

Estadística en contexto: desarrollando un enfoque escolar común para promover la alfabetización

Statistics in context: Developing a common school approach for promoting literacy

Estatísticas em contexto: desenvolvendo uma abordagem comum da escola para promover a alfabetização

Ángel Alsina
Universidad de Girona, Departamento de Didácticas Específicas
Girona, España
angel.alsina@udg.edu
Orcid: 0000-0001-8506-1838

Escola Annexa
Departament d'Educació, Generalitat de Catalunya
Girona, España
b7001449@xtec.cat

Enviado: 19/02/2021

Aceito: 24/03/2021

DOI: 10.30612/tangram.v4i2.14396

Resumen: El objetivo de este artículo es promover la enseñanza de la estadística en contexto en Educación Infantil y Primaria. Con este propósito, en la primera parte se argumenta la importancia de planificar la enseñanza de la estadística a partir de contextos reales y se ofrecen recursos y estrategias a partir de proyectos y ciclos de investigación estadística, principalmente; en la segunda parte, se describe una investigación estadística en una escuela a partir de la celebración del carnaval. Los resultados muestran una visión longitudinal de los contenidos de estadística desde Educación Infantil hasta 6º de primaria, que se inicia con el recuento de datos a partir de los propios alumnos y finaliza con la representación de datos con diagramas de sectores. Se concluye que es necesario avanzar hacia la definición de una

línea metodológica de centro en el área de matemáticas para lograr una enseñanza coherente que promueva la alfabetización estadística en todos los niveles.

Palabras clave: Estadística en contexto. Alfabetización estadística. Línea metodológica en el área de matemáticas. Prácticas de enseñanza de las matemáticas. Educación Infantil y Primaria.

Abstract: The aim of this article is to promote the teaching of statistics in context in Early Childhood and Primary Education. With this purpose, the first part argues the importance of planning the teaching of statistics from real contexts and offers resources and strategies based mainly on statistical research projects; in the second part, a statistical research project is described in a school based on the celebration of carnival. The results show a longitudinal view of the contents of statistics from pre-school to 6th grade of primary school, starting with children's own counting of data and ending with the representation of data with pie charts. It is concluded that it is necessary to advance towards the definition of a methodological approach in the area of mathematics in order to achieve a coherent teaching that promotes statistical literacy at all levels.

Keywords: Statistics in context. Statistical literacy. Methodological approach in the area of mathematics. Mathematics teaching practices. Early Childhood and Primary Education.

Resumo: O objetivo deste artigo é promover o ensino da Estatística no contexto da Educação Infantil e Fundamental. Para tanto, a primeira parte discute a importância de se planejar o ensino de estatística a partir de contextos reais e oferece recursos e estratégias baseadas em projetos e ciclos de pesquisa estatística, principalmente; Na segunda parte, descreve-se uma investigação estatística em uma escola da festa de carnaval. Os resultados mostram uma visão longitudinal do conteúdo estatístico da Educação Infantil ao 6º ano, que se inicia com a contagem dos dados dos próprios alunos e termina com a representação dos dados com diagramas setoriais. Conclui-se que é necessário avançar na definição de uma linha metodológica na área da matemática para se chegar a um ensino coherente que promova a alfabetização estatística a todos os níveis.

Palavras-chave: Estatísticas em contexto. Alfabetização estatística. Linha metodológica na área da matemática. Práticas de ensino de matemática. Educação infantil e Primária.

Introducción

En la actualidad existen suficientes datos provenientes de estudios realizados en el marco de diversos ámbitos de investigación en educación matemática, como por ejemplo el análisis de la práctica del profesor y el desarrollo profesional, para confirmar que el enfoque de enseñanza repercute en el aprendizaje del alumnado, entre otros muchos aspectos (Charalambous y Pitta-Pantazi, 2016; Lin y Rowland, 2016).

Desde este punto de vista, este artículo se focaliza en las prácticas de enseñanza de la estadística en Educación Infantil y Primaria para promover, principalmente, la alfabetización estadística (Gal, 2002) y, a su vez, asume que es necesario que los equipos de maestros de las escuelas tomen decisiones fundamentadas, argumentadas y compartidas acerca de la enseñanza de la estadística en los distintos niveles escolares, desde los 3 a los 12 años, en el marco de una línea metodológica de centro en el área de matemáticas que aporte coherencia en la forma de enseñar y aprender el conocimiento matemático (Alsina, 2021).

La estadística se puede enseñar a partir de múltiples contextos, que van desde las situaciones reales hasta la práctica de ejercicios descontextualizados (Figura 1).

MEDIA ARITMÉTICA	PROMEDIO				
<p>1 El número de veces que come pasta durante una semana un grupo de tres amigos: 2, 4, 3</p> <p><input type="checkbox"/> 2 <input type="checkbox"/> 5 <input type="checkbox"/> 3</p> <p>2 Los litros de agua que beben al día un grupo de cuatro amigos: 2, 1, 3, 2</p> <p><input type="checkbox"/> 3 <input type="checkbox"/> 2 <input type="checkbox"/> 4</p> <p>3 El número de horas que Carmen ha visto la tele durante cada día de la semana pasada es: 3, 2, 3, 3, 2, 6, 3</p> <p><input type="checkbox"/> 3 <input type="checkbox"/> 3.14 <input type="checkbox"/> 4.15</p>	<p>Elige la opción que indica la media aritmética de cada serie de datos:</p> <table border="1"> <tr> <td data-bbox="847 1503 1070 1648"> <p>Los litros de agua que bebe un atleta en una semana: 3, 4, 2, 3, 3, 2, 4</p> <p>a) 21 b) 3 c) 63</p> </td> <td data-bbox="1094 1503 1318 1648"> <p>Número de horas que Sebastián juega video juegos en la semana: 4, 5, 3, 5, 3, 4, 5</p> <p>a) 4.1 b) 4.2 c) 29</p> </td> </tr> <tr> <td data-bbox="847 1682 1070 1827"> <p>Las notas de Manuel que sacó en el bimestre: 8, 9, 9, 8, 7, 8, 7, 6, 9</p> <p>a) 7.8 b) 71 c) 7.7</p> </td> <td data-bbox="1094 1682 1318 1827"> <p>La estatura en centímetros de 3 amigos: 137, 145, 130</p> <p>a) 412 b) 137.3 c) 130.5</p> </td> </tr> </table>	<p>Los litros de agua que bebe un atleta en una semana: 3, 4, 2, 3, 3, 2, 4</p> <p>a) 21 b) 3 c) 63</p>	<p>Número de horas que Sebastián juega video juegos en la semana: 4, 5, 3, 5, 3, 4, 5</p> <p>a) 4.1 b) 4.2 c) 29</p>	<p>Las notas de Manuel que sacó en el bimestre: 8, 9, 9, 8, 7, 8, 7, 6, 9</p> <p>a) 7.8 b) 71 c) 7.7</p>	<p>La estatura en centímetros de 3 amigos: 137, 145, 130</p> <p>a) 412 b) 137.3 c) 130.5</p>
<p>Los litros de agua que bebe un atleta en una semana: 3, 4, 2, 3, 3, 2, 4</p> <p>a) 21 b) 3 c) 63</p>	<p>Número de horas que Sebastián juega video juegos en la semana: 4, 5, 3, 5, 3, 4, 5</p> <p>a) 4.1 b) 4.2 c) 29</p>				
<p>Las notas de Manuel que sacó en el bimestre: 8, 9, 9, 8, 7, 8, 7, 6, 9</p> <p>a) 7.8 b) 71 c) 7.7</p>	<p>La estatura en centímetros de 3 amigos: 137, 145, 130</p> <p>a) 412 b) 137.3 c) 130.5</p>				

