que está sendo desenvolvida, desde o "saber" até o "fazer" probabilístico.

Nos termos da TAD, a sua utilização permitiu identificar um conjunto de praxeologias que possibilita caracterizar, tanto o objeto probabilístico quanto a abordagem didática para tal objeto. A organização praxeológica foi composta por quatro elementos:

1. Tarefa (T) e suas subtarefas (t), que caracterizaram a ação demandada pela situação-problema proposta para as cartas de perguntas do jogo, por exemplo, partindo de experimentos aleatórios pensar nos casos possíveis desse experimento.

2. Técnica (τ), identifica a forma de realização da tarefa e suas subtarefas. Cada tarefa possui, pelo menos, uma técnica associada a ela que seria. por exemplo, determinar quais dentre as opções indicadas está diretamente ao conjunto de todos os resultados possíveis de um experimento aleatório.
3. Tecnologia (θ), foi especificada pelo conjunto de definições, propriedades, axiomas e teoremas que justificam a técnica. Por exemplo, a tecnologia que justifica a técnica é a definição de espaço amostral, ou seja, é o conjunto de todos os resultados possíveis de um experimento aleatório.
4. Teoria (Θ) é o campo no qual se justifica a tecnologia. Nos exemplos apresentados, a teoria é dada pela probabilidade que nos permite descrever os espaços amostrais.

Temos consciência de que a apreensão desses conceitos não ocorre de forma simples, mesmo porque não são conceitos simples, mas acreditamos que a transposição didática adotada pelo professor no dia a dia faz toda a diferença.

A criação das cartas que compõem o jogo também se justifica pelo fato de consideramos que o ambiente lúdico atrai a atenção da criança, que de maneira espontânea participa e compartilha seus conhecimentos. Acertos e erros caminham lado a lado e a criança aprende de forma prazerosa e significativa.

REFERÊNCIAS

Abrahamson, D. (2006). The Shape of Things to Come: the computational pictograph as a bridge from combinatorial space to outcome distribution. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 11(1), 137-146.

Almeida, C. M. C. (2018). *Um modelo didático de referência para o ensino de probabilidade.* [Dissertação de Mestrado em Ensino, Filosofia e História das Ciências, Universidade Federal da Bahia].

Bosch, M., & Chevallard, Y. (1999). Ostensifs et sensibilité aux ostensifs dans l'activité mathématique. *Recherches en Didactique des Mathématiques* (pp. 77-124). Grenoble: La Pensée Sauvage.

Brasil. Ministério da Educação. (2018). *Base Nacional Comum Curricular (BNCC):* Educação é a Base. Brasília. http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf

Brasil. Ministério da Educação. (2014). Secretaria de Educação Básica. Diretoria de Apoio à Gestão Educacional. *Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa*: Educação Estatística. Brasília: MEC, SEB.

Brasil. Ministério da Educação. (1997). Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais:* introdução aos parâmetros curriculares nacionais. Brasília: MEC/SEF.

Bryant, P., & Nunes, T. (2012). *Children's understanding of probability*: a literature review. Nuffield Foundation. http://www.nuffieldfoundation.org/sites/default/files/files/Nuffield_CuP_FULL_REPORTv_F INAL.pdf. Acesso em: 22 jan. 2022.

Campos, S. G. V. B., & Novais, E. S. (2010). Jogos e brincadeiras para ensinar e aprender probabilidade e estatística nas séries iniciais do ensino fundamental. *X Encontro Nacional de Educação Matemática* - Educação Matemática, Cultura e Diversidade [X ENEM]. Salvador, BA.

Chernoff, E. (2009). Sample space partitions: an investigative lens. Journal of Mathematical Behavior, 28, 19-29.

Chevallard, Y. (1999). L'analise des pratiques enseignantes en théorie antropologique du didactique. *Recherches en Didactique des Mathématiques. La Pensée Sauvage-Editions*, 19(2), 221-265.

Chevallard, Y. (1996). Conceitos fundamentais da Didáctica: perspectivas trazidas por uma abordagem antropológica. In: J. Brun. *Didáctica das Matemáticas*. Lisboa: Horizontes Pedagógicos.

Chevallard, Y., Bosch, M., & Gascón, J. (2001). *Estudar Matemáticas*: O Elo Perdido entre o Ensino e a Aprendizagem. Porto Alegre: Artes Médicas.

Fonseca, J. S., & Martins, G A. (2011). *Curso de Estatística*. São Paulo: Atlas.

Gascón, J. (2003). From the cognitive to the epistemological programme in the didactics of mathematics: two incommensurable scientific research programmers. *For the learning of Mathematics,* 23(2), 44-55.

Keren, G. (1984). On the importance of identifying the 'correct' problem space. *Cognition*, 16, 121–128.

Malaspina, U. (2012). El rincón de los problemas. *UNIÓN – Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 23, 191-200.

Meyer, P. L. (1982). *Probabilidade Aplicações a Estatística*. Rio de Janeiro: LTC.

Nunes, T., Bryant, P., Evans, D., Gottardis, L., & Terlektsi, M. (2015). *Teaching primary school children about probability.* Teacher handbook. Departamento de Educação, Universidade de Oxford.

Oliveira Júnior, A. P., Ciabotti, V., Costa, R., Silva, J. S., Da Silva, G. R., & Barbosa, N. D. (2018). *O jogo "Brincando com a Estatística e a Probabilidade" e a metodologia da resolução de problemas no Ensino Fundamental*. Curitiba: CRV.

Oliveira Júnior, A. P., Barbosa, N. D., Souza, N. G. S., & Cardoso, K. M. (2019). A apreensão do conceito de experimento aleatório: resolução de problemas e jogo pedagógico. *Caminhos da Educação Matemática em Revista*, 9(2), 238-257.

Oliveira Júnior, A. P., & Barbosa, N. D. (2020). O jogo pedagógico "Brincando com a Probabilidade" para os anos iniciais do ensino fundamental. *Zetetiké,* 28, 1-21.

Pinheiro, J. I. D. et al. (2015). *Estatística Básica:* a arte de trabalhar com dados. Rio de Janeiro: Elsevier.

Ribeiro, C. E., & Goulart, A. (2013). O ensino de probabilidade por meio de jogos na Educação de Jovens e Adultos. *X Encontro Nacional De Educação Matemática* [X ENEM]. Curitiba, PR.

Soukeff, F. E. B. (2014). *Jogo Mega-Duque*: uma proposta para o ensino de probabilidade. [Dissertação de Mestrado Profissional em Matemática, Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho]. https://repositorio.unesp.br/handle/11449/122207

Van de Walle, J. A. (2009). *Matemática no Ensino Fundamental:* formação de professores e aplicação em sala de aula. Porto Alegre: Artmed.

Villarroel, S., & Sgreccia, N. (2012). Enseñanza de la geometría en secundaria. Caracterización de materiales didácticos concretos y habilidades geométricas. *UNIÓN – Revista Iberoamericana de Educación Matemática,* 29, 59-84.