Tangram
Revista de Educação Matemática

DOI: 10.30612/tangram.v5i4.13498

Argumentação Matemática com Alunos Deficientes Visuais

Mathematical Argumentation with Visually Impaired Students

Argumentación matemática con estudiantes con discapacidad visual

Débora Kézya Brasileiro Cardoso Barreto
Instituto de Ciências Naturais, Humanas e Sociais (ICNHS), Universidade Federal de Mato Grosso (UFMT)
Sinop, Mato Grosso, Brasil
E-mail: deboracardosomt@gmail.com
Orcid: https://orcid.org/0000-0001-7186-4322

Edson Pereira Barbosa
Instituto de Ciências Naturais, Humanas e Sociais (ICNHS), Universidade Federal de Mato Grosso (UFMT)
Sinop, Mato Grosso, Brasil
E-mail: edson.barbosa@ufmt.br
Orcid: https://orcid.org/0000-0002-5418-009X

Resumo: O presente trabalho é uma análise a *posteriori* de uma experiência em que os autores, uma professora em formação inicial e um professor formador se propuseram a desenvolver uma sequência didática com objetivo de construir um ambiente comunicativo, com dois alunos deficientes visuais do primeiro ano do Ensino Médio, em uma sala de recursos multifuncionais. Os discentes foram incentivados a produzirem enunciados, construírem conjecturas e, a partir das atividades propostas, a questionar e comprovar, por meio da justificação suas conjecturas e desenvolver a argumentação matemática a respeito de funções quadráticas. Assim, este trabalho é um exemplo de como alunos deficientes visuais, quando tem acesso a atendimento educacional especializado de forma complementar e articulada às atividades e demandas da sala de aula comum, podem ampliar significativamente as condições de desenvolvimento de suas habilidades e competências matemáticas.

Palavras-chave: Argumentação. Funções. Educação inclusiva.

Abstract: The present work is a posterior analysis of an experience in which the authors, a teacher in initial training and a teacher educator proposed to develop a didactic sequence with the objective of building a communicative environment, with two visually impaired students of the first year High School, in a multifunctional resource room. The students were encouraged to produce statements, build conjectures and, from the proposed activities, to question and prove, by justifying their conjectures and to develop the mathematical argument about quadratic functions. Thus, this work is an example of how visually impaired students, when they have access to specialized educational assistance in a complementary and articulated way to the activities and demands of the common classroom, can significantly expand the conditions for the development of their mathematical skills and competences.

Keywords: Argumentation. Functions. Inclusive education.

Resumen: El presente trabajo es un análisis posterior de una experiencia en la que los autores, un docente en formación inicial y un formador de docentes se propusieron desarrollar una secuencia didáctica con el objetivo de construir un ambiente comunicativo, con dos alumnos con discapacidad visual de primer año. High School, en una sala de recursos multifuncional. Se animó a los estudiantes a producir enunciados, construir conjeturas y, a partir de las actividades propuestas, a cuestionar y probar, justificando sus conjeturas y a desarrollar el argumento matemático sobre funciones cuadráticas. Así, este trabajo es un ejemplo de cómo los estudiantes con discapacidad visual, cuando tienen acceso a una asistencia educativa especializada de manera complementaria y articulada a las actividades y demandas del aula común, pueden ampliar significativamente las condiciones para el desarrollo de sus habilidades y competencias matemáticas.

Palabras clave: Argumentación. Funciones. Educación inclusiva.

Recebido em
25/01/2021.
Aceito em
29/11/2021.

CONSIDERAÇÕES INICIAIS

A Educação Especial no Brasil embora tenha sido fortalecida nos últimos anos, ainda possui muitos desafios a serem enfrentados para que a inclusão de alunos com necessidades educacionais especializadas seja efetivada nas instituições públicas de ensino.

O processo de inclusão de alunos deficientes visuais, em particular, no âmbito escolar brasileiro é bastante recente, principalmente tratando-se de alunos cegos. Ainda não é fácil encontrar materiais didáticos, paradidáticos, registros de experiências e opções de metodologias apropriadas para o ensino de matemática com alunos com deficiência visual, que dê suporte para o trabalho na sala de aula comum ou mesmo para atividades em sala de recursos multifuncionais. Com relação a educação matemática escolar, à medida que aumenta a escolarização – anos finais do ensino fundamental, ensino médio e ensino superior – diminui a disponibilidade de materiais e relatos de experiências.

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) apresenta dentre as competências gerais da educação básica a de argumentar. E destaca em relação a essa competência "que seu desenvolvimento pressupõe também a formulação e a testagem de conjecturas, com apresentação de justificativas" (BRASIL, 2018, p. 519).

A comunicação matemática e a defesa da prática da argumentação matemática na educação básica têm motivado o interesse de pesquisadores em Educação Matemática. Como destaca Lin (2018) o ensino da argumentação em sala de aula da educação básica tem sido lento e deparado com vários desafios tanto para professores como para estudantes. Geralmente os estudantes de diferentes níveis educacionais apresentam dificuldades ao tentar justificar suas soluções. Os professores em atuação na educação básica, em geral, não vivenciaram a experiência de justificar suas soluções na escola e entendem que o ensino de argumentação matemática é um modo de produção exclusiva do ensino superior.

Com o avanço do processo de educação inclusiva e o consequente avanço de alunos cegos na escolarização deparamo-nos com o desafio de trabalhar argumentação matemática com alunos deficientes visuais no primeiro ano do Ensino Médio. Bem como sentimo-nos desafiados a desenvolver ações de formação inicial que preparem os futuros processos a lidarem com o ensino da argumentação em situações além da sala de aula comum.

Assim, este trabalho é uma análise a *posteriori* de uma experiência em que uma professora em formação inicial sob orientação de um professor formador se propôs a desenvolver uma sequência didática com objetivo de constituir um ambiente, no qual dois alunos deficientes visuais do primeiro ano do ensino médio, numa sala de recursos multifuncionais, desenvolvem a argumentação matemática a respeito de funções quadráticas.