Figura 1 - Ejercicios descontextualizados para practicar el cálculo de la media aritmética

Fuente: https://es.liveworksheets.com/worksheets/es/Matemáticas/Media_aritmética/

Desde la perspectiva del Enfoque de los Itinerarios de Enseñanza de las Matemáticas (EIEM), Alsina (2018a, 2019, 2020a) propone itinerarios didácticos, entendidos como secuencias de enseñanza intencionada, que contemplan tres niveles: 1) contextos informales, que permiten visualizar las ideas matemáticas de manera concreta (situaciones de vida cotidiana, materiales manipulativos y juegos); 2) contextos intermedios, que conducen a la esquematización y generalización progresiva del conocimiento matemático a través de la exploración y la reflexión (recursos literarios y tecnológicos); y 3) contextos formales, en los que se trabaja la representación y formalización del conocimiento matemático con procedimientos y notaciones convencionales (recursos gráficos), para completar el aprendizaje desde lo concreto hasta lo simbólico. Desde este enfoque, este autor propone itinerarios específicos para la enseñanza de la estadística (Alsina, 2019, 2020b; en prensa), en los que pone especial atención en el diseño de proyectos de investigación estadística en contextos reales asumiendo, por un lado, que el contexto es una característica de la estadística (Cobb y Moore, 1997) y, por otro lado, que los problemas de estadística deben estar encaminados no al cálculo de parámetros o valores, sino a la argumentación y a la toma de decisiones para que el alumnado pueda manejarse con soltura respecto a qué información maneja y cómo el estudio de datos muestrales puede contribuir a inferir resultados de realizaciones experimentales futuras y de datos poblacionales (Rodríguez-Muñiz, Muñiz-Rodríguez, Vásquez y Alsina, 2020).

Con base en estos fundamentos, este artículo se organiza en dos partes: en la primera parte se argumenta la importancia de planificar la enseñanza de la estadística a partir de contextos reales y se ofrecen diversos recursos y estrategias; y en la segunda parte se describe el planteamiento común de todos los niveles de un centro escolar de infantil y primaria para promover la enseñanza de la estadística en contexto, en el marco de la celebración del carnaval en la escuela.

Estadística en contextos reales en Educación Infantil y Primaria

Desde un punto de vista genérico, el uso de contextos reales para enseñar matemáticas ha sido fuertemente impulsado por corrientes de la educación matemática como la Educación Matemática Realista (EMR), que se sustenta en diversos principios interrelacionados (Freudenthal, 1991), como por ejemplo el *Principio de Actividad*, que muy sintéticamente considera la Matemática como una actividad humana a la que todas las personas pueden acceder y la mejor forma de aprenderla es haciéndola; el *Principio de Realidad*, que plantea que si la Matemática surge como matematización (organización) de la realidad, el aprendizaje matemático debe originarse también en esta realidad, lo cual no sólo significa mantener a esta disciplina conectada al mundo real o existente sino también a lo realizable, imaginable o razonable para los alumnos; o el *Principio de Niveles*, según el cual los alumnos pasan por distintos niveles de comprensión (situacional, referencial, general y formal) que están ligados al uso de estrategias, modelos y lenguajes de distinta categoría cognitiva: en el nivel situacional, por ejemplo, el conocimiento de la situación y las estrategias es utilizado en el contexto de la situación misma apoyándose en los conocimientos informales, el sentido común y la experiencia (Alsina, 2009). Desde esta perspectiva teórica, Reeuwijk (1997) expone cinco motivos para utilizar contextos del entorno como recurso didáctico en la clase de matemáticas: 1) pueden motivar al alumnado y ayudarles a comprender por qué las matemáticas son útiles y necesarias; 2) pueden favorecer que el propio alumnado aprenda a usar las matemáticas en la sociedad, además de descubrir qué matemáticas son relevantes para su educación y profesión posteriores; 3) pueden incrementar el interés del alumnado por las matemáticas y la ciencia en general; 4) pueden despertar la creatividad del alumnado, impulsarlos a utilizar estrategias informales y de sentido común al afrontar, por ejemplo, la resolución de una situación problemática o de un juego; y 5) pueden actuar como mediadores entre la situación concreta y las matemáticas abstractas. Desde este prisma, en relación a las matemáticas en contexto, Alsina (2011, p. 14) indica que:

El uso de contextos en la clase de matemáticas, pues, puede contribuir a facilitar el aprendizaje de esta disciplina pero, sobre todo, a comprender cuál es el sentido de las matemáticas, cuáles son sus verdaderas funciones: formativa, teniendo en cuenta que los contextos permiten pasar progresivamente de situaciones concretas o situaciones abstractas (matematización progresiva); instrumental, al considerar que los contextos son, en realidad, herramientas que favorecen la motivación, el interés o el significado de las matemáticas; y aplicada, al fomentar el uso de las matemáticas en contextos no exclusivamente escolares y, por lo tanto, contribuir a la formación de personas matemáticamente más competentes.

Estas ideas han sido ampliamente aceptadas para la enseñanza de la estadística. Cobb y Moore (1997), por ejemplo, consideran los datos como números en contexto, resaltando así la importancia de los contextos reales para enseñar y aprender estadística. Más adelante, Wild y Pfannkuch (1999) promueven la enseñanza de la estadística a partir de investigaciones en contextos reales, siguiendo un ciclo de investigación de cinco fases (Figura 2).

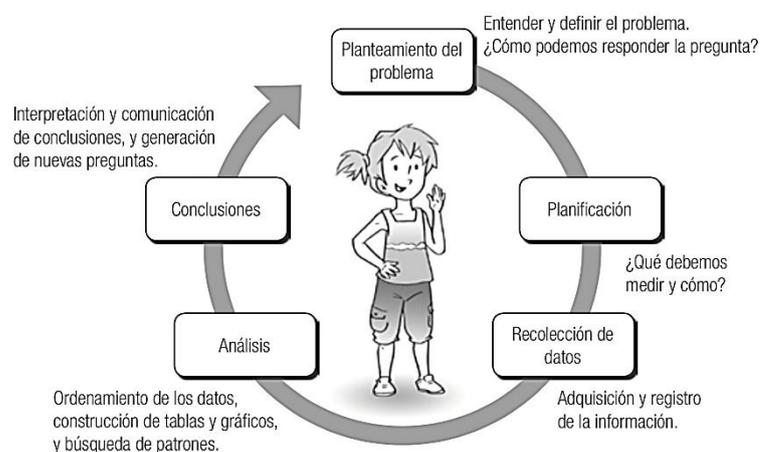


Figura 2 - Ciclo de investigación estadística

Fuente: Araneda, Chandía y Sorto (2013, p. 17)

