Tangram
Revista de Educação Matemática

DOI: 10.30612/tangram.v5i4.13827

“Professora, não entendi o problema!” Conversando sobre a interpretação de enunciados que envolvem volume de sólidos

“Teacher, I didn't understand the problem!”
Talking about the interpretation of statements that involve volume of solids

“Maestro, ¡no entendí el problema!”
Hablar de la interpretación de enunciados que involucran volumen de sólido

Lais Scorziello Feitosa da Silva
Licenciatura de Matemática, Instituto Federal do Espírito Santo (IFES)
Cachoeiro de Itapemirim, Espírito Santo, Brasil
E-mail:laisscorziello@hotmail.com
Orcid: https://orcid.org/0000-0001-6436-184X

Thiarla Xavier Dal-Cin Zanon
Licenciatura de Matemática, Instituto Federal do Espírito Santo (IFES)
Cachoeiro de Itapemirim, Espírito Santo, Brasil
E-mail: thiarlax@ifes.edu.br
Orcid: https://orcid.org/0000-0002-7120-2262

Rônei Sandro Vieira
Licenciatura de Matemática, Instituto Federal do Espírito Santo (IFES)
Cachoeiro de Itapemirim, Espírito Santo, Brasil
E-mail: ronei.vieira@ifes.edu.br
Orcid: https://orcid.org/0000-0001-8984-4725

Resumo: “Professora, não entendi o problema! O que ele está dizendo?” Essas e outras expressões costumam ser recorrentes em aulas de matemática quando se trabalha com resolução de problemas, principalmente quando em situações que exigem mais leitura e interpretação. Por isso, discute-se, neste artigo, dificuldades apresentadas por estudantes da terceira série do ensino médio quando interpretam enunciados complexos de problemas do ENEM que envolvem volume de sólidos. A partir dos estudos de Polya (1973) e Zanon (2019), analisa-se dados de um estudo de caso qualitativo, desenvolvido em 2019 com 61 estudantes de uma escola estadual de Itapemirim/ES. Os resultados apontaram que a resolução de problemas pautada na identificação de atributos relevantes auxilia na interpretação de enunciados complexos e possibilita a identificação e a compreensão dos conceitos matemáticos implícitos. Além disso, promove a interação ativa e reflexiva entre professor e aluno durante o processo de produção do conhecimento.

Palavras-chave: Resolução de problemas. Ensino médio. Volume de sólidos.

Abstract: “Teacher, I didn’t understand the problem! What does it mean?” These and other expressions are frequent in mathematics classes when working with problem solving, especially when in situations that require more reading and interpretation. For this reason, this study discusses difficulties shown by students from the third grade of high school when they interpret complex statements of National High School Exam (ENEM) problems that involve volume of solids. Based on the studies by Polya (1973) and Zanon (2019), data from a qualitative case study, developed in 2019 with 61 students from a state school in Itapemirim/ES, are analyzed. The results showed that problem solving based on the identification of relevant attributes helps in the interpretation of complex statements and enables the identification and understanding of the implicit mathematical concepts. Furthermore, it promotes active and reflective interaction between teacher and student during the knowledge production process.

Keywords: Problem solving. High school. Volume of solids.

Resumen: “¡Maestro, no entiendo el problema! ¿Qué está diciendo?" Estas y otras expresiones suelen ser recurrentes en las clases de matemáticas cuando se trabaja en la resolución de problemas, especialmente cuando se encuentran en situaciones que requieren más lectura e interpretación. Por esta razón, este artículo analiza las dificultades que presentan los estudiantes de tercer grado de secundaria cuando interpretan enunciados complejos de problemas ENEM que involucran volumen de sólidos. A partir de los estudios de Polya (1973) y Zanon (2019), se analizan los datos de un estudio de caso cualitativo, desarrollado en 2019 con 61 alumnos de una escuela pública de Itapemirim / ES. Los resultados mostraron que la resolución de problemas basada en la identificación de atributos relevantes ayuda en la interpretación de enunciados complejos y permite la identificación y comprensión de los conceptos matemáticos implícitos. Además, promueve la interacción activa y reflexiva entre profesor y alumno durante el proceso de producción del conocimiento.

Palabras clave: Resolución de problemas. Escuela secundaria. Volumen de sólidos.

Recebido em
18/02/2021
Aceito em
29/11/2021

CONSIDERAÇÕES INICIAIS

“Professora, não entendi o problema! O que ele está dizendo?” Qual professor(a) de matemática ainda não se deparou com expressões semelhantes? Nossa experiência tem mostrado que compreender o enunciado de um problema de matemática nem sempre é uma tarefa fácil. Isso acontece, principalmente, quando trabalhamos com situações que envolvem enunciados complexos que fogem do tipo “resolva” e/ou “calcule” e que exigem duas ou mais leituras para a compreensão das informações subjacentes ao texto matemático (Zanon, 2019). Por isso, acreditamos não ser raro ouvirmos expressões desse tipo em sala de aula.

Nós professores sempre esperamos que os estudantes, ao se apropriarem de um enunciado, compreendam sua mensagem, pois isto influenciará todo o processo de resolução do problema (Zanon, 2019). Desse modo, importa que sua linguagem seja compreendida e operacionalizada por seus destinatários, uma vez que, ao propor um problema, o professor “[...] imagina que os alunos tenham um conhecimento inicial necessário para compreender e operar com os dados [...] [nele apresentado]” (Zanon, 2019, p. 109).

Além dessas motivações acerca da importância da compreensão do enunciado de um problema matemático, experienciamos durante a prática de estágio supervisionado III, desenvolvida na 3ª série do ensino médio de uma escola pública estadual, que os alunos dificilmente conseguiam solucionar problemas com enunciados mais complexos, principalmente os de geometria. Geralmente, questões desse conteúdo são acompanhadas de enunciados mais complexos, o que exige mais dedicação e compreensão do aluno para identificar quais dados são relevantes e úteis ao processo de resolução. E, como os estudantes estavam habituados a resolver problemas de enunciados simples (resolva, calcule, encontre o valor de “x”), eles não foram capazes de ler, reler e interpretar o problema matemático.