ARGUMENTAÇÃO NO PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM MATEMÁTICA

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) prescreve a produção de argumentos por parte dos alunos como uma das competências gerais da educação básica e orienta o docente a conduzir o aluno a dispor das seguintes competências: utilizar estratégias, investigar, interpretar, construir modelos, resolver problemas, e estabelecer conjecturas, a respeito de diferentes conceitos que envolvam a matemática.

Em particular, a BNCC ressalta ainda, que cada competência, no contexto de funções polinomiais de 2º grau, deve garantir ao aluno o direito de desenvolver as seguintes habilidades:

> (EM13MAT502) Investigar relações entre números expressos em tabelas para representá-los no plano cartesiano, identificando padrões e criando conjecturas para generalizar e expressar algebricamente essa generalização, reconhecendo quando essa representação é de função polinomial de 2º grau do tipo $y = ax^2$.

> (EM13MAT503) Investigar pontos de máximo ou de mínimo de funções quadráticas em contextos envolvendo superfícies, Matemática Financeira ou Cinemática, entre outros, com apoio de tecnologias digitais. (Brasil, 2018, p. 543).

No caso deste trabalho o desafio foi elaborar e conduzir uma abordagem que permitisse aos alunos deficientes visuais desenvolverem as habilidades acima propostas em uma perspectiva de uma educação matemática inclusiva.

De acordo com Lin (2018), a argumentação é vista como um método comunicativo onde duas ou mais pessoas empregam uma linguagem matemática. Segundo Maher e Martino (1996) os alunos participantes de um ambiente comunicativo se sobressaem no processo de justificativa, acrescentamos a ideia dos autores que os deficientes visuais se destacam neste processo de justificação, considerando que devido suas limitações o justificar de forma oral é conseguinte de sua característica como deficiente visual.

Considerando que o argumentar é uma atividade coletiva, adotamos a ideia de espaço comunicativo na perspectiva do Modelo dos Campos Semânticos (Lins, 1999, 2012) no qual espaço comunicativo:

> é um processo de interação no qual interlocutores são compartilhados. Numa inversão conceitual, "comunicação" não corresponde mais a algo do tipo "duas pessoas falando uma para a outra", e sim a "dois sujeitos cognitivos falando na direção de um mesmo interlocutor". (Lins, 2012, p. 24).

O espaço comunicativo segundo Lins (1999) é indicado quando o professor adota como postura pedagógica de que "somos todos diferentes", este pensamento nos instiga a considerar as diferenças como particularidade do funcionamento do nosso cognitivo, sendo assim, um aluno deficiente visual é capaz de construir uma aprendizagem significativa considerando suas condições de produção e respeitando seu tempo de aprendizagem. Essa postura metodológica que pode ser descrita da seguinte forma:

> Não sei como você é e preciso saber. Não sei também onde você está (sei apenas que está em algum lugar); preciso saber onde você está para ir lá falar com você, para que possamos nos entender, e negociar um projeto no qual eu gostaria que estivesse presente a perspectiva de você ir a lugares novos. (Lins, 1999, p.85).

Em nosso entendimento ao adotar essa postura promovemos, por consequência, o colocar-se a disposição para interagir o que, por sua vez, exige o exercício do ouvir, do olhar, de produzir enunciados na direção ‘deste’ aluno presente (cognitivamente), com o intuito de compreender como ‘este aluno’ se sente e, posteriormente, propor a ir, juntos, a lugares novos.

Compreende-se que um ambiente educativo é inclusivo, à medida que nele o aluno se sinta à vontade para produzir enunciados, se constituindo protagonista da sua aprendizagem. Nessa perspectiva, cabe ao docente a função de elaborar, propor, constituir, fomentar e manter um ambiente que potencialize o aprendizado do aluno condizente com o contexto, no qual estamos – professor e alunos – imersos.

Para Stylianides (2009, como citado por Lin, 2018), uma conjectura é definida como uma hipótese fundamentada a respeito de uma relação matemática geral baseada em evidências incompletas, onde a hipótese aponta um nível de indefinição a respeito da confiabilidade da afirmação. Segundo Amaral (2011) para validar uma conjectura, muitas vezes, os fatores visuais, possibilitam a convicção dos alunos sobre suas conjecturas, mas no universo da deficiência visual o “fator visual” está na ponta dos dedos (tato), assim o processo de validar conjectura para um aluno deficiente visual é dado pelo uso do discurso oralizado.

Como forma de ensinar a argumentar, a BNCC sugere ao professor tornar o aluno em pesquisador, instigando-o a analisar a aceitabilidade dos resultados e ajustamento das soluções, de modo que consiga elaborar uma "argumentação consistente", e ainda validar cada conjectura formada e construir uma prova.

Segundo Garnica (1995) no âmbito da educação matemática escolar:

> [...] uma prova deve explicar, convencer, permitir o reconhecimento do fazer em Matemática, enriquecer nossa intuição, conquistar e permitir que sejam conquistados novos objetos e, final e sinteticamente, ampliar os horizontes de compreensão dos conceitos e práticas matemáticos. (Garnica, 1995, p.29).

Para Lin (2018) a argumentação abrange a legitimidade e a convicção. Sendo que, a legitimidade é o meio ao qual o aluno recorre para solucionar suas incertezas, já a convicção é o meio de solucionar as incertezas dos outros alunos (Harel; Sowder, 2007, como citado em Lin, 2018, p. 1173). Em síntese, o processo de aprendizagem argumentativa surge a partir do momento que o aluno é persuadido a questionar, comparar e identificar padrões.

Para analisar o processo de argumentação em situação de ensino Lin (2018), propõe fragmentá-lo em cinco componentes ou passos: i) Construir casos: processo de conduzir o aluno a explorar um determinado problema; ii) elaborar conjecturas: meio de explorar um número finito de casos, identificando padrões, formulando teses (conjecturas); iii) validar conjecturas: meio de estudar novos casos experimentando a tese, neste espaço o aluno emite sua opinião; iv) generalizar: processo de testar a conjectura para todos os casos e; v) justificar a generalização: tirar conclusão.