A partir de este planteamiento, Batanero y Díaz (2004) promueven la implementación de proyectos de investigación estadística, que pueden ser propuestos por el profesorado o escogidos libremente por el alumnado. Estas dos autoras subrayan que el trabajo con proyectos en la clase de estadística permite contextualizar los contenidos en situaciones interesantes para el alumno e integrar la enseñanza de la estadística dentro del proceso más general de investigación, en lugar de introducir los conceptos y técnicas descontextualizadas, o aplicadas únicamente a problemas tipo, difíciles de encontrar en la vida real, como los ejemplos de la Figura 1. El Proyecto GAISE (Bargagliotti, 2020; GAISE College Report ASA Revision Committee, 2016; Franklin et al. 2007), promueve también la enseñanza de la estadística como un proceso investigativo de resolución de problemas y toma de decisiones. Adicionalmente, aporta algunas recomendaciones como, por ejemplo, centrarse en la comprensión conceptual, integrar datos reales con un contexto y propósito, fomentar el aprendizaje activo o bien usar tecnología para explorar conceptos y analizar datos. Batanero y Díaz (2011) señalan que el trabajo con pequeñas investigaciones o proyectos permiten no tan solo mejorar la comprensión de los contenidos involucrados en el estudio de la estadística a través de un aprendizaje más motivador y dotado de sentido, sino que también permiten favorecer el desarrollo de la alfabetización estadística, al mejorar la percepción hacia la utilidad de la estadística, además de fomentar una actitud positiva hacia su estudio. En definitiva, se trata de que los alumnos sean capaces de aplicar sus conocimientos a la resolución de una situación problemática que sea significativa para ellos, para su entorno, de manera similar a como lo hacen los estadísticos, siguiendo los pasos de un ciclo de investigación estadística (Wild y Pfannkuch, 1999). Hahn (2014) otorga también mucha importancia a los contextos reales para enseñar estadística, hasta el punto de indicar que el contexto es ineludible en las prácticas estadísticas de referencia.

La planificación de las prácticas de enseñanza de la estadística desde este enfoque modifica el rol del profesor, convirtiendo a los alumnos en los protagonistas del proceso de enseñanza y aprendizaje: “además de favorecer el aprendizaje significativo, promueven el

trabajo en grupo y desarrollan capacidades como la reflexión y la autonomía del alumno” (Anasagasti y Berciano, 2016, p. 33).

Considerando estos fundamentos, se han publicado diversos documentos (artículos y vídeos, principalmente) que impulsan el uso de contextos reales para enseñar y aprender estadística en Educación Infantil y Primaria. En la Tabla 1 se muestra una breve selección de documentos en castellano para que el profesorado interesado pueda disponer de algunas ideas para implementar investigaciones estadísticas en contexto.

Tabla 1: Selección de documentos que plantean situaciones de enseñanza de la estadística en contexto desde los 3 a los 12 años

Autor/es	Etap educativa	Tipo de contexto
Batanero y Godino (2004)	Educación Primaria	Intención de voto en las elecciones del consejo escolar; datos en la clase de educación física; cantidad de lentejas en un kilo.
Gil (2010). Instituto Canario de Estadística (ISTAC)	Educación Primaria	Los envases; nuestro colegio.
Alsina (2012)	Educación Infantil	Rutinas; organización de los alumnos para realizar actividades.
Cervilla, Arteaga y Díaz-Levicoy (2014)	Educación Infantil	Las frutas que comemos.
Fernández y Rubirola (2016)	Educación Primaria	Estadística con cubos personalizados; granos de arroz; persona típica.
Alsina (2017a)	Educación Infantil	El tiempo atmosférico; el transporte para llegar a la escuela; la fruta preferida; etc.
Alsina (2017b)	Educación Infantil	Los dientes que nos han caído (vídeo en catalán) https://www.youtube.com/watch?v=t6zaOF9XFGU
Alsina (2018b)	Educación Primaria	Los vehículos que pasan por la rotonda.
Vásquez, Díaz-Levicoy, Coronata y Alsina (2018)	Educación Infantil	Sílabas y frecuencias; tiempo atmosférico; la fecha de cumpleaños; letras del nombre; comida saludable.
Alsina (2019)	Educación Primaria	El efecto de la temperatura en el crecimiento de las plantas.
Alsina, Vásquez, Muñoz-Rodríguez y Rodríguez-Muñoz (2020)	Educación Primaria	Datos reales de la COVID-19.
Berciano, Subinas y Anasagasti (2020)	Educación Primaria	El mercado.
Novo, Encinas y Cuida (2020)	Educación Infantil	Ciudad sostenible; alimentación saludable; conservación del planeta.

Como puede apreciarse en la Tabla 1, la mayoría de documentos proponen contextos reales del propio alumnado o del entorno cercano, como por ejemplo datos a partir de las letras del nombre, los dientes que les han caído, el medio de transporte para llegar a la escuela, la clase de educación física o el colegio en general, entre otros, junto con contextos relevantes por su impacto, como la pandemia derivada de la COVID-19 o la sostenibilidad. Con estas investigaciones estadísticas en contexto, como se ha indicado en la introducción, se pretende promover principalmente la alfabetización estadística, que Gal (2002) define como la capacidad de las personas para interpretar datos, evaluarlos críticamente y, cuando sea pertinente, expresar sus opiniones respecto a la información estadística, los argumentos relacionados con los datos o fenómenos estocásticos.

A continuación, se describe la experiencia de estadística en contexto llevada a cabo en la Escola Anexa, que es un centro escolar público de la ciudad de Girona (España), cuyo nombre se debe a que antiguamente esta escuela y el centro de formación de profesorado de la Universidad de Girona compartían el mismo edificio y, aunque actualmente ambos centros han cambiado de ubicación, siguen manteniendo una estrecha colaboración.

La celebración del carnaval: un contexto común para promover la enseñanza de la estadística en toda la escuela

La Escola Anexa es un centro público que, entre otros rasgos de identidad, se autodefine en su Proyecto Educativo de Centro como una escuela que promueve el conocimiento del entorno más inmediato, fomentando la participación de toda la comunidad en las actividades que se generan y que proyectan sobre dicho entorno (<https://agora.xtec.cat/ceip-annexa-jp/lescola/historia/>).

Es una escuela con dos grupos de alumnos de cada edad que se organizan por ciclos, salvo los del último nivel de primaria: Educación Infantil (3-4 años); Ciclo 1 (5-6 años); Ciclo 2 (7-8 años); Ciclo 3 (9-11 años); 6º de primaria (12 años). En todos los ciclos, los

grupos son heterogéneos, de manera que hay cuatro grupos por ciclo, en cada uno de los cuales hay la mitad de alumnos de una edad y la otra mitad de la otra. De este modo, los alumnos de dos edades consecutivas interactúan en un mismo grupo para aprender unos de otros, ayudarse y guiarse: un mismo alumno es del grupo de los pequeños un curso y del grupo de los mayores el curso siguiente, lo cual permite que, durante el primer curso del ciclo pueda aprender de los mayores y durante el segundo curso pueda ser un modelo para los que se incorporan al grupo.

En relación a la línea metodológica de centro, se prioriza el trabajo por proyectos junto con el uso de materiales manipulativos, de experimentación y digitales, pero los alumnos no tienen un libro de texto de referencia (los libros de texto y de lectura son un material de consulta socializado, propiedad de la escuela). Por esta razón, asumen que a menudo es necesario salir del aula y/o del centro para asegurar un aprendizaje vivencial.