À época, a professora da turma enfatizou que considerava essencial o trabalho com a resolução de problemas de geometria espacial, principalmente aqueles com o cálculo de volume de sólidos, pois questões desse tipo aparecem com frequência no Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM). Validando este pensamento, Sturion e Amaral-Schio (2019), salientam a atualidade e relevância do trabalho no ensino médio com o conteúdo de volume, dada a pertinência ao público-alvo que passa por esse tipo de avaliação externa.

Diante desse cenário, discute-se neste artigo, dificuldades apresentadas por estudantes da terceira série do ensino médio quando interpretam enunciados complexos de problemas do ENEM que envolvem volume de sólidos. Para isso, trazemos aqui um recorte de um estudo de caso qualitativo do qual participaram 61 estudantes da terceira série do ensino médio de uma escola estadual de Itapemirim/ES.

Organizamos nossa exposição da seguinte forma: primeiramente, apresentamos alguns apontamentos teóricos sobre (i) volume de sólidos, (ii) atributos relevantes e (iii) resolução de problemas, visto que, além de sustentarem o estudo, eles fundamentaram a análise de dados. Em seguida, mostramos a metodologia sobre a qual a pesquisa foi delineada. Por fim, discutimos os dados, tecemos nossas considerações finais e evidenciamos algumas conclusões.

APONTAMENTOS TEÓRICOS

O conceito de volume empregado em geometria se refere à "medida do espaço ocupado por um sólido" (Ferreira, 2006, p. 822). Nesse sentido, ao abordar a noção de volume, Lima (1991) menciona as ideias de "medida" e "espaço" encontradas em Ferreira (2006) ao afirmar que, de modo intuitivo, "o volume de um sólido é a quantidade de espaço por ele ocupada (p. 61)". Além disso, acrescenta que para encontrar o volume, o interesse está em medir esta grandeza[1] e, para isso, deve-se

[1] A BNCC (Brasil, 2018) fala sobre a relação da "grandeza", "unidade" e "número", afirmando que a "expectativa é que os alunos reconheçam que medir é comparar uma grandeza com uma unidade e expressar o resultado da comparação por meio de um número". Afirmativa essa, que vai ao encontro da ideia intuitiva abordada por Lima (1991).

compará-la com uma unidade. Assim, “o resultado dessa comparação será um número: a medida do volume (p. 61)”.

Lima (1991) salienta que a noção intuitiva não é uma definição matemática formal e destaca que é essencial obter uma sistematização mais precisa. Para isso, ele apresenta uma definição geral de volume de um sólido S, feita a partir de aproximações de poliedros retangulares P contidos em S e por poliedros Q contendo S. Esta definição não fornece, de imediato, regras práticas para o cálculo de volumes. Por outro lado, porém, ela alcança perfeitamente o seu objetivo: a sistematização precisa do conceito. Além disso, a partir desta definição, podemos deduzir as regras usuais de cálculo de volume de poliedros, que são apresentadas diretamente em vários livros do ensino médio.

Quanto à resolução de problemas, os Parâmetros Curriculares Nacionais [PCN], (Brasil, 2000) do ensino médio mencionam a necessidade de adotar métodos de aprendizagem ativos e interativos, que instiguem o aluno a participar e questionar os conteúdos abordados nas aulas. Dessa forma, o documento recomenda a resolução de problemas por considerá-la como uma importante estratégia de ensino. Morais e Onuchic (2014) a definem como uma abordagem metodológica e enfatizam que a resolução de problemas não se trata apenas da prática de resolver problemas nas aulas de matemática; mas, ela “pressupõe aulas de Matemática com professores e alunos envolvidos em comunidades de aprendizagem, desempenhando diferentes papéis e responsabilidades, visando a promover uma aprendizagem mais significativa” (p. 17).

Por outro lado, Suydam (1997) comenta sobre a dificuldade dos estudantes em resolver problemas. Segundo a autora, “há um reconhecimento crescente de que os resultados em cálculos não são tão fracos como os obtidos na aplicação de cálculos e outras habilidades à resolução de problemas” (p. 49). Ou seja, a maior dificuldade dos estudantes está em resolver questões aplicadas a um contexto que envolva a resolução de problemas, e não em efetuar cálculos. Além disso, o PCN (Brasil, 2000) cita diversas contribuições da resolução de problemas para o aluno, quais sejam:

> [...] aprendem a desenvolver estratégia de enfrentamento, planejando etapas, estabelecendo relações, verificando regularidades, fazendo uso dos próprios erros cometidos para buscar novas alternativas; adquirem espírito de pesquisa, aprendendo a consultar, a experimentar, a organizar dados, a sistematizar resultados, a validar soluções; desenvolvem sua capacidade de raciocínio, adquirem autoconfiança e sentido de responsabilidade; e, finalmente, ampliam sua autonomia e capacidade de comunicação e de argumentação (p. 52).

Nesse fragmento do PCN (Brasil, 2000) vê-se referência às proposições de Polya (1973) sobre a resolução de problemas. Em seu texto, ele descreve quatro fases necessárias para se resolver um problema de matemática. São elas: 1) compreender o problema; 2) estabelecer um plano; 3) executar o plano e 4) examinar a solução obtida. Para o autor, cada uma dessas fases tem sua importância. Por isso, destaca que se o aluno “pular” qualquer uma delas, deve ter consciência de sua atitude, pois “alguma coisa muito inconveniente e desastrosa pode resultar” (Polya, 1973, p. 5).

A primeira fase definida por Polya (1973) nos leva a constatar que interpretar o enunciado de um problema é extremamente importante, considerando que, sem este passo, dificilmente o resolvedor irá conseguir chegar à solução final (Zanon, 2019). Para ele, “é uma tolice responder a uma pergunta que não tenha sido compreendida” (Polya, 1973, p. 4). No entanto, sabe-se que quanto mais complexo for o enunciado, maior será a chance de o aluno apresentar dificuldades em compreender o problema. Por isso, analisamos a seguir a diferença entre problemas com enunciados simples e com enunciados complexos.