Segundo Toulmin (2001) como citado em (Almeida e Melheiro, 2020) o processo de análise argumentativa e associações utilizadas pelos alunos para se convencerem de seus saberes matemáticos podem ser divididas em oito tipos de Operação Epistemológica, a saber: indução: nesta o estudante busca por padrões e periodicidades; dedução: distinguir exemplos específicos de leis e regras; causalidade: o aluno procura uma justificativa; definição: compreensão do conteúdo; classificação: agrupamento de ideias de acordo com cada critério estudado; apelo:

neste espaço o aluno recorre a analogias, exemplos, atributos e autoridade; consistência: o aluno utiliza outros conhecimentos para validar sua conjectura, ou uma experiência vivenciada durante as aulas, ou um compromisso de consistência que está sendo estudado, ou estudar o Metafísico (estado do objeto) de um determinado objeto; plausibilidade: o aluno qualifica sua conjectura ou as conjecturas formuladas pelos colegas.

PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

A elaboração e aplicação da sequência didática envolveu diretamente uma professora de Atendimento Educacional Especializado (AEE), uma professora de sala de comum/regular, um professor do ensino superior (autor) que orientou cada etapa deste trabalho, uma professora especializada no Código Braille, uma professora em formação inicial (autora), que teve o papel de mediadora entre a instituição e a universidade e dois alunos deficientes visuais sendo, um cego e outro baixa visão.

Um dos alunos, nasceu vidente, mas aos oito anos de idade contraiu meningite, gradativamente, foi perdendo a visão de modo que aos dez anos já tinha perdido todo foco de visão e parte da audição. Esse aluno, identificado como Demolidor, domina o uso do soroban, compreende o código Braille e ainda carrega consigo a identidade visual, conseguindo através do tato especificar figuras, fórmulas ou letras e símbolos construídos em alto relevo e usa um aparelho auditivo.

O outro aluno, Ciclope, enxerga cinco por cento (5%) de ambos os olhos, trabalha como revisor do código Braille no Núcleo Braille do Instituto Criança, na cidade de Sinop-MT e faz parte da diretoria da Associação de Deficientes Visuais de Sinop-MT (ADEVAS).

Os encontros com os alunos aconteciam uma vez por semana, no período matutino, às sextas feiras e duravam três horas. As aulas seguiam um modelo de conversação no qual os alunos eram incentivados a produzirem enunciados e consequentemente a construírem conjecturas a partir das atividades propostas.

O conjunto de tarefas foi elaborado antecipadamente, obedecendo o plano de ensino e planos de aula proposto pela professora regente (de sala comum/regular), de acordo com o livro didático[1] adotado pela escola.

Inicialmente adotamos como recurso para registro e representação gráfica (tátil) o material manipulável multiplano[2] (Figura 3). Entretanto, no primeiro encontro, percebemos que o material não atendia às necessidades educacionais do aluno com baixa visão que é apegado à sua identidade visual. Por isso, elaboramos materiais didáticos de acordo com a necessidade individual de cada aluno.

Cada atividade foi produzida, no mínimo, em três versões: tinta, livro didático, construção no multiplano e em código Braille; para Demolidor construímos os exercícios no multiplano de acordo com o livro didático (Figura 3); para Ciclope produzimos as atividades em código Braille (Figura 2) e em papel 150 g/m^2 A4, escrito com pincéis coloridos em formato grande (Figura 4).

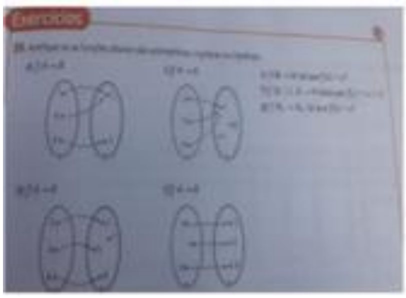

Figura 1. Exercício proposto no livro didático.

Fonte: Elaboração dos pesquisadores.

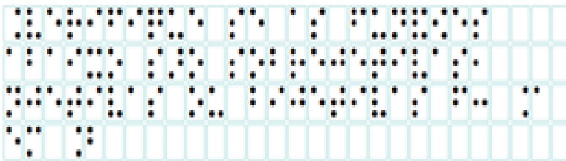

Figura 2. Exercício proposto no livro didático em código Braille.

Fonte: Elaboração dos pesquisadores (Tradução realizada com auxílio do Software Atractor (Tradutor de Braille).

---

[1] Dante, Luiz Roberto, **Matemática: contexto & aplicações,** ensino médio/ Luiz Roberto Dante. -3. ed. São Paulo: Ática, 2016.

[2] O multiplano é um material manipulável desenvolvido para atender as necessidades dos alunos cegos, tendo como patrono o professor Rubens Ferronato.

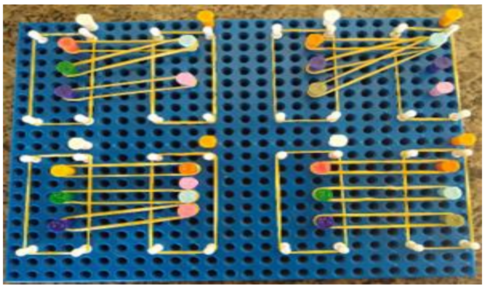

Figura 3. Exercício adaptado ao aluno cego.

Fonte: Elaboração dos pesquisadores.

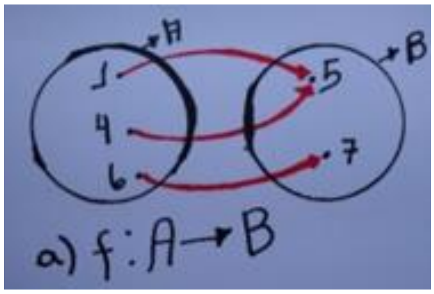

Figura 4. Exercício adaptado ao aluno baixa visão.

Fonte: Elaboração dos pesquisadores.

Como forma de registro fazíamos anotações diárias no caderno de campo, foto de cada atividade (imagem) e videogravações com dois celulares.