A partir de estos criterios metodológicos generales, el profesorado se organiza en comisiones para definir la línea metodológica de cada área: la comisión de matemáticas, por ejemplo, es la responsable de definir la línea metodológica de centro en el área de matemáticas. Esta comisión, que está constituida por un maestro de cada ciclo y se reúne semanalmente durante una hora, tiene tres funciones: 1) definir como se trabajan los distintos bloques de contenido (álgebra temprana, numeración y cálculo, geometría, medida y estadística y probabilidad); 2) preparar una o dos actividades de estadística anuales, para toda la escuela; 3) acoger a los nuevos tutores que llegan a la escuela y asesorarles sobre cómo se trabajan las matemáticas, en temas como por ejemplo el uso de materiales manipulativos, el planteamiento de los algoritmos, etc. En definitiva, pues, la comisión de matemáticas es el núcleo: todo lo que se piensa y se decide se extrapola a los distintos ciclos, a partir de reuniones pedagógicas en el seno de cada ciclo.

Preparación de la investigación estadística a nivel de centro

De acuerdo con el Plan de Organización de Centro para el curso 2020-2021, que requiere trabajar en grupos de convivencia estables debido al contexto de pandemia derivado de la COVID-19, la comisión de matemáticas plantea una investigación estadística en todos los ciclos, desde Educación Infantil hasta 6º, a partir de la celebración del carnaval.

El día de carnaval se celebra el 17 de febrero de 2021 y los alumnos llegan al colegio disfrazados desde sus casas. En este escenario, la comisión propone una investigación a partir de una variable cualitativa: el disfraz que han elegido. En concreto, plantean analizar qué tipo de disfraces predominan en cada grupo y también quieren analizar si hay diferencias entre las temáticas de los disfraces en los distintos ciclos.

Una vez definido el problema de investigación, el ciclo de investigación estadística requiere cuatro fases más: la recogida, organización, representación e interpretación de los datos (Wild y Pfannkuch, 1999). La recogida y organización de los datos requiere, previamente, decidir las categorías de la variable analizada, en este caso el tipo de disfraz. Rodríguez-Muñiz, Muñiz-Rodríguez y Aguilar (en prensa) proponen dos posibles estrategias para establecer las categorías: a) intentar definir unas categorías o modalidades con anterioridad a la recogida de los datos y discutir los posibles casos ambiguos sobre la escala ya definida (en este caso, estaríamos aplicando de manera subyacente una técnica estadística de clasificación supervisada); b) realizar previamente una observación de los datos recogidos y, sobre ellos, realizar la discusión de las posibles categorías, clasificando al tiempo los valores ambiguos (sería el análogo a una clasificación no supervisada).

La comisión de matemáticas decide usar la primera estrategia, de manera que son los maestros integrantes de la comisión los que determinan previamente las categorías: animales, superhéroes y superheroínas, personajes históricos, personajes de ficción, deportistas, oficios, otros, ausencias/sin disfraz. Se discuten posibles casos ambiguos como, por ejemplo, superhéroes que también son personajes de ficción, pero finalmente deciden mantener las categorías para poder comparar los datos tanto a nivel intraciclo como interciclo. A continuación, se describe el análisis estadístico realizado en cada ciclo.

Resultados de la investigación estadística

Se presentan los resultados organizados por ciclos, considerando que durante el curso académico 2020-2021 es necesario trabajar en grupos de convivencia estables, como se ha indicado.

Educación Infantil (1º y 2º de Educación Infantil)

De acuerdo con la propuesta de distribución de contenidos de estadística y probabilidad para la Educación Infantil de Alsina (2017a, 2018b), los cuatro grupos heterogéneos de alumnos de 3 y 4 años llevan a cabo una identificación y comparación de datos.

A partir de las categorías establecidas por la comisión de matemáticas, observan sus disfraces, se clasifican con base en dichas categorías y realizan un recuento, que consiste en comprobar el número de disfraces observados en cada una de las categorías de la variable analizada (Rodríguez-Muñiz et al., en prensa). De acuerdo con estos autores, esta tarea tiene una naturaleza intrínsecamente ligada al desarrollo del sentido numérico y, concretamente, al conteo, ya que conlleva identificar el número de casos de cada categoría, compararlos usando los comparativos “más...que”, “menos... que”, etc.

Para hacer el recuento de datos en los primeros niveles, se pueden utilizar diversas estrategias. Alsina (2012, 2017a), por ejemplo, propone hacer recuentos donde los materiales manipulativos son utilizados como marcas de cuenta y, en el marco de una propuesta implementada en la misma Escola Annexa, Alsina (2017b) hace grupos con los niños que comparten un valor de la variable, de manera que no son los objetos observados los que se manipulan, sino los individuos que comparten esa característica. Rodríguez-Muñiz et al. (en prensa) ofrecen una perspectiva más amplia de todas las posibilidades para hacer recuentos en infantil basada en la secuencia CPA (Concreto-Pictórico-Abstracto).

En el caso que nos ocupa, los niños de los cuatro grupos realizan un recuento concreto, primero con los propios niños y seguidamente con apoyo de unos primeros manipulativos (imágenes que representan a los propios niños) para complementar el recuento (Figura 3).



Figura 3 - Recuento de los tipos de disfraces con los propios niños y con imágenes.
Fuente: elaboración propia

Seguidamente, realizan el proceso de abstracción de transitar de la cantidad discreta al número (Baroody, 1988), es decir, pasan de la tabla de recuento a la tabla de frecuencias, que consiste en adjudicar a cada elemento representado un valor distinto (y solo uno) de la secuencia numérica siguiendo un orden estable (Figura 4).



Figura 4 - Del recuento a la tabla de frecuencias

A partir de las frecuencias, se lleva a cabo una primera interpretación para responder a la pregunta planteada que, como se ha indicado, consiste en determinar qué tipo de disfraces predominan en cada grupo.

Ciclo 1 (3° de Educación Infantil y 1° de Educación Primaria)

Siguiendo un planteamiento similar al ciclo anterior, los niños de los distintos grupos de este ciclo observan sus disfraces y, con base en las categorías establecidas previamente por la comisión de matemáticas, se clasifican inicialmente en distintas columnas según el tipo de disfraz (Figura 5).



Figura 5 - Recuento de los tipos de disfraces con los propios niños

Fuente: elaboración propia

El cambio importante se observa en el modo de realizar el recuento: mientras los niños del ciclo anterior usaban exclusivamente los propios niños o imágenes que representaban a los propios niños, los niños de 5-6 años (que corresponden al último curso de Educación Infantil y 1° de Educación Primaria) usan muchos otros materiales para hacer una representación simplificada de la realidad observada: por ejemplo, utilizan triángulos de madera o incluso los nombres de los niños para realizar el recuento (Figura 6).



Figura 6 - Recuento usando otros materiales de apoyo
Fuente: elaboración propia

Otro dato relevante es que en este ciclo realizan las primeras representaciones gráficas a partir del recuento y el posterior paso a la tabla de frecuencias. Como se observa en la Figura 7, los primeros gráficos estadísticos se elaboran con un intervalo frecuencial de 1 y se usan materiales, como por ejemplo policubos: cada policubo representa un caso de la distribución de datos, a partir de una correspondencia término a término que permite identificar fácilmente la frecuencia absoluta (el número total de casos) de cada categoría de la variable objeto de estudio.



Figura 7 - Primeros gráficos estadísticos concretos, con apoyo de material contable
Fuente: elaboración propia

Además, se inician también las primeras representaciones gráficas en el papel a partir de un gráfico de barras simple con un intervalo frecuencial de 1, siguiendo el mismo planteamiento que con los policubos (Figura 8).