Para Zanon (2019), problemas simples “[...] são aqueles cujos enunciados são diretos, deixando evidentes os dados para a sua resolução. Esta pode ser encontrada sem muito esforço intelectual, porque envolve geralmente apenas um tipo de cálculo, usando operações elementares” (p. 143). De acordo com a pesquisadora, os problemas de enunciados complexos exigem, geralmente, uma segunda ou terceira leitura de seu texto, pois os enunciados são mais elaborados e contém mais informações que precisam ser refinadas e compreendidas. Assim, a identificação dos dados relevantes ou irrelevantes em um problema com enunciado complexo se torna mais difícil, quando comparado ao mesmo tipo de identificação em problemas com enunciados mais simples. Segundo Zanon (2019), esses problemas "exigem reflexão e análise para a sua resolução, levando a busca de estratégias por mais de uma operação. Envolvem raciocínios mais complexos e costumam ser desafiadores" (p. 144).

Em ambos os tipos de enunciados, o resolvedor deve se atentar às ideias subjacentes a eles para identificar quais atributos são relevantes e/ou irrelevantes para o processo de resolução. Aqui, o conceito de atributos relevantes e irrelevantes será adaptado ao objetivo deste estudo assim como Zanon (2019) adaptou os estudos de Hershkowitz (1994)[2], ajustando as ideias dos conceitos de atributos relevantes e irrelevantes à sua pesquisa sobre análise combinatória. Desse modo, consideramos "atributos relevantes como o conjunto de características que devem ser reconhecidas em um enunciado [...]" (Zanon, 2019, p. 101). No nosso caso, essas características, dizem respeito às ideias conceituais subjacentes ao enunciado a fim de que seja possível o cálculo de volumes de sólidos. Por outro lado, os atributos irrelevantes são entendidos como o conjunto de características que não são relevantes (Zanon, 2019) para o cálculo, "[...] mas são úteis à matemática e se apresentam associadas a outros conceitos" (Zanon, 2019, p. 101). Assim, essa pesquisa focalizará nos atributos relevantes (ver Tabela 1) associados ao volume de sólidos, atentando-se aos termos conceituais no momento da análise dos enunciados e da seleção de dados para a resolução.

É importante ressaltar que enunciados de problemas matemáticos apresentam particularidades que podem ser inexistentes em textos comuns da língua portuguesa. Smole e Diniz (2001), ao afirmarem essa ideia, dizem que "[...] há uma especificidade, uma característica própria na escrita matemática que faz dela uma combinação de

[2] Hershkowitz, R. (1994). Aspectos psicológicos da aprendizagem da geometria. *Boletim GEPEM*, v. 32.

sinais, letras e palavras que se organizam segundo certas regras para expressar ideias" (p. 70). Assim, ao pensar, por exemplo, na etapa de compreender o problema (Polya, 1973), é essencial considerar as ideias das autoras, visto que elas evidenciam que a dificuldade em compreender um enunciado matemático não deve ser associada apenas à falta de fluência na leitura, mas também, às especificidades do texto matemático.

Outro aspecto ressaltado por Polya (1973), que auxilia na compreensão de um enunciado de problema, é o método de questionar do professor. Segundo o autor, ele consiste em uma lista de questões elaboradas pelo professor de modo a despertar o pensamento do estudante para a compreensão do texto matemático. Geralmente, o professor inicia com uma indagação ou sugestão mais ampla e perpassa por outras questões "[...] mais específicas e concretas até chegar à que provoque a resposta na mente do estudante" (p. 14). Desse modo, o aluno será levado à solução de forma indireta e de maneira que precise analisar as indagações do professor. Por isso, Polya (1973) afirma que "[...] sugestões devem ser genéricas, aplicáveis não apenas ao problema presente, mas também a problemas de todos os tipos [...] assim elas poderão desenvolver a capacidade do estudante e não somente uma técnica específica" (p. 14).

METODOLOGIA

Desenvolvemos um estudo de caso qualitativo no qual buscamos compreender as perspectivas dos sujeitos frente ao objeto investigado. Utilizamos uma abordagem interpretativa dos dados, que se originaram pelo contato direto dos pesquisadores com o ambiente pesquisado (Lüdke & André, 1986). Estudou-se "[...] um caso particular, considerado representativo de um conjunto de casos análogos" (Severino, 2016, p. 128). Os sujeitos dessa pesquisa foram 61 estudantes de duas turmas de terceira série do ensino médio regular diurno de uma escola estadual de Itapemirim/ES. Para fins éticos, nesse texto, eles serão identificados por uma letra maiúscula do alfabeto, escolhida, aleatoriamente, por cada um deles.

Entre os meses de maio a setembro de 2019, estudamos o caso desses alunos, na interpretação de problemas sobre volume de sólidos, utilizando como instrumento de coleta de dados as questões das provas do ENEM de 2016, 2017 e 2018. Selecionando as questões de geometria que envolviam o cálculo de volume, encontramos quatro questões, duas em 2016 e duas em 2017. Para a aplicação aos alunos, priorizamos as questões 136 e 161 (ENEM, 2016), e a questão 142 (ENEM, 2017), todas do caderno azul[3], pois além da atualidade, apresentavam diversos níveis de dificuldade quanto ao cálculo de volume. Porém, devido a extensão de dados, comentamos aqui somente a questão 136 (ENEM, 2016) (ver Tabela 1). Antes da aplicação, resolvemos cada uma das questões, listamos conteúdos envolvidos e atributos relevantes referentes aos conhecimentos necessários à interpretação do enunciado e à resolução de cada problema. Além disso, relacionamos dificuldades que os estudantes poderiam apresentar durante a resolução e estas foram constituídas como nosso parâmetro/categoria de análise, para acompanhamos o processo de resolução e para analisarmos as soluções.