RELATO DO DESENVOLVIMENTO DAS ATIVIDADES

Os resultados de nossa leitura sobre o processo da aplicação da sequência didática foram organizados no formato de episódios que podem, sucintamente, oferecer ao leitor condições de compreender o processo.

Os episódios são sínteses do processo e das discussões ocorridas em cada uma das cinco atividades escolhidas para compor este texto. O exposto em cada episódio, pode ter se estendido por mais de um encontro.

A discussão dos resultados ocorreu no sentido de destacar: a elaboração e adequação do material de apoio aos alunos deficientes visuais; a importância de o docente observar as condições de manutenção do espaço comunicativo – identificar o Campo Semântico preferencial do aluno; o uso da linguagem; as operações epistemológicas; a estrutura dos passos argumentativos e, por fim, o compartilhamento dos modos de produção de significados.

Cada uma das atividades foi planejada com o intuito de que os alunos, a partir da lei da função quadrática, construíssem uma tabela, representassem a função no plano cartesiano. E, a partir dos esboços dos gráficos, os estudantes foram convidados a observar o comportamento do gráfico, identificar padrões, enunciar hipóteses e elaborar conjecturas a respeito de cada um dos parâmetros da função quadrática.

Cada aluno recebeu o material ou recurso didático que melhor se adequava a sua condição física: Ciclope, com baixa visão, recebeu a atividade em papel 150 g/m2 A4 (Figuras 5 e 6). Demolidor, cego, trabalhava simultaneamente com duas placas do Multiplano (Figuras 7 e 8), sendo que, em uma esboçava a tabela e na outra construía o gráfico, cada função construída por ele, depois de ser explorada na discussão, era desconstruída, para assim dar lugar a uma nova função.

Os alunos já eram familiarizados com o processo de esboçar gráficos de funções quadráticas, para isso adotavam o seguinte procedimento: i) determinavam as raízes – usando a relação de Girard (soma e produto das raízes em função dos coeficientes), fórmula fatorada ou a fórmula de Bhaskara –, determinavam o vértice da parábola e o ponto de intersecção do gráfico com o Eixo Y.

Inicialmente foram apresentadas, quatro funções quadráticas distintas, sendo as seguintes: $f(x) = 3x^2 - 4x + 1$, $f(x) = -x^2 + 3x - 2$, $f(x) = 5x^2 + 4x - 1$, e $f(x) = \frac{1x^2}{2} + 2x + 6$. A partir destas, a professora inicia propondo um diálogo, instigando os alunos a falarem a respeito dos efeitos de cada parâmetro da função quadrática no comportamento do gráfico (da parábola).

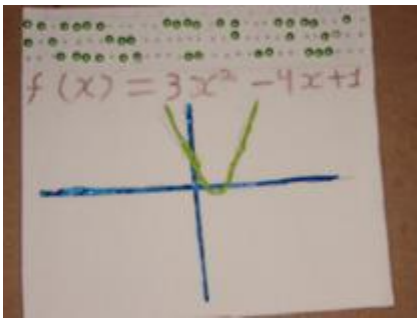

Figura 5. $f(x) = 3x^2 - 4x + 1$.

Fonte: Elaboração dos pesquisadores.

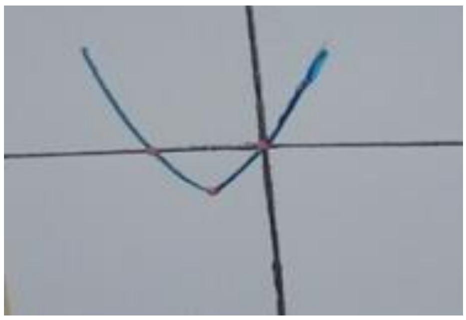

Figura 6. $f(x) = \frac{1x^2}{2} + 2x + 6$.

Fonte: Elaboração dos pesquisadores.

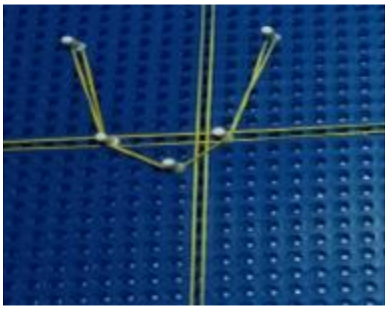

Figura 7. $f(x) = 5x^2 + 4x - 1$.

Fonte: Elaboração dos pesquisadores

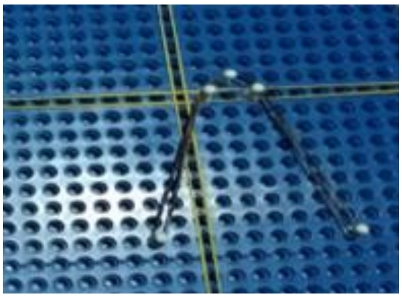

Figura 8. $f(x) = -x^2 + 3x - 2$.

Fonte: Elaboração dos pesquisadores.

CONSTRUINDO ARGUMENTOS A RESPEITO DO PARÂMETRO ‘A’ DA FUNÇÃO QUADRÁTICA

Episódio I

Professora: — Ao examinarem os gráficos das funções dadas, o que vocês têm a dizer sobre o parâmetro a?

Demolidor tateava diversas vezes o material, estudando o comportamento da função, Ciclope tentava visualizar a diferença entre as funções. Após um período de hesitação, o Demolidor diz: — Se $a > 0$ a parábola tem concavidade voltada para cima, se $a < 0$ a parábola tem concavidade para baixo.

Ciclope fica calado, tentando assimilar a pré-conjectura do colega. A professora incentiva o Demolidor a falar mais, a explicar. Ele constata que Ciclope ainda não havia entendido e diz: — Se $a > 0$ carinha feliz, se $a < 0$ carinha triste.

Frente ao enunciado do colega Ciclope observa atentamente o gráfico e concorda com o Demolidor. Nesse momento, a professora questiona: — Essa afirmação vale para todas as funções quadráticas?