Figura 8 - Primeras representaciones en el papel, con un gráfico de barras simple
Fuente: elaboración propia

Ciclo 2 (2º y 3º de Educación Primaria)

Los alumnos de este ciclo, en grupos heterogéneos de 2º y 3º de primaria respectivamente, elaboran un dossier en el que se incide en las últimas fases del ciclo de investigación estadística planteado por Wild y Pfannkuch (1999): la representación de los datos y su interpretación. Las fases previas de identificación y organización de los datos se realizan a partir de la observación directa de los disfraces y la posterior clasificación con base en las categorías establecidas, pero no elaboran por escrito tablas de recuento (pictóricas o abstractas) ni tablas de frecuencias, sino que hacen un recuento oral e identifican las frecuencias de cada categoría.

En el dossier representan los datos usando un gráfico de barras simple con un intervalo frecuencial de uno y, seguidamente, llevan a cabo una interpretación por escrito a partir del análisis de los datos. En la Figura 9 se muestran los disfraces y la representación gráfica de uno de los grupos.

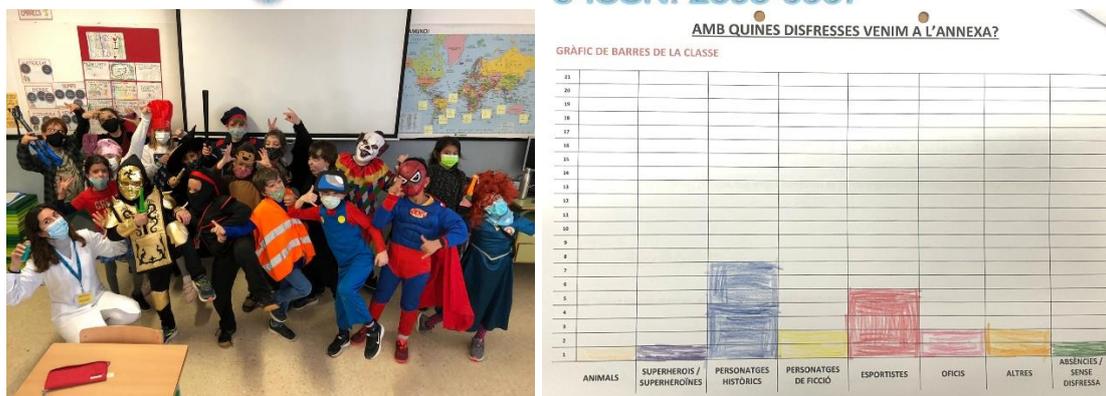


Figura 9 - Representación en un gráfico de barras simple, con un intervalo frecuencial 1
Fuente: elaboración propia

Para interpretar los datos, se plantean diversas preguntas (Figura 10):

- ¿Cuál es el tipo de disfraz que se repite más en clase?, ¿cuántas personas han venido con este tipo de disfraz?
- ¿Cuál es el tipo de disfraz que se repite menos en clase?, ¿cuántas personas han venido con este tipo de disfraz?
- Calcula cuántos alumnos, en total, han venido disfrazados de personajes de ficción o superhéroes y superheroínas.
- Calcula cuántos alumnos, en total, han venido disfrazados de animales, oficios y deportistas.
- ¿Hay alguna persona que haya venido disfrazada de personaje histórico? ¿Cuántas?
- ¿Cuántos disfraces habéis puesto en la categoría "otros"?

1. Contesta les següents preguntes, a partir d'observar la gràfica de la teva classe:

- Quin és el tipus de disfressa que es repeteix més a la classe? Quantes persones han vingut amb aquest tipus de disfressa?
PERSONATGES DE FICCIÓ I SUPERHEROÏNES
- Quin és el tipus de disfressa que es repeteix menys a la classe? Quantes persones han vingut amb aquest tipus de disfressa?
ANIMALS I SUPERHEROÏNES I ALTRES I UN SENSE DISFRESSA
- Calcula quants alumnes, en total, han vingut disfressats de personatges de ficció i superherois o superheroïnes.
3 ALUMNES
- Calcula quants alumnes, en total, han vingut disfressats d'animals, oficis i esportistes.
8 ALUMNES

Figura 10 - Preguntas para la interpretación de los datos

Tal como se observa en la Figura 10, se trata de preguntas orientadas a la obtención de conclusiones y también a la consolidación del sentido numérico, promoviendo que los alumnos de 7-8 años entiendan conceptos como más y menos, mayor y menor..., además de reconocer las relaciones entre elementos y grupos de elementos.

Ciclo 3 (4º y 5º de Educación Primaria)

La investigación estadística que llevan a cabo los cuatro grupos heterogéneos de este ciclo, con la mitad de alumnos de 4º y la otra mitad de 5º de Primaria en cada grupo, se documenta también en un dossier en el que, a diferencia del ciclo anterior, incluye también tablas de frecuencias de forma previa a la representación e interpretación de los datos.

A partir de la observación directa de los disfraces y la posterior clasificación según las categorías establecidas y, con base en los conocimientos numéricos que los alumnos movilizan, completan una tabla de frecuencias absolutas de cada categoría de la variable y, después, expresan las frecuencias relativas usando fracciones. A partir de las frecuencias, elaboran un gráfico circular o diagrama de sectores para representar los datos. Para confeccionar el gráfico, consideran la distribución de datos y calculan el ángulo correspondiente a cada dato, que es proporcional a cada frecuencia, es decir, a mayor frecuencia, el sector es más amplio y a menor frecuencia el sector es más pequeño. En la Figura 11 se muestra un ejemplo con uno de los grupos del tercer ciclo, que está constituido por 19 alumnos: en primer lugar, calculan el ángulo de cada sector dividiendo 360° entre 19, lo cual da un ángulo aproximado de 19° ; seguidamente, calculan el porcentaje que representa cada sector a través de la proporcionalidad directa, obteniendo que cada uno corresponde a un 5,3% del total del gráfico; finalmente, pintan los sectores que corresponden a cada categoría de disfraces según la frecuencia absoluta.



Figura 11 - Observación de los disfraces y elaboración de una tabla de frecuencias y un gráfico de sectores

Fuente: elaboración propia

Una vez hecha la representación, de nuevo se les formulan diversas preguntas para interpretar los datos y obtener conclusiones, además de ir ampliando el desarrollo de su conocimiento numérico y aritmético (Figura 12).