Tabela 1

Questão, conteúdos, atributos e possíveis dificuldades de alunos

Questão 136 (ENEM, 2016, caderno azul, p. 17): Em regiões agrícolas, é comum a presença de silos para armazenamento e secagem da produção de grãos, no formato de um cilindro reto, sobreposto por um cone, e dimensões indicadas na figura. O silo fica cheio e o transporte dos grãos é feito em caminhões de carga cuja capacidade é de 20 m³. Uma região possui um silo cheio e apenas um caminhão para transportar os grãos para a usina de beneficiamento.

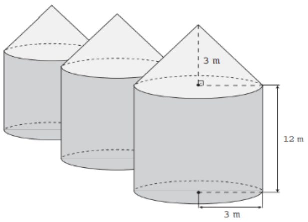


Figura 1. Questão 136
Fonte: ENEM, caderno azul, p. 17 (2016).

[3] Até 2019 as provas do ENEM eram compostas por cadernos de quatro cores: azul, amarelo, branco e rosa. As cores indicam provas distintas que se diferenciam por alterações na ordem das questões.

Utilize 3 como aproximação para π. O número mínimo de viagens que o caminhão precisará fazer para transportar todo o volume de grãos armazenados no silo é: a) 6 b) 16 c) 17 d) 18 e) 21
Conteúdos: Principal – Volume do cilindro e do cone; Subjacente – Proporção.
Atributos relevantes: • Compreender o conceito de volume; • Conhecer as características dos sólidos envolvidos na questão: - cilindro reto (sólido alongado e arredondado que possui o mesmo diâmetro ao logo de seu comprimento e círculos com mesmo raio situados em planos paralelos); - cone reto (composto por uma base circular gerada pela revolução de um triângulo retângulo e sua altura é perpendicular ao centro da base); • Saber efetuar o cálculo de proporção, e, por fim, conseguir calcular o volume do cilindro e do cone.
Possíveis dificuldades: a) Identificar que é preciso calcular o volume de dois sólidos para obter o volume total do silo; b) Identificar que o cone e o cilindro possuem mesma base e, assim, mesmo raio; c) Interpretar que em uma viagem o caminhão só pode carregar uma parte da carga total do silo, e, concluir que deverá utilizar regra de três simples para descobrir quantas viagens serão necessárias; d) Perceber que um número decimal, como resposta da quantidade de viagens, precisa ser arredondado para o primeiro natural maior que ele.

Fonte: Elaborado pelos pesquisadores (2019).

A seguir, analisamos e discutimos os dados. Inicialmente, descrevemos o contexto da produção e da coleta que diz respeito à aplicação da tarefa nas turmas. Em seguida, tratamos do conceito de volume apresentado aos estudantes. Na sequência, abordamos nossas observações e impressões acerca do comportamento dos alunos durante a resolução do problema, analisamos e sintetizamos as soluções apresentadas, e, discutimos as respostas obtidas com base nas categorias mencionadas anteriormente.

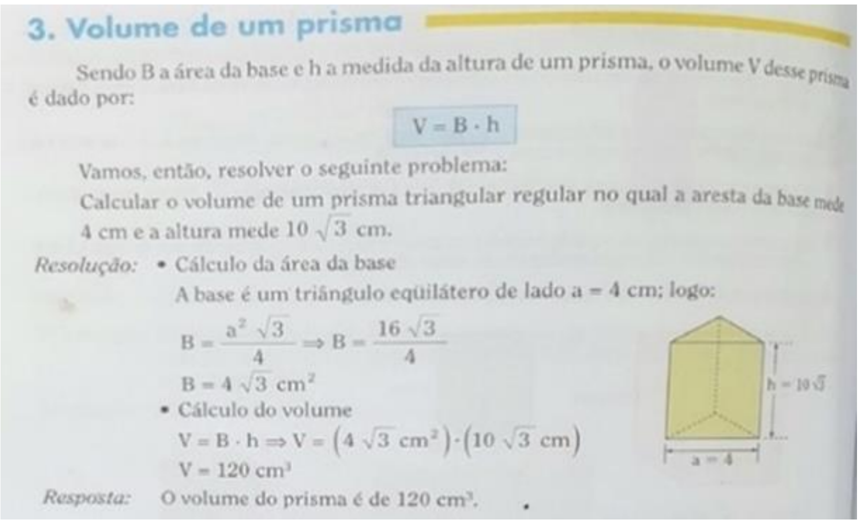
ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS DADOS

Nos dias 27 e 28 de junho de 2019, desenvolveu-se a pesquisa de campo, constituída pela identificação das dificuldades apresentadas pelos estudantes quando interpretavam e resolviam a questão 136 do ENEM (2016). Ela foi impressa e entregue para cada aluno das turmas de 3ª série II e III, com 32 e 33 alunos, respectivamente, cujas idades variavam entre 16 e 19 anos. Estiveram presentes às aulas e realizaram a tarefa individualmente 61 alunos.

Inicialmente, não ajudaríamos os estudantes na resolução do problema, pois interessava à pesquisa identificar, em suas respostas, dificuldades surgidas nesse processo. Porém, ambas as turmas não conseguiam solucionar as questões e decidimos auxiliá-las com o método de questionar do professor (Polya, 1973). Gastamos 110 minutos para completar a tarefa e, em seguida, dialogamos com eles sobre suas dúvidas. Estes diálogos foram gravados e, posteriormente, transcritos com o objetivo de validar a análise de dados.

SOBRE O CONCEITO DE VOLUME

Consideramos pertinente conhecer a definição de volume de sólidos apresentada aos alunos. O material usado pela professora foi um livro didático antigo, sem capa e contracapa. Por isso, não foi possível identificar autor, título, ano de publicação e editora. Na Figura 2, apresentamos o conceito de volume extraído do material em questão.



3. Volume de um prisma

Sendo B a área da base e h a medida da altura de um prisma, o volume V desse prisma é dado por:

$$\boxed{V = B \cdot h}$$

Vamos, então, resolver o seguinte problema:

Calcular o volume de um prisma triangular regular no qual a aresta da base mede 4 cm e a altura mede $10\sqrt{3}$ cm.