Os alunos, com o intuito de provar a conjectura, criaram outras funções quadráticas. A docente sugere então que, para observarem a influência do sinal do parâmetro, era importante propor pares de funções nas quais variasse apenas o sinal do coeficiente fosse diferente, por exemplo: $y = 2x^2 + 2x$ e $y = -2x^2 + 2x$.

Os alunos produziram novas leis de funções quadráticas e esboçaram seus respectivos gráficos e expressaram a seguinte conjectura: “Se $a > 0$, a parábola possui a concavidade voltada para cima, se $a < 0$, a concavidade da parábola é voltada para baixo”.

Episódio II

Após a conclusão nesta primeira parte Ciclope faz uma observação: — Professora, acho que o parâmetro a também determina o tamanho da *boca* da parábola.

Professora: — Como o termo *a* se comporta com relação a abertura da parábola?

Ciclope: — Quanto maior o valor do termo a, menor será a boca da parábola e quanto menor o valor de a, maior será a boca da parábola.

Diante do que considerou uma pré-conjectura, a professora sugere aos alunos a provarem para todos os casos. Os estudantes construíram novas funções variando o valor do coeficiente a . Demolidor percebe que a abertura do gráfico não modificava, caso alterasse apenas o sinal de ‘ a’, acatando a sugestão da professora reorganiza o enunciado do colega.

Demolidor: — Quanto maior o valor do módulo de a , menor será a boca da parábola e quanto menor o valor do módulo de a , maior será a boca da parábola.

Ciclope não entende o enunciado de Demolidor, a professora interveio: — Ciclope se a é responsável pela abertura da parábola por que $a = 2$ e $a = -2$ tem o mesmo tamanho de abertura? Ciclope examinou os esboços das funções e respondeu: — É só desprezar o sinal de menos do número.

Para mostrar ao aluno que $a = 2$ e $a = -2$, por exemplo, são números distintos que possuem módulos iguais, a professora propôs uma atividade de localização de pontos e medida de distância do ponto à origem numa reta numérica. Ciclope ao explorar a reta numérica percebeu que o módulo ou valor absoluto, geometricamente indica a distância desse número do ponto de origem (zero).

Com um entendimento comum a respeito de módulo e do uso dos termos "maior", "menor" e "módulo" os alunos asseguram a 'veracidade' da segunda conjectura (re)enunciando-a: "Quanto maior o valor absoluto de a, menor será a abertura da parábola e quanto menor o valor absoluto de a, maior será a abertura da parábola".

Episódio III

A professora incentiva os alunos a continuarem: — O que mais podemos identificar no comportamento do termo a concernente a parábola?

Demolidor: — O parâmetro a também indica o ponto máximo ou ponto mínimo da função quadrática.

A docente então questiona: — Se a indica o ponto máximo ou ponto mínimo da função, como podemos identificar tal feito?

Demolidor: — Se $a > 0$ o ponto é de mínimo, mas se $a < 0$ o ponto será de máximo.

A professora convida os alunos a validarem a conjectura. Ciclope e Demolidor elaboram novas funções quadráticas, alterando o sinal do coeficiente a . Na divisão de tarefas, o Demolidor determinava as raízes das funções enquanto Ciclope calculava os valores para $f(x)$, em seguida Ciclope ditava as coordenadas dos pontos e Demolidor esboçava os gráficos no multiplano.

Após a generalização da conjectura, a docente ouve atentamente a justificação dos alunos e identifica que o termo a está sendo usado para indicar duas coisas, o coeficiente ou parâmetro da função, e ponto de máximo ou de mínimo da função. Com a finalidade de mostrar a dubiedade de uso do termo ela faz o seguinte questionamento: — Agora fiquei confusa, a é um dos parâmetros da lei da função quadrática ou é um ponto?

A pergunta provoca uma extensa discussão entre os presentes e uma revisão de vários aspectos relacionados ao assunto: como identificar o ponto de máximo da função; observação de que nos gráficos, a função que é crescente até o vértice possui ponto de máximo; e, a partir daí, se torna decrescente; que o ponto de máximo é o ponto mais alto que a função pode chegar; o ponto de máximo tem o maior valor que y pode atingir; que a função que tem ponto de mínimo é decrescente até o vértice a partir daí é crescente; que o ponto de mínimo é o ponto mais baixo, ou menor valor possível de y.

Com a intenção de testar novamente a conjectura para todos os casos, os alunos começaram a 'chutar' valores para a, a docente então sugere aos estudantes que organizem o processo de "chute" atribuindo valores para menores que x_v (a esquerda x_v) e valores maiores que x_v (à direita de x_v) e registre-os numa tabela. Os alunos construíram tabelas que podem ser como as que mostraremos a seguir (Tabelas 1 e 2). Por exemplo, dadas as funções $y = x^2 + 4x - 1$ e $y = -x^2 + 4x - 1$.

Tabela 1

Tabela de "chutes" para a função $y = x^2 + 4x - 1$

$\boldsymbol{x}$	$\boldsymbol{y}$	$(\boldsymbol{x};\boldsymbol{y})$	**Observação**	**Enunciados produzidos no processo**
-4	-1	(-4; -1)	y maior que y_v	Se $a > 0$, então (x_v ; y_v) é o ponto de mínimo da função;
-3	-4	(-3; -4)	y maior que y_v	Se $a > 0$, então (x_v ; y_v) é o ponto de mínimo da função;
-2	-5	(-2; -5)	y_v é o menor valor assumido pela função	Se $a > 0$ então a função tem ponto de mínimo;

-1	-4	(-1; -4)	y maior que y_v	Se $a > 0$ então a função tem ponto de mínimo;
0	-1	(0; -1)	y maior que y_v	Se $a > 0$ então a função tem ponto de mínimo;
1	4	(1; 4)	Y maior que y_v	Se $a > 0$, então a função possui ponto de mínimo em (x_v ; y_v).

Fonte: Dados de pesquisa.