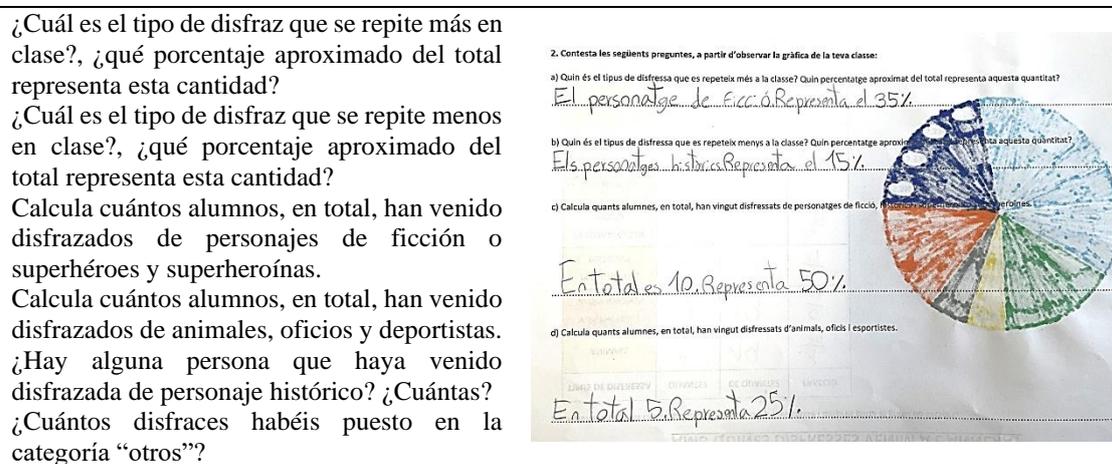


Figura 12 - Preguntas para la interpretación de los datos

Fuente: elaboración propia

Como se observa en la Figura 12, los alumnos consultan el gráfico previamente elaborado y responden usando porcentajes, teniendo presentes los contenidos de numeración

que se trabajan en estos niveles. Además, se aprovecha el contexto para plantearles el siguiente problema aritmético, con el propósito de reforzar tanto la habilidad de resolución de problemas como la lectura de tablas: “Suponiendo que fuésemos a una tienda a comprar nuestros disfraces, y que los precios fueran los de la tabla siguiente, calcula cuál sería el precio total de los disfraces de nuestra clase. Usa la tabla para guiarte y realiza las operaciones al lado, o detrás” (Figura 13).

3. Suponint que anéssim a una botiga a comprar les nostros disfresses, i que els preus fossin els de la següent taula, calcula quin seria el preu total de les disfresses de la nostra classe. Utilitza la taula per guiar-te i fes les operacions al costat, o darrera.

TIPUS DE DISFRESSA	PREU	OPERACIÓ	RESULTAT
ANIMALS	6€	6x1	6€
SUPERHEROIS / SUPERHERONES	16€	16x0	0€
PERSONATGES HISTÒRICS	8€	3x8	24€
PERSONATGES DE FICCIÓ	35€	7x15	105€
ESPORTISTES	7€	7x0	0€
OFICIS	9€	4x9	36€
ALTRES	10€	3x10	30€

Entotal costen 201€

$7 \times 10 + 5 = 70 + 35 = 105$

$6 + 24 = 30$

$105 + 36 = 141$

$30 + 30 = 60$ TOTAL:

$141 + 60 = 201€$

Figura 13 - Resolución de un problema aritmético contextualizado

Fuente: elaboración propia

6º de Educación Primaria

Los alumnos del último curso de la etapa de primaria, como en los dos ciclos anteriores, elaboran también un dossier con los datos y, además, son los responsables de responder a la segunda pregunta de investigación planteada a nivel de todo el colegio: analizar si hay diferencias entre las temáticas de los disfraces en los distintos ciclos.

En el dossier, siguen el mismo procedimiento que en ciclo anterior: elaboran una tabla de frecuencias absolutas y relativas a partir de la observación directa y la clasificación de los disfraces con base en las categorías y, seguidamente, representan los datos en un diagrama circular y los interpretan a partir de preguntas previamente pensadas por la comisión de matemáticas (Figura 14).

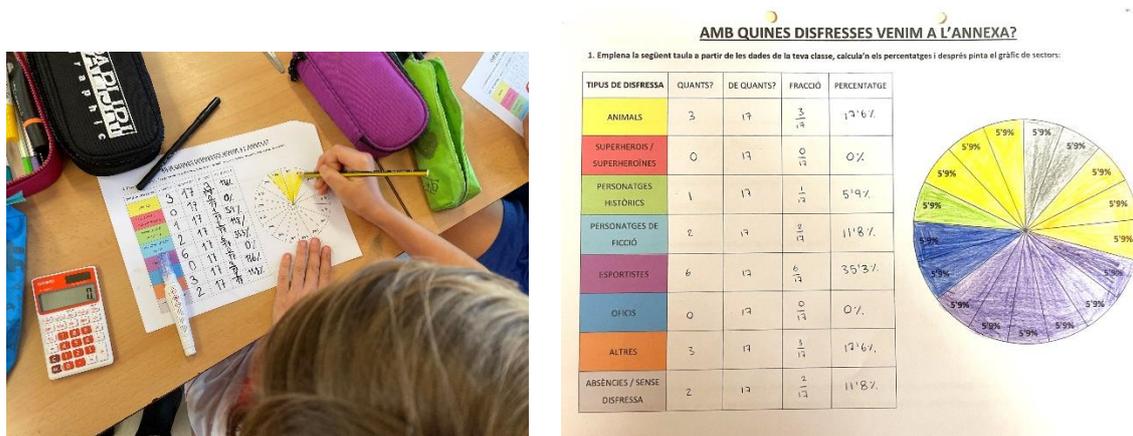


Figura 14 - Tabla de frecuencias, representación e interpretación de los datos
Fuente: elaboración propia

Las preguntas que se plantean, además, sirven para ir consolidando conocimientos numéricos, por ejemplo: “algún tipo de disfraces iguala o supera una cuarta parte del total? ¿cuál?”; “busca una fracción equivalente a cada una de las fracciones de la tabla”; etc.

Finalmente, por parejas, analizan si hay diferencias entre las temáticas de los disfraces en los distintos ciclos. Para llevar a cabo esta investigación, primero hacen un vaciado de los datos por ciclos: suman las frecuencias de cada categoría de todos los grupos del ciclo, elaboran un único diagrama circular y escriben unas conclusiones. En la Figura 15, por ejemplo, se muestran los resultados parciales del ciclo de Educación Infantil: “*los niños de P3 y P4 se han disfrazado mayoritariamente de personajes de ficción (33%), pero ha habido disfraces de todo tipo como: superhéroes (16%), personajes históricos (14,8%), animales (8,6%), deportistas (1,2%) y oficios (8,65). Pero también hay “los otros” (9,9%), que no son ninguno de los que hemos dicho antes. Y también hay que no se han disfrazado o no han venido, que son las ausencias/N.D. (7,4%)*”.

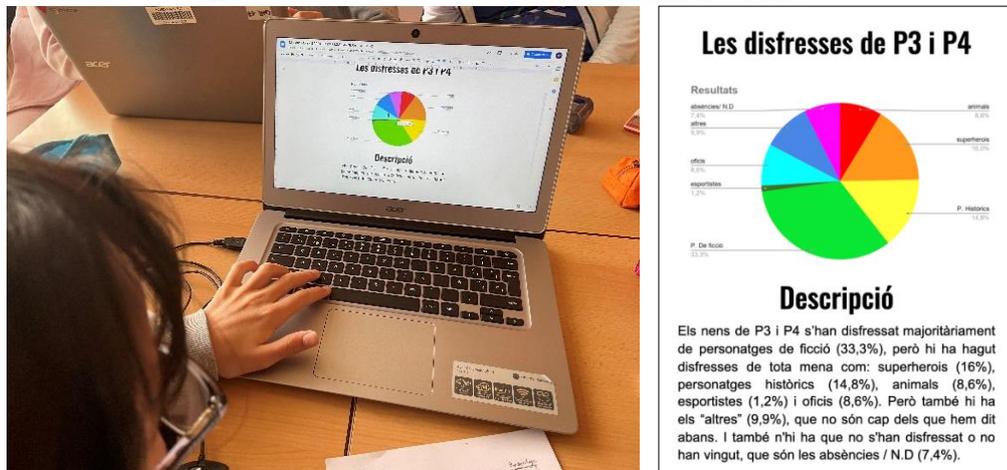


Figura 15 - Vaciado de los datos del ciclo de Educación Infantil
Fuente: elaboración propia

A partir de los resultados parciales de cada ciclo obtienen conclusiones, observando cierta variabilidad en los tipos de disfraces de cada ciclo: por ejemplo, mientras que en Educación Infantil los disfraces más frecuentes son los de personajes de ficción, en 6º de primaria la categoría más frecuente es “otros”. Adicionalmente, usando la tabla de frecuencias con el vaciado de los datos parciales de cada ciclo, obtienen los resultados globales y elaboran un único gráfico con los resultados de toda la escuela (Figura 16).