Resolução: • Cálculo da área da base

A base é um triângulo equilátero de lado a = 4 cm; logo:

$B = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \Rightarrow B = \frac{16\sqrt{3}}{4}$

$B = 4\sqrt{3}\ cm^2$

• Cálculo do volume

$V = B \cdot h \Rightarrow V = \left(4\sqrt{3}\ cm^2\right) \cdot \left(10\sqrt{3}\ cm\right)$

$V = 120\ cm^3$

Resposta: O volume do prisma é de $120\ cm^3$.

Figura 2. Conceito de volume apresentado aos alunos.
Fonte: Arquivo dos pesquisadores (2019)

Na primeira frase, o autor já afirma que o volume de um prisma com área da base *B* e altura *h* é dado pela equação:

$$V = B.h.$$

Em seguida, aplica esta equação ao caso de um prisma triangular regular. Assim, é evidente que o texto não apresenta (i) definição para sólido geométrico; (ii) menção ao fato de possuírem três dimensões e (iii) relação explícita ao conceito de espaço e de medida, ideias que estão relacionadas com a noção intuitiva de volume abordada por Lima (1991) e presentes em Ferreira (2006).

Motivados por isso, analisamos cadernos de seis alunos, escolhidos arbitrariamente em uma das turmas, procurando alguma informação complementar que ajudasse a compreender o que foi apresentado como conceito de volume. Nada foi identificado e os alunos foram indagados, aleatória e individualmente, sobre seu entendimento acerca do conceito em questão. De modo geral, responderam que "essa matéria" já tinha sido estudada no ano anterior (2ª série). Algumas respostas apresentavam uma ideia próxima à noção intuitiva de volume dada por Lima (1991). A seguir algumas delas são exemplificadas.

> Volume é a capacidade que uma área pode aguentar. (C em 21/07/2019)
> Quantidade de substância que coloca dentro do objeto. (D em 21/07/2019)
> Quantidade de espaço de uma figura geométrica. (E em 21/07/2019)

Ao analisarmos estas respostas a partir das considerações de Lima (1991), notamos que eles entendiam a ideia intuitiva de volume, mas expressavam suas concepções com termos diferentes dos utilizados pelo autor, tais como, "figura" e "área" ao invés de sólido geométrico; "substância" ao invés de espaço e "aguentar" e "colocar" ao invés de ocupar. Uma outra parte das respostas compunha o conjunto daqueles que "não sabiam responder". As demais, assinalavam que volume poderia ser assim entendido:

> "Um número a ser multiplicado?". (G em 21/07/2019)
> "Base vezes altura". (H em 21/07/2019)

Percebemos uma associação do conceito de volume com o uso de "fórmulas", o que corresponde ao trabalho feito pela professora (ver Figura 2). Mas, mesmo tentando associar a ideia/noção de volume às fórmulas, os alunos fizeram essa relação de modo equivocado. De um modo geral, observamos que, ao pensarem sobre uma resposta para o conceito de volume, eles se mostraram inseguros e não sabiam que termos linguísticos e matemáticos utilizariam para formular uma resposta escrita e/ou verbal.

OBSERVAÇÕES E IMPRESSÕES ACERCA DO COMPORTAMENTO DOS ALUNOS DURANTE A RESOLUÇÃO

Durante a tarefa, os estudantes nos questionavam sobre os problemas propostos com indagações semelhantes àquelas que utilizamos no início deste artigo. Ao atendê-los individualmente, vimos que a primeira queixa era o fato de não se lembrarem das fórmulas para o cálculo do volume. Visto isso, decidimos dialogar com os estudantes acerca dos procedimentos de cálculo e anotá-los no quadro da sala. Com este auxílio, eles desenvolviam corretamente parte das resoluções, mas não encontravam a alternativa correta. Isso nos mostrou que eles não conseguiam identificar o que era pedido pelo problema (Zanon, 2019). Assim, orientamos que lessem e relessem o enunciado, identificassem os dados e anotassem o que estava sendo perguntado no problema, isto é, "o que o problema queria saber" (Zanon, 2019). Como eles não conseguiam avançar na resolução, por não terem entendido o enunciado, ficou-nos evidente a importância da primeira etapa da heurística de Polya (1973).

Depois que a pergunta do problema foi identificada, parte dos alunos não conseguiu retirar as informações necessárias (dados) do enunciado e estabelecer um plano de resolução (Polya, 1973), o que está diretamente relacionado com a noção de atributos relevantes e irrelevantes (Zanon, 2019) pois estes são imprescindíveis para o entendimento do texto e organização da resolução. Além disso, em sua maioria, eles não interpretavam os valores que resultavam dos cálculos, isto é, não conseguiam pensar qual o significado daquele número encontrado dentro do contexto do problema. Por exemplo, no caso da questão 136, não transpunham o número decimal para o inteiro.

ANÁLISE DA RESOLUÇÃO DOS ESTUDANTES

Como dito anteriormente, analisamos aqui somente os dados obtidos com a resolução da questão 136 (ver Tabela 1) pelos alunos da 3ª série do ensino médio. Para solucionarem o problema, eles precisariam calcular o volume dos dois sólidos, cilindro e cone, que formavam juntos um silo. Após encontrarem o volume de cada um deles, deveriam somá-los para, assim, descobrirem o volume total do silo, da seguinte forma:

$$324m^3 + 27m^3 = 351m^3$$

Por último, para encontrarem o número de viagens que o caminhão deveria fazer para transportar toda a carga do silo, seria necessário dividir o volume total do silo por $20m^3$ (volume da carga do caminhão) e o resultado seria o número decimal 17,55.