Tabela 2

Tabela de "chutes" para a função $y = -x^2 + 4x - 1$

$\boldsymbol{x}$	$\boldsymbol{y}$	$(\boldsymbol{x}; \boldsymbol{y})$	**Observação**	**Enunciados produzidos no processo**
0	-1	(0; -1)	y menor que y_v	Se $a < 0$, então (x_v, y_v) é ponto de máximo da função;
1	2	(1; 2)	y menor que y_v	Se $a < 0$, então (x_v, y_v) é ponto de máximo da função;
2	3	(2; 3)	y_v	Se $a < 0$, então (x_v, y_v) é ponto de máximo da função;
3	2	(3; 2)	Ymenor que y_v	Se $a < 0$, então a função tem ponto de máximo;
4	-1	(4; -1)	Y menor que y_v	Se $a < 0$, então a função tem ponto de máximo;
5	-6	(5; -6)	Y menor que y_v	Se $a < 0$, então a função tem ponto de máximo em (x_v, y_v).

Fonte: Dados de pesquisa.

Comentários

Observa-se que o processo de produção de argumentos no ensino básico, requer a orientação do professor sobre o uso da linguagem e dos conceitos matemáticos, considerando que diferentemente do meio acadêmico onde espera-se que o autor de uma proposição tenha domínio dos conceitos e termos envolvidos, na educação básica o estudante está construindo significados para cada um dos conceitos e termos evidenciados, bem como o modo de usar esses conceitos.

No Episódio I, quando a professora problematizou a influência do parâmetro a referente ao comportamento da parábola e Demolidor ao dizer que “para a maior que zero ‘carinha feliz’ e a menor que zero ‘carinha triste’”, com base em Jiménez-Aleixandre, Rodríguez e Duschl (2000) citados por Almeida e Melheiro (2020), pode-se dizer que o aluno acionou uma analogia, ou apelo, para assegurar a conjectura. Ao dizer “a boca da parábola” estabelece uma comunicação com o colega (Ciclope) na perspectiva de Lins (2012) entende-se que Demolidor procura falar na direção de Ciclope, de modo que ele pudesse entender, nos termos do MCS para constituir um interlocutor. A percepção da plausibilidade desse recurso de persuasão (apelo) e a não correção imediata para o uso da linguagem matemática formal, por parte da professora, pode ter sido importante para a manutenção do espaço comunicativo.

No Episódio II, a docente ao identificar que Ciclope falou da abertura da parábola, mas não se atentou que os termos “maior” e “menor” poderia ser imprecisos para aquela conjectura, propôs aos alunos que revisassem e reorganizassem a proposição, pois como afirma Lins (2012, p.18) é no “interior de campos semânticos que se produz conhecimento e significado, que **objetos** (grifo do autor) são constituídos”, assim a professora ao questionar Ciclope a respeito do comportamento do gráfico para $a = 2$ e $a = -2$ tinha como propósito que o aluno o observasse que ao falar “maior” e “menor” ele estava comparando o valor absoluto (módulo) dos números e não ordenando dois números inteiros e que essa distinção era importante na produção de significado matemático para sua conjectura. Destaca-se ainda, que a docente estava ciente de que os valores assumidos por ‘x’ – domínio da função quadrática – são números reais, mas no interior daquela atividade, com aqueles dois alunos, falar em números inteiros era suficiente. O objetivo didático da intervenção era apenas destacar o cuidado no uso dos termos maior, menor e módulo naquela conjectura.

Outro exemplo de cuidado com o uso da linguagem matemática ocorreu quando foi solicitado, a professora perguntou aos alunos se o termo a era um dos parâmetros da lei da função quadrática ou a era um ponto. Nesse caso, a revisão sobre o uso do termo “a” provocou uma revisão de vários aspectos relacionados ao assunto. Em nossa leitura esse processo de discussão foi decisivo e importante para que os alunos organizassem os processos de (re)formulação e validação da conjectura.

O processo de argumentação envolve comprovação e persuasão, segundo Lin (2018) “a comprovação é o processo que um indivíduo utiliza para resolver as dúvidas individuais, já a persuasão é o processo de resolver as dúvidas dos outros”. Em nossa leitura, nesse episódio, os alunos recorreram à indução como operação epistemológica para realizar a comprovação, pois, em cada situação, identificaram padrão e enunciaram a hipótese.

Na segunda parte, a intervenção da professora ao propor que testassem funções do tipo $y = ax^2 + bx$, além de servir ao propósito de desenvolver com os estudantes a capacidade de fazer induções por meio de investigações e experimentações com materiais concretos, apoios visuais como preconiza a BNCC (Brasil, 2017, p. 532), contribuiu para que Ciclope também desenvolvesse confiança na determinação das raízes, pois o aluno dominava bem a fatoração e assim podia com facilidade determinar as raízes das funções, esboçar os gráficos. Além disso, a professora ensinava um dos modos legítimos de produzir conhecimento por meio de uma ‘experimentação controlada’ e observação sistemática.

Os alunos ao montarem a tabela substituindo os valores na fórmula do vértice comprovavam para todos os casos, explicando cada passo, persuadindo que o processo se dava para todos os casos, e se permitindo ao reconhecimento de fazer matemática. A professora, na perspectivado MCS, ao propor e orientar esse modo de produção de conhecimento, emprestou sua legitimidade sobre o modo de produzir conhecimento matemático aos alunos.

Em relação a estrutura do processo argumentativo observamos que os estudantes, nos episódios I, II e III, desenvolveram três dos componentes relativos a argumentação defendido por Lin (2018), a saber: i) elaboração de casos: isso ocorreu em nossa leitura quando os alunos se dedicaram a elaborarem outras funções esboçarem os gráficos; ii) formulação de conjecturas: ocorreu ao verificarem a exatidão da hipótese com relação aos novos casos; iii) validação da conjectura: a verificação da validade da hipótese para os novos casos, organização da tabela e, consequentemente, a enunciação da conjectura, que nesse caso tem o mesmo resíduo de enunciação.

A linguagem usada pelos alunos, em processo de aprendizagem, nem sempre seguem os padrões da matemática formal, mas consideramos que esses usos são essenciais para o futuro desenvolvimento do pensamento do aluno, como defendem Hanna e Villiers (2012) como citado por Lin, 2018, p. 1174. Em nossa leitura, o uso de analogias e apelos foram mais frequentes nos momentos de persuasão e, assim que era estabelecido um espaço comunicativo (todos falando sobre a mesma coisa), retomavam a construção de um discurso mais formal.