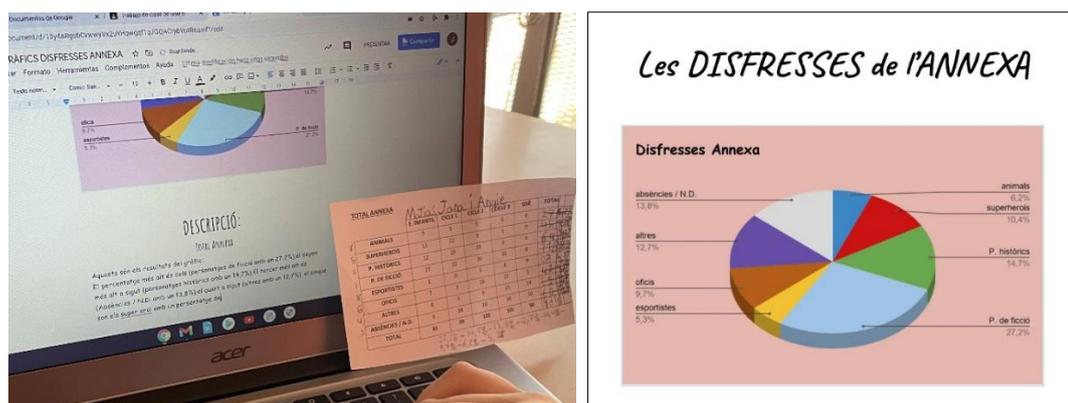


Figura 16 - Resultados globales de la escuela
Fuente: elaboración propia

Finalmente, tanto los resultados parciales por ciclos como los globales se publican en el *blog* de la escuela, para hacerlos accesibles a toda la comunidad educativa (<https://agora.xtec.cat/ceip-annexa-jp/general/estadistica-a-lannexa/>).

Consideraciones finales

En la primera parte de este artículo se ha indagado en las prácticas de enseñanza de la estadística en contexto durante las etapas de infantil y primaria, con el propósito de promover la alfabetización estadística en estas primeras edades (Gal, 2002). Este tipo de prácticas han sido ampliamente recomendadas por diversos organismos y autores que ven en los contextos reales una oportunidad para aprender estadística con sentido, a partir de proyectos de investigación en la línea planteada por Wild y Pfannkuch (1999), Batanero y Díaz (2004) o el Proyecto GAISE (Bargagliotti, 2020; GAISE College Report ASA Revision Committee, 2016; Franklin et al. 2007), entre otros.

Considerando este planteamiento, en los últimos años se han publicado diversas orientaciones y recursos para promover la alfabetización estadística en las primeras etapas escolares, considerando las distintas fases del ciclo de investigación. En infantil, por ejemplo, Alsina (2012, 2017a, 2018b, en prensa) propone una secuenciación de contenidos organizados por edades y en torno a la identificación y comparación de datos y, además, describe itinerarios para promover una enseñanza eficaz, otorgando una especial importancia al uso de contextos reales y materiales manipulativos. Rodríguez-Muñiz et al. (en prensa) profundizan en las primeras fases del ciclo de investigación y aportan orientaciones para establecer las categorías de una variable estadística, junto con técnicas para el recuento y la representación manipulativa. Y diversos autores, como Cervilla et al. (2014), Novo et al. (2020) y Vásquez et al. (2019), describen investigaciones estadísticas en contextos cercanos a los alumnos. En Primaria, Batanero y Godino (2004) ofrecen orientaciones didácticas para trabajar la estadística a partir de investigaciones y proyectos, y otros autores como Alsina

(2019), Alsina et al. (2020b), Berciano et al. (2020), Gil (2010) y Fernández y Rubiola (2016), entre otros, describen ejemplos para trabajar la estadística en contexto en esta etapa.

Con base en estas aportaciones, en la segunda parte se ha descrito un contexto común para promover la enseñanza de la estadística en toda una escuela a partir de la celebración del día de carnaval, con una doble intencionalidad: en primer lugar porque, tal como se ha indicado en la introducción, se considera que es necesario que los equipos de maestros de las escuelas tomen decisiones fundamentadas, argumentadas y compartidas acerca de la enseñanza de la estadística en los distintos niveles escolares. En este sentido, la definición de las funciones de la comisión de matemáticas de la Escola Annexa para definir una línea metodológica, en la línea planteada por Alsina (2021), puede ser una orientación para otros centros que deseen realizar cambios a nivel metodológico, lógicamente adaptándose a la propia realidad; y, en segundo lugar, porque la descripción de una propuesta de enseñanza de la estadística a partir de un mismo contexto en un centro escolar muestra una visión longitudinal de los contenidos de estadística que se trabajan en los distintos niveles, desde el recuento de datos a partir de los propios alumnos hasta la representación con gráficos de sectores, pasando por otros contenidos como las tablas de frecuencias o las primeras representaciones concretas con gráficos de barras, a partir de materiales manipulativos.

En el futuro, será necesario diseñar otras experiencias e ir incorporando otros contenidos, como por ejemplo el uso comprensivo de medidas de tendencia central para interpretar los datos en los últimos niveles de primaria (la media aritmética, la mediana o la moda), en el marco de una línea metodológica de centro del área de matemáticas que contribuya a formar personas alfabetizadas estadísticamente, capaces de interpretar críticamente los datos y expresar opiniones fundamentadas.

Referencias

Alsina, Á. (2009). El aprendizaje realista: una contribución de la investigación en Educación Matemática a la formación del profesorado. A M.J. González, M.T. González y J.

Murillo (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIII* (pp. 119-127). Santander: SEIEM.

Alsina, Á. (2011). *Educación matemática en contexto de 3 a 6 años*. Barcelona: ICE-Horsori

Alsina, Á. (2012). La estadística y la probabilidad en Educación Infantil: conocimientos disciplinares, didácticos y experienciales. *Revista de Didácticas Específicas*, 7, 4-22.

Alsina, Á. (2017a). Contextos y propuestas para la enseñanza de la estadística y la probabilidad en Educación Infantil: un itinerario didáctico. *Épsilon - Revista de Educación Matemática*, 95, 25-48.

Alsina, Á. (2017b). Investigación Estadística a l'Educació Infantil. Recuperado de <https://www.youtube.com/watch?v=t6zaOF9XFGU&t=150s>

Alsina, Á. (2018a). Seis lecciones de educación matemática en tiempos de cambio. Itinerarios didácticos para aprender más y mejor. *Padres y Maestros*, 376, 13-20.

Alsina, Á. (2018b). El número natural para organizar, representar e interpretar la información (estadística, azar y probabilidad). En M.C. Muñoz-Catalán y J. Carillo (Eds.), *Didáctica de las Matemáticas para maestros de Educación Infantil* (pp. 173-211). Madrid: Editorial Paraninfo.