Para assinalar a alternativa correta, que só possuía números inteiros, os estudantes precisariam interpretar o número encontrado. Deveriam identificar que o caminhão faria 17 viagens usando sua capacidade total de carga (parte inteira do número de viagens) e mais 01 viagem com 0,55 de sua capacidade total de carga (parte decimal do número de viagens). A primeira dúvida que identificamos no diálogo, ainda na resolução da tarefa, foi o cálculo do volume total considerando apenas o cilindro, fato já assinalado no item "a" da nossa lista de possíveis dificuldades (ver Tabela 1). Para auxiliá-los, usamos indagações do tipo: "O que é um silo?"; "Observando a imagem, como é o silo apresentado no problema?"; "Em geometria, quais nomes recebem?".

Outra dúvida foi a identificação do resultado encontrado para o volume do silo com a resposta do problema. Como não havia alternativa com tal opção, pensaram em erros de cálculo. Assim, constatamos que esses alunos não identificaram o que o problema pedia e não selecionaram os dados necessários a resolução. Esse fato pode ser relacionado à fala de Suydam (1997, p. 49) quando afirma que “os alunos se saem melhor na resolução de cálculos do que na aplicação destes em problemas”. É importante ressaltar que eles não perceberam o que era questionado no problema e nem identificaram os outros dados que faziam menção ao caminhão: atentaram-se somente para o volume do silo; fato já indicado por (Zanon, 2019, p. 101) ao falar da “dificuldade das turmas em identificar os atributos relevantes do enunciado”. Concluímos que a dificuldade encontrada pelos estudantes diante dos problemas com enunciados mais complexos, vincula-se à falta de preparo para interagir com este tipo de questão que exige uma maior reflexão, análise, e, ainda, a formulação de estratégias que envolviam mais de uma operação (Zanon, 2019).

A terceira dúvida que identificamos foi sobre o valor do raio do cone (também prevista por nós: item “b”, ver Tabela 1). Essa informação estava presente na seguinte parte do enunciado: “[...] no formato de um cilindro reto, *sobreposto por um cone*[4], e dimensões indicadas na figura” (ENEM, 2016; caderno azul, p. 17). Esta seria a identificação de um atributo relevante conforme descrito por Zanon (2019). Esta informação poderia ser obtida pela leitura do enunciado ou pela análise da figura.

Finalmente, relatamos a dificuldade em interpretar o significado do número 17,55, que elencamos aqui como a quarta dúvida, também prevista por nós (item “d”, ver Tabela 1). Durante a realização da tarefa, vários alunos pediram nosso auxílio para entenderem o valor encontrado. Usamos o método de questionar do professor (Polya, 1973) para fazê-los refletir e, assim, conseguiram encontrar a resposta. Posteriormente, no diálogo com as turmas, a grande maioria confirmou que só conseguiu interpretar o resultado a partir do auxílio que receberam. Concluímos que

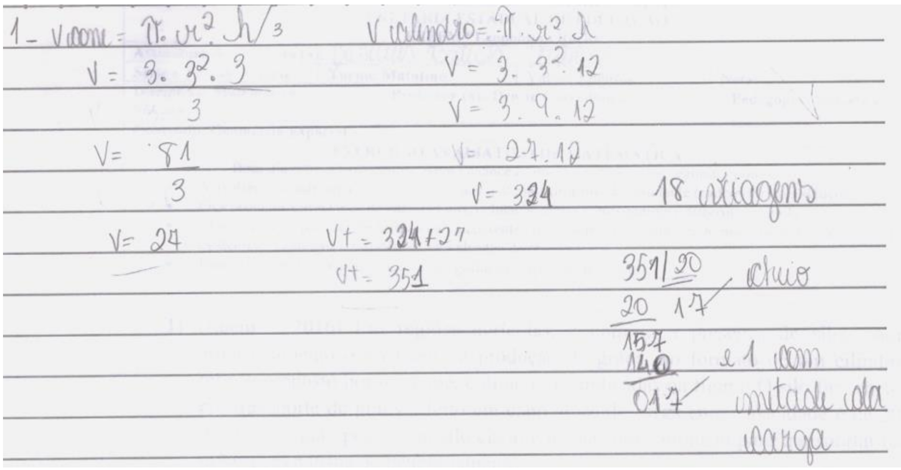
[4] Grifo nosso

essa maioria teve dificuldade em pensar na quantidade de viagens porque não analisou o valor encontrado. Isso nos remete à fase examinar a solução obtida (Polya, 1973). Assim, entendemos e evidenciamos a necessidade de ler e reler o problema, interpretando e relacionando o enunciado com o resultado obtido (Polya, 1973; Zanon, 2019).

SÍNTESE DAS RESPOSTAS OBTIDAS COM A RESOLUÇÃO DOS ALUNOS

Cerca de 61 alunos resolveram o problema proposto. As respostas obtidas no processo de resolução foram agrupadas em quatro segmentos: A – estudantes que resolveram corretamente; B – estudantes que apresentaram respostas incompletas; C – estudantes que resolveram de modo equivocado; D – estudantes que deixaram em branco.

No segmento A, estão presentes 39 alunos (63,9 %), dos quais 29 alunos responderam de modo igual: somaram os volumes dos sólidos encontrados e dividiram o resultado pela capacidade do caminhão. Outros 8 estudantes procederam de forma diferente: após calcularem o volume do cilindro e do cone, dividiram separadamente cada valor pela capacidade do caminhão. Posteriormente, somaram as quantidades chegando à solução correta. Os demais 02 estudantes do segmento A chamaram nossa atenção pela forma como explicaram o resultado final encontrado. Eles somaram ambos os volumes e dividiram pela capacidade do caminhão. Mas, não deixaram como resultado um número decimal. O aluno X (ver Figura 3) dividiu até encontrar um número inteiro (17). Além disso, indicou na resolução que a parte inteira (17) seria a quantidade de viagens com o caminhão cheio e o resto significaria uma viagem com a carga incompleta.