Amaral (2011) ainda descreve, que para validação da conjectura, muitas vezes, os alunos recorrem aos fatores visuais, como no nosso caso isso era impossível, a terminologia matemática descritiva foi a solução, o que gerou preocupação e insegurança para a professora em formação inicial. Para enfrentar esse momento foi fundamental o apoio do professor formador em preparar, no sentido de orientar, como descrever minuciosamente o processo de demonstração com os alunos cegos.

CONSTRUINDO ARGUMENTOS EM RELAÇÃO A FÓRMULA DE BHASKARA

Episódio IV

No decorrer das atividades a professora observou que quando Ciclope se deparava com uma equação completa, $ax^2 + bx + c$, com a diferente de zero, quase sempre precisava de ajuda e identificou que a maior dificuldade do estudante ao usar a fórmula de Bhaskara $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$, estava em determinar o valor do delta $(b^2 - 4ac)$.

Após um tempo de conversa sobre o assunto, a professora pergunta: — O que podemos dizer a respeito do delta da fórmula de Bhaskara?

Demolidor: — b^2 vai ser sempre positivo, pois todo número negativo elevado ao quadrado resulta num valor positivo, e todo número positivo elevado ao quadrado também resulta num valor positivo.

Ciclope parece surpreso com a afirmação, a professora incentiva o aluno a justificar, provar para todos os casos, com o auxílio da docente Demolidor generaliza a conjectura.

Demolidor: — b^2 é sempre positivo. Pois $(-b)\ x\ (-b) = b^2$ e $b\ x\ b = b^2$.

A docente continua: — Considerando que b^2 sempre resulta num valor positivo, o que podemos dizer sobre o $-4ac$? Os alunos se colocaram a observar o comportamento do termo a e c para o cálculo do valor delta, testaram valores para a e c, conversaram até demolidor produzir o seguinte enunciado: — Se a e c carregarem sinais diferentes, então, delta resultará a partir de uma soma.

A professora sugere que provem para todos os casos, depois de descrever minuciosamente o quer dizer e, com o auxílio da docente, Demolidor generaliza: — Se a e c possuem sinais diferentes então $\triangle = b^2 + 4ac$ .Como nas expressões numéricas primeiro deve-se resolver as multiplicações, e, caso $a < 0$ e $c > 0$ temos: $b^2 - [4\ (-a)\ x\ (+c)\ ] = b^2 - [4ac] = b^2 + 4ac$.

A docente sonda os alunos para saber o que mais poderia ser dito, Demolidor pensa um pouco e enuncia: — Quando a e c tiverem sinais iguais, então delta se resultará de uma subtração.

A professora novamente questiona o aluno: — Como podemos descrever tal feito de a e c. Depois de algum tempo de discussão sobre a estratégia para demonstrar, eles chegam ao consenso de que poderiam dividir a demonstração em duas partes, uma para a e c positivos e outra para a e c negativos e comparar os dois resultados.

A professora divide a tarefa da demonstração em duas partes: Demolidor faz a prova para alguns casos de "a" e "c" negativos e Ciclope para "a" e "c" positivos. Depois de fazerem alguns exemplos, produzirem as generalizações para cada caso e discutirem os resultados produzem a seguinte prova.

Demonstração: Se a e c possuem sinais iguais então $\triangle = b^2 - 4ac$. Nessa situação temos dois casos:

i) Quando $a > 0$ e $c > 0$ e temos:

$$\triangle = b^2 - [4(+a)\,(+c)] = b^2 - [4(+ac)] = b^2 - 4ac.$$

ii) Quando $a < 0$ e $c < 0$ temos:

$$\triangle = b^2 - [4(-a)\,(-c)] = b^2 - [4(+ac)] = b^2 - 4ac.$$

Demolidor e Ciclope ensaiam e falam juntos: — Como queríamos demonstrar (risos).

Episódio V

Professora: — Compreendendo o papel dos parâmetros a e b no esboço da parábola o que podemos atribuir ao parâmetro c?

Rapidamente o Demolidor disse que "o termo c indica onde a parábola intersecta o Eixo Y. A professora então pergunta a Ciclope, se a conjectura do colega é verdadeira e ele responde que sim, pois essa é a definição usada para esboçar gráficos de função. A professora concorda e desafia os alunos a justificarem nos modos matematicamente aceitos a afirmação para todos os casos.

Os alunos constroem novas funções com diferentes valores para c, em seguida confirmam a conjectura "o parâmetro c indica o ponto onde a parábola intersecta o Eixo das Ordenadas".

Com o intuito de persuadir os alunos a generalizar a conjectura para todos os casos, a professora relembra uma situação ocorrida no início da aplicação da sequência didática.

Na ocasião, foi solicitado aos alunos que determinassem 'os zeros de algumas funções'. Ao realizarem os cálculos, os estudantes sempre encontravam uma única raiz. A professora percebeu que as raízes encontradas coincidiam com o valor absoluto do parâmetro c. Na oportunidade ela discutiu a diferença entre determinar o "f de zero" $(f(0) = ax^2 + bx + c) = a(0)^2 + b(0) + c = c$ – e determinar "os zeros da função", calcular as raízes da função $(y = ax^2 + bx + c = 0)$.

Ao relembrarem esse fato, logo os estudantes se convenceram que já haviam provado para todos os casos a veracidade da conjectura, nas palavras de Demolidor "basta substituir 'x' por zero de forma geral. Assim: $(f(0) = ax^2 + bx + c) = a(0)^2 + b(0) + c = c$." E enunciaram ao final que "O parâmetro c (termo independente) determina o intercepto – ponto (0, c) – do gráfico da função com o Eixo Y".