Alsina, Á. (2019). *Itinerarios didácticos para la enseñanza de las matemáticas (6-12 años)*. Barcelona: Editorial Graó.

Alsina, Á. (2020a). El Enfoque de los Itinerarios de Enseñanza de las Matemáticas: ¿por qué?, ¿para qué? y ¿cómo aplicarlo en el aula? *TANGRAM – Revista de Educação Matemática*, 3(2), 127-159.

Alsina, Á. (2020b). Enseñar estadística en Educación Primaria: primeras recomendaciones desde el Enfoque de los Itinerarios de Enseñanza de las Matemáticas. En C. Ribeiro y A. Pavan (Eds.). *Investigações hispanobrasileiras em Educação Estatística* (pp. 107-112). Taubaté: Editora Akademy.

Alsina, Á. (2021). ¿Cómo definir una línea metodológica en el área de matemáticas? Tomando decisiones en la escuela. Artículo entregado para su publicación.

Alsina, Á. (en prensa). Ça commence aujourd'hui: alfabetización estadística y probabilística en la educación matemática infantil. *PNA, Revista de Investigación en Didáctica de la Matemática*.

- Alsina, Á., Vásquez, C, Muñiz-Rodríguez, L. y Rodríguez-Muñiz, L.J. (2020). ¿Cómo promover la alfabetización estadística y probabilística en contexto? Estrategias y recursos a partir de la COVID-19 para Educación Primaria. *Épsilon - Revista de Educación Matemática*, 104, 99-128
- Anasagasti, J. y Berciano, A. (2016). El aprendizaje de la estadística a través de PBL con futuros profesores de primaria. *Contextos Educativos*, 1 (extraordinario), 31-43.
- Araneda, A. M., Chandía, E., y Sorto, M. A. (2013). *Recursos para la formación inicial de profesores de Educación Básica*. Santiago de Chile: Ediciones SM.
- Bargagliotti, B. (Ed.) (2020). Pre-K–12 guidelines for assessment and instruction in statistics education II (GAISE II). Alexandria, VA, US: American Statistical Association. Recuperado de https://www.amstat.org/asa/files/pdfs/GAISE/GAISEIIPreK-12_Full.pdf.
- Baroody, A. J. (1988). A cognitive approach to writing instruction for children classified as mentally handicapped. *Arithmetic Teacher*, 36(2), 7–11. <https://doi.org/10.5951/at.36.2.0007>
- Batanero, C. y Díaz, C. (2004). El papel de los proyectos en la enseñanza y aprendizaje de la estadística. En J. Patricio Royo (Ed.), *Aspectos didácticos de las matemáticas* (125-164). Zaragoza: ICE.
- Batanero, C. y Díaz, C. (Eds.) (2011). *Estadística con proyectos*. Granada: Universidad de Granada.
- Batanero, C. y Godino, J.D. (2004). Didáctica de la Estadística y Probabilidad para Maestros. En J.D. Godino (Ed.), *Didáctica de las Matemáticas para Maestros* (pp. 405-439). Universidad de Granada.
- Berciano, A., Subinas, A., y Anasagasti, J. (2020). Análisis de la idoneidad didáctica de un proyecto de estadística diseñado e implementado en un contexto en riesgo de exclusión social. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, 18, 21-39. <https://doi.org/10.35763/aiem.v0i18.325>
- Cervilla, C., Arteaga, P., y Díaz-Levicoy, D. (2014). ¿Es posible trabajar con gráficos estadísticos en Preescolar? En *Acta XVIII Jornadas Nacionales de Educación Matemática* (pp. 114-119). Santiago de Chile, Chile: SOCHIEM. Recuperado de <https://www.sochiem.cl/documentos/2014-acta-jnem.pdf>

- Charalambous, C.Y. y Pitta-Pantazi, D. (2016). Perspectives on priority mathematics Education: Unpacking and understanding a complex relationship linking teacher knowledge, teaching, and learning. En L. English y D. Kirshner (Eds.), *Handbook of international research in mathematics education* (3ª ed., pp 19-59). UK: Routledge.
- Cobb, G. y Moore, D. (1997). Mathematics, Statistics, and Teaching, *American Mathematical Monthly*, 104, 801–823.
- Fernández, X. y Rubirola, D. (2016). Estadística y combinatoria para el día a día de la escuela. *Aula de Innovación Educativa*, 251, 18-22.
- Franklin, C., Kader, G., Mewborn, D. S., Moreno, J., Peck, R., Perry, M., y Scheaffer, R. (2007). *A Curriculum Framework for K-12 Statistics Education. GAISE Report*. American Statistical Association. Recuperado de http://www.amstat.org/education/gaise/GAISEPreK-12_Full.pdf
- Freudenthal, H. (1991). *Revisiting mathematics education*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- GAISE College Report ASA Revision Committee (2016). *Guidelines for Assessment and Instruction in Statistics Education College Report 2016*. Recuperado de <http://www.amstat.org/education/gaise>
- Gal, I. (2002). Adults' Statistical literacy: Meanings, components, responsibilities. *International Statistical Review*, 70(1), 1-25.
- Gil, A. R. (2010). Proyectos de Estadística en Primaria. Material editado por el Instituto Canario de Estadística (ISTAC). *NÚMEROS, Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 75, 121-129.
- Hahn, C. (2014). Linking academic knowledge and professional experience in using statistics: a design experiment for business school students. *Educational Studies in Mathematics*, 86(2), 239-251.
- Lin, F-L. y Rowland, T. (2016). Pre-Service and in-service mathematics teachers' knowledge and professional development. En A. Gutierrez, G. C. Leder y P. Boero (Eds.), *The Second Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education* (pp. 483-520). Rotterdam, The Netherlands: Sense Publishers.
- Novo, M. L., Cuida, A., y Encinas, M. (2020). Un acercamiento a la sostenibilidad desde la Educación Matemática Realista en el aula de Infantil. *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia*, 9(2), 37-50.

Reeuwijk, M.V. (1997). Las matemáticas en la vida cotidiana y la vida cotidiana en las matemáticas. *UNO, Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 12, 9-16.

Rodríguez-Muñiz, L.J., Muñiz-Rodríguez, L. Vásquez, C, y Alsina, Á. (2020). ¿Cómo promover la alfabetización estadística y de datos en contexto? Estrategias y recursos a partir de la COVID-19 para Educación Secundaria. *NÚMEROS, Revista de Didáctica de la Matemática*, 104, 217-238.

Rodríguez-Muñiz, L.J., Muñiz-Rodríguez, L., y Aguilar, Á. (en prensa). El recuento y las representaciones manipulativas: los primeros pasos de la alfabetización estadística. *PNA, Revista de Investigación en Didáctica de la Matemática*.

Vásquez, C., Díaz-Levicoy, D., Coronata, C., Alsina, á. (2018). Alfabetización estadística y probabilística: primeros pasos para su desarrollo desde la Educación Infantil. *Cadernos Cenpec*, 8(1), 154-179.

Wild, C. y Pfannkuch, M. (1999). Statistical thinking in empirical enquiry (with discussion). *International Statistical Review*, 67(3), 223–265. <https://doi.org/10.1111/j.1751-5823.1999.tb00442.x>

Contribuciones de los autores

1º autor: conceptualización, supervisión, redacción, revisión y edición.

2º autor: conceptualización, obtención de datos, revisión.