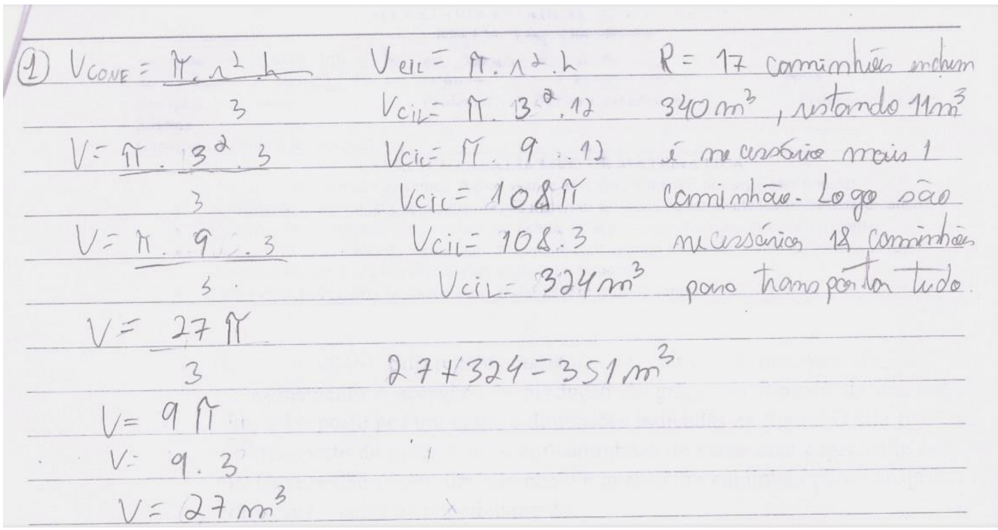


1- Vcone = π.r².h/3
V = 3.3².3 / 3
V = 81 / 3
V = 24
Vcilindro = π.r².h
V = 3.3².12
V = 3.9.12
V = 27.12
V = 324
Vt = 324+27
Vt = 351
18 viagens
351 | 20
20 17
151
140
011
cheio e 1 com metade da carga

Figura 3. Resolução do aluno X.

Fonte: Arquivo dos pesquisadores (2019).

Já o aluno Y explicou que 17 viagens carregariam 340m³. E, para levar os 11m³ restantes seria necessário mais uma viagem, totalizando 18 viagens (ver Figura 4).



(1) Vcone = π.r².h / 3
V = π.3².3 / 3
V = π.9.3 / 3
V = 27π / 3
V = 9π
V = 9.3
V = 27 m³
Vcil = π.r².h
Vcil = π.3².12
Vcil = π.9.12
Vcil = 108π
Vcil = 108.3
Vcil = 324m³
27+324=351m³
R= 17 caminhões enchem 340 m³, restando 11m³ é necessário mais 1 caminhão. Logo são necessários 18 caminhões para transportar tudo.

Figura 4. Resolução do aluno Y.
Fonte: Arquivo dos pesquisadores (2019).

Aqui, encontramos o quarto passo evidenciado por Polya (1973): examinar a solução obtida, que requer uma análise das respostas encontradas a partir dos cálculos, confrontadas com o que o problema questiona. Por outro lado, a partir delas, percebemos que os alunos X e Y analisaram o resultado encontrado e entenderam efetivamente o que o valor significava. Vale ressaltar que, em relação ao total, este foi um número muito pequeno de alunos. Isso mostra que este passo deve ser mais trabalhado com as turmas durante a resolução de problemas.

No segmento B estão presentes 3 alunos (4,9%). Um deles calculou os volumes do cone e do cilindro corretamente e considerou sua resolução como finalizada, pois não efetuou a soma de ambos. Os outros dois calcularam apenas o volume do cone e não concluíram o processo de resolução. O segmento C contém 13 alunos (21,3%). Dentre eles, 10 calcularam o volume do cone utilizando a altura igual a 12 metros: não identificaram que esse valor representava a altura do cilindro. Em seguida, ao dividir esse valor por 3, encontraram como resposta o valor 108. A equação utilizada foi a seguinte:

$$V = \pi . r^2 . h/3$$

Mas, de forma equivocada, colocaram “18” como resposta, pois não havia opção 108. A Figura 5, exemplifica o tipo de solução apresentada por esses alunos.

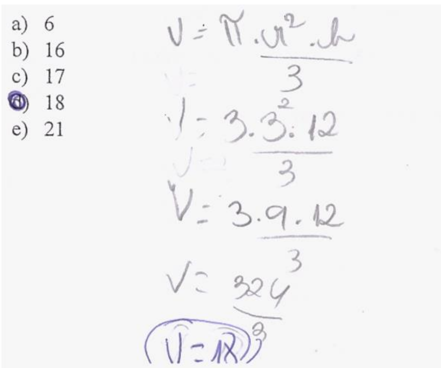


Figura 5. Resolução do aluno Z.
Fonte: Arquivo dos pesquisadores (2019).

Os demais alunos dessa categoria apresentaram equívocos diferentes no começo dos cálculos e não concluíram a resolução. Um deles, errou ao colocar a altura do cilindro com valor 3. Outro, se enganou no cálculo de uma potência ($3^2 = 6$). O terceiro, utilizou valores diferentes para os raios do cilindro e do cone. Por fim, no último segmento, temos 6 alunos que deixaram as questões em branco (9,8%). Quando questionados sobre o motivo de não terem realizado a tarefa, responderam que não sabiam resolver os problemas e hesitaram em solicitar nossa ajuda.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Considerando nosso objetivo de discutir dificuldades apresentadas por estudantes da terceira série do ensino médio quando interpretam enunciados complexos de problemas do ENEM que envolvem volume de sólidos, ao fim da pesquisa foi possível listar as seguintes dificuldades evidenciadas por eles:

i) identificar os sólidos geométricos e suas características;

ii) diferenciar os atributos relevantes dos irrelevantes;

iii) compreender o conceito de volume de cada sólido;

iv) entender como as fórmulas associadas ao cálculo de volume são constituídas;

v) interpretar o enunciado do problema;

vi) identificar o que o problema pede; e

vii) interpretar o resultado encontrado ao solucionar um problema.