Comentários

Com relação a estrutura do processo argumentativo observamos que nesses episódios, IV e V, os estudantes percorreram os cinco passos propostos por Lin (2018), a saber: i) elaboração de casos: isso ocorreu em nossa leitura quando os alunos se dedicaram a testar numericamente outros exemplos; ii) formulação de conjecturas: ocorreu ao verificarem a exatidão da hipótese com relação aos novos casos; iii) validação da conjectura: a verificação da validade da hipótese para os novos casos e, consequentemente, a enunciação da conjectura, que nesse caso tinha o mesmo resíduo de enunciação, iv) generalização: decorreu ao testarem a conjectura para todos os casos, por meio de operações dedutivas, discussão sobre como elaborar a prova e; v) justificar a generalização: cumpriu-se por meio de operações dedutivas e revisão da linguagem matemática com a tentativa de se aproximar do modo formal.

O exercício de produzir provas para afirmações em relação ‘ao delta’ de uma equação do segundo grau, além de contribuir para desenvolver a argumentação matemática dos alunos, contribuiu para que Ciclope aprimorasse suas habilidades em resolver equações do segundo grau usando a fórmula de Bhaskara.

No episódio V, os alunos iniciam operando a partir de uma definição, pois eles já utilizavam o resultado de que (0, c) é o ponto de intersecção do gráfico da função com Eixo Y. O processo de argumentação nesse caso foi justificar o que já sabiam que era verdade. No entanto, o processo foi acelerado pela recordação da justificativa da professora para diferenciar “f de zero” de “zero da função”.

> Para o MCS, “verdadeiro” não é um atributo daquilo que se afirma (quando há produção de conhecimento), mas sim um atributo do conhecimento produzido. Já a legitimidade aplica-se (ou não) a modos de produção de significado. (Lins, 2012, p.21).

Nessa perspectiva, observa-se que os alunos, a todo tempo, tentaram dar significado às suas conjecturas, legitimando-as e tomando-as como afirmações verdadeiras. Isso reforça a importância do professor ao desenvolver atividades de argumentação para estar atento ao processo de operacionalização epistemológica, a entender nos termos do aluno o que ele está falando, a estrutura dos passos argumentativos e as condições de manutenção do espaço comunicativo.

ALGUMAS CONSIDERAÇÕES

Em nossa avaliação foi importante e adequado tanto para o desenvolvimento das atividades com os alunos do ensino médio, como para a formação inicial da docente adotar como orientação para desenvolvimento do processo argumentativo os cinco passos proposto por Lin (2018); as operações epistemológicas do processo de argumentação Almeida & Malheiro (2020) e; a noção de espaço comunicativo (Lins

2012). A observação dessas premissas contribuiu para que fosse constituído e mantido um ambiente no qual os alunos foram orientados a investigar, testar e validar conjecturas, de modo a assumirem a 'autoria' da formulação da conjectura. As intervenções da professora ocorreram na perspectiva de orientar para que as proposições dos alunos fossem ampliadas e contradições ou equívocos fossem superados pelos alunos, sem que a docente impusesse ou se apropriasse da autoria do processo.

À medida que os alunos foram apropriando os modos de produção do conhecimento matemático os enunciados das conjecturas se tornaram mais elaboradas e justificadas, nesse sentido consideramos que a aprendizagem, apropriação do modo de produzir argumentos, dos alunos aconteceu de forma gradativa e não linear.

Este trabalho é um exemplo de que se alunos deficientes visuais tiverem acesso a atendimento educacional especializado de forma complementar e articulada às atividades e demandas da sala de aula comum pode ampliar significativamente as condições de desenvolvimento de suas habilidades e competências matemáticas.

Destaca-se também nessa experiência como uma articulação entre a universidade, ambiente de formação inicial de professores, e a escola, campo de atuação profissional docente, pode contribuir para o desenvolvimento de práticas formativas de professores ao mesmo tempo que atende demandas presentes na escola de educação básica. Além disso, observamos que esse trabalho é resultado de uma cooperação entre vários profissionais da educação: a professora de sala de aula regular que determinou e orientou sobre as necessidades de atendimento com relação a disciplina de matemática, a prontidão da professora da sala de recursos em orientar e acompanhar a organização das atividades, a disposição da aluna em formação inicial, com o apoio do professor formador, que se dispôs a elaborar e desenvolver as atividades em constante diálogo os demais profissionais envolvidos.

REFERÊNCIAS

Almeida, W. N. C. & Malheiro, J. M. S. (2020). Operações epistemológicas apresentadas na argumentação desenvolvida por estudantes durante uma atividade experimental investigativa de matemática. Revista de Ensino de Ciências e Matemática, 11 (3), 264-285.

Amaral, R. B. (2011, jan./jun). Argumentação matemática colaborativa em um ambiente online. Acta Scientiae, 13 (1), 55-70.

Brasil (2018). MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO. Base Nacional Comum Curricular. Educação é a Base.

Dante, L. R. (2016) *Matemática: contexto & aplicações,* ensino médio (3ª ed). São Paulo: Ática, 2016.

Garnica, A. V. M. (1995) Fascínio da técnica, declínio da crítica: um estudo sobre a prova rigorosa na formação do professor de Matemática. Tese de Doutorado. Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, SP, Brasil.

Lin, Pi-Jen. (2018, jul/set). O Desenvolvimento da Argumentação Matemática por Estudantes de uma Turma do Ensino Fundamental. Educação & Realidade, 43 (3), p. 1171-1192.

Lins, R. C. (2012) Modelo dos Campos Semânticos: Estabelecimentos e notas de teorizações. In: Modelo dos Campos Semânticos e Educação matemática: 20 anos de história. Org. Angelo, C. L. BARBOSA, E. P., SANTOS, J. R. V., DANTAS, S. C. e OLIVEIRA, V. C. A. São Paulo: Midiograf. 11-30.

Lins, R.C. (1999). Por que discutir teoria do conhecimento é relevante para a Educação Matemática in Pesquisa em Educação Matemática*:* concepções e perspectivas Org. M.A.V. Bicudo. São Paulo: Unesp. 75-94.

Maher C. A E. Martino, A. M. (1996, marc). The Development of the Idea of Mathematical Proof: A 5-Year Case Study. Journal for Research in Mathematics Education, 27 (2), 194-214.