Tangram
Revista de Educação Matemática

DOI: 10.30612/tangram.v5i3.12797

A organização do ensino do conceito matemático de fração: o jogo como situação desencadeadora da aprendizagem

The organization of teaching the mathematical concept fraction: the game as triggering situation for learning

La organización de la enseñanza del concepto matemático de fracción: el juego como situación desencadenante del aprendizaje

Bruno Silva Silvestre
Doutor em Educação em Ciências e Matemática - UFG
Professor da Secretaria Municipal de Educação de Goiânia – Goiás, Brasil
E-mail: brunosilvestre.prof@gmail.com
Orcid: http://orcid.org/0000-0003-3530-3522

Maria Marta da Silva
Doutora em Educação em Ciências e Matemática - UFG
Universidade Estadual de Goiás – Campus Quirinópolis, Brasil
E-mail: profmariamarta@hotmail.com
Orcid: http://orcid.org/0000-0002-5105-7627

Resumo: O artigo apresenta a organização do ensino de frações mediante o desenvolvimento do jogo 'PerCorrendo o Tempo com as Frações'. Nesse contexto, busca-se responder à questão: quais ações de estudantes do sétimo ano do Ensino Fundamental indicam sinais de apropriação do conceito de fração a partir do desenvolvimento de um jogo que aborda o movimento lógico-histórico desse conceito? Como escolha metodológica, optou-se pelo experimento didático, realizado com uma turma de sétimo ano na cidade de Quirinópolis-Goiás, em que um dos pesquisadores é professor de Matemática. As ações da pesquisa se basearam nos pressupostos da Teoria Histórico-Cultural e seus desdobramentos teórico-metodológicos. A análise apresenta-se em unidade, episódios e flashes. Os resultados permitem destacar que o jogo desenvolvido possibilitou a interação e a socialização das ideias e construções coletivas do conceito de fração e, sobretudo, viabilizou o pensamento e a apropriação dos estudantes quanto à produção humana e histórica desse conceito.

Palavras-chave: Organização do ensino de fração. Jogo. Movimento lógico-histórico.

Abstract: The article presents the organization of the teaching of fractions through the development of the game 'PerCorrendo o Tempo com as Frações'. In this context, it seeks to answer the question: what actions of seventh grade students indicate signs of appropriation of the concept of fraction from the development of a game that addresses the logical-historical movement of this concept? The methodological choice was the didactic experiment, carried out with one seventh grade classe in the city of Quirinópolis-Goiás, where one of the researchers is a math teacher. The research actions were based on the assumptions of the Cultural-Historical Theory and its theoretical-methodological unfoldings. The analysis is presented in units, episodes, and flashes. The results allow us to highlight that the game developed enabled the interaction and socialization of ideas and collective constructions of the fraction concept and, above all, made possible the students' thought and appropriation of the human and historical production of this concept.

Keywords: Educational organization of fraction concept. Game. Logical-historical movement.

Resumen: El artículo presenta la organización de la enseñanza de las fracciones a través del desarrollo del juego 'PerCorrendo o Tempo com as Frações'. En este contexto, se busca responder a la pregunta: ¿qué acciones de los alumnos de séptimo grado indican signos de apropiación del concepto de fracción a partir del desarrollo de un juego que aborda el movimiento lógico-histórico de este concepto? La elección metodológica fue el experimento didáctico, realizado con una clase de séptimo grado en la ciudad de Quirinópolis-Goiás, donde uno de los investigadores es profesor de matemáticas. Las acciones de investigación se basaron en los supuestos de la Teoría Histórico Cultural y sus desdoblamientos teórico-metodológicos. El análisis se presenta en unidades, episodios y destellos. Los resultados permiten destacar que el juego desarrollado posibilitó la interacción y la socialización de ideas y construcciones colectivas del concepto de fracción y, sobre todo, posibilitó el pensamiento y la apropiación por parte de los alumnos de la producción humana e histórica de este concepto.

Palabras- chave: Organización de la enseñanza de fracciones. Juego. Movimiento lógico-histórico.

Recebido em
05/10/2020
Aceito em
11/04/2021

INTRODUÇÃO

O artigo problematiza a organização do ensino de frações para o ensino fundamental de uma forma que supere a racionalidade técnica e o treinamento sobre o ensino desse conceito (Lima, 1998). Na tentativa de sobrelevar esse ensino, propôs-se o desenvolvimento de um experimento didático em uma turma de sétimo ano[1] de uma escola pública situada na cidade de Quirinópolis-Goiás. Diante disso, apresenta-se a questão: quais ações dos estudantes do sétimo ano do ensino fundamental indicam sinais de apropriação do conceito de fração a partir do desenvolvimento de um jogo que aborda o movimento lógico-histórico desse conceito? O objetivo principal consiste em analisar as ações de estudantes do sétimo ano que indicam sinais de apropriação do conceito de fração a partir do desenvolvimento do jogo "PerCorrendo o Tempo com as Frações[2]".

Em busca realizada no segundo semestre de 2018 na Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações – BDTD, por meio das palavras: 'conceito de fração', 'jogo' e 'movimento lógico-histórico dos conceitos matemáticos' – foram encontradas duas dissertações: Rodrigues (2017) e Ribeiro (2013). A primeira desenvolvida na mesma perspectiva teórica adotada, mas com foco na aprendizagem dos estudantes com deficiência visual e a segunda objetivando a aprendizagem de fração por meio do ladrilhamento de um quadrado. No portal de periódicos da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – CAPES, utilizando-se das mesmas palavras, encontrou-se o trabalho de Proença (2018), que apresenta o ensino de fração por meio de jogo, numa perspectiva construtivista, Assim, acredita-se que este trabalho pode contribuir com pesquisadores interessados à temática na percepção teórica aqui defendida.

[1] Inicialmente, a proposta era desenvolver com estudantes dos anos finais do ensino fundamental I, possivelmente do quinto ano. No entanto, optou-se pelo sétimo devido à complexificação do trabalho com o conceito de fração, estabelecendo relações aritméticas, algébricas e operacionais com sua estreita relação com as razões e proporções específicas do currículo deste ano escolar.
[2] Jogo criado e desenvolvido pelos autores.

O artigo estrutura-se em cinco seções: 1) destina-se à compreensão histórica do conceito de fração em seu movimento lógico-histórico de produção; 2) apresenta-se o jogo como situação desencadeadora da aprendizagem do conceito de fração; 3) descreve-se o experimento didático como proposta metodológica; 4) desenvolve-se a análise na compreensão