Durante a pesquisa, ao percebermos que os estudantes tinham dificuldade em compreender o conceito de volume e entender os procedimentos de cálculo, partimos dos questionamentos propostos por Polya (1973) para orientá-los quanto o processo de resolução simultaneamente à construção do conceito (Zanon, 2019). Isso foi desenvolvido em conjunto com os estudantes e, consequentemente, houve maior interação ativa e reflexiva entre os envolvidos. Desse modo, entendemos que, com a utilização desse método e ainda com uma maior exploração e dedução das fórmulas, a matemática fará mais sentido.

Da análise das respostas e do diálogo com os alunos constatamos, de modo muito evidente, o seu pouco (ou nenhum) preparo para solucionar problemas de enunciados complexos com evidência na estrutura conceitual. Também conseguimos ver que eles estavam habituados a resolver problemas de enunciados simples e nos lembramos de que (i) “enunciados simples deixam os dados evidentes e não exigem muito esforço intelectual do indivíduo” (Zanon, 2019, p. 101) e de que (ii) “o trabalho centrado exclusivamente na proposição e na resolução de problemas convencionais gera nos alunos atitudes inadequadas frente ao que significa aprender e pensar matemática” (Diniz, 2001, p. 99). Assim, concluímos que o planejamento pedagógico que usa só enunciados simples gera uma postura tão inadequada no aluno que o impede de perceber o que significa aprender e pensar matemática de um tal modo que ele não tem nem mesmo o preparo para interagir com enunciados mais complexos. Por outro lado, a inclusão de trabalhos com enunciados complexos é um excelente fator para uma maior aprendizagem. Enfim, sugerimos fortemente que os professores incluam este tipo de atividade em seus planejamentos.

Outro ponto importante a ser ressaltado é a realização de uma listagem de atributos relevantes em um enunciado e a antecipação das possíveis dificuldades que podem surgir tanto no trabalho com um problema quanto no ensino de um conteúdo, que deve ser feito pelo professor (Zanon, 2019). Com essas informações previstas, o docente pode se preparar melhor para atender aos alunos em suas dúvidas e dificuldades e, até mesmo, criar meios para que essas barreiras não viessem a aparecer. E, caso sejam evidenciadas, possam ser superadas com mais prontidão.

A dificuldade em interpretar o enunciado é preocupante por ser a primeira fase de resolução de um problema (Polya, 1973). Sem compreendê-lo, dificilmente o aluno conseguirá progredir na resolução. É comum associar essa dificuldade à pouca habilidade na leitura em língua materna. No entanto, a “matemática possui uma característica própria na escrita com uma combinação de sinais, letras e palavras se organizando por meio de regras” (Smole & Diniz, 2001). Sendo assim,

> [...] os alunos devem aprender a ler matemática e ler para aprender matemática durante as aulas dessa disciplina, pois para interpretar um texto matemático, o leitor precisa familiarizar-se com a linguagem e símbolos próprios desse componente curricular, encontrando sentido no que lê, compreendendo o significado das formas escritas que são inerentes ao texto matemático, percebendo como ele se articula e expressa conhecimentos (p. 71).

Ainda, segundo as autoras, o professor pode desenvolver a leitura em matemática nos momentos em que são discutidos conceitos e procedimentos. Sugerimos aos docentes que estabeleçam uma rotina de leitura nas aulas envolvendo diversos assuntos de forma interdisciplinar com o conteúdo abordado. Visto isso e os apontamentos desta pesquisa, podemos considerar a resolução de problemas uma metodologia de grande importância para auxiliar os alunos na interpretação de enunciados complexos e em diversos âmbitos da aprendizagem de matemática e da formação do sujeito.

REFERÊNCIAS

Brasil. (2000). Secretaria da Educação Média e Tecnológica. *Parâmetros curriculares nacionais (Ensino Médio).* Parte III - Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Ministério da Educação.

Brasil. (2018). Secretaria da Educação Média e Tecnológica. *Base Nacional Comum Curricular*. Ministério da Educação.

Ferreira, A. B. de H. (2006). *Mini Aurélio*: o dicionário da Língua Portuguesa. 6. ed. Curitiba: Positivo.

INEP. (2018)[5]. *Enem*: provas e gabaritos. Recuperado em 05 de fevereiro, 2019, de http://portal.inep.gov.br/provas-e-gabaritos

Lima, E. L. (1991). *Medida e forma em geometria*: comprimento, área, volume e semelhança. Rio de Janeiro: Graftex.

Lüdke, M. & André, M. E. D. A. (1986). *Pesquisa em educação*: abordagens qualitativas. São Paulo: EPU.

[5] Informamos que o acesso as provas do ENEM analisadas, se deu via site do INEP no endereço mostrado. Mas, optamos por informar no corpo do texto somente o ano em que a avaliação foi aplicada.

Morais, R. dos S. & Onuchic. L. de la R. (2014). Uma abordagem histórica da resolução de problemas. In: Onuchic, L. de la R.; Allevato, N. S. G.; Noguti, F. C. H. & Justulin, A. M. (Org.). *Resolução de problemas*: teoria e prática. Jundiaí: Paco, p. 17-34.

Polya, G. (1973). *A arte de resolver problemas*: um novo aspecto do método matemático. Rio de Janeiro, Interciência. (A obra foi publicada originalmente em 1945.)

Severino, A. J. (2016). *Metodologia do trabalho científico.* São Paulo: Cortez.

Smole, K. C. S. & Diniz, M. I. (2001). Ler e aprender matemática. In: Smole, K. C. S. & Diniz, M. I. (Org.). *Ler, escrever e resolver problemas*: habilidades básicas para aprender matemática. São Paulo: Artmed, p. 69-86.

Sturion, B. C. & Amaral-Schio, R. B. (2019). BNCC do ensino médio: um olhar sobre os conteúdos de área e volume nos livros didáticos de matemática. *Tangram* – Revista de Educação Matemática. Dourados-MS, v. 2, n. 3, p. 88-102, 2019.

Suydam, M. N. (1997). Desemaranhando pistas a partir da pesquisa sobre resolução de problemas. In: Krulik, S. & Reys, R. E. (Org.). *A resolução de problemas na matemática escolar*. São Paulo: Atual, p. 49-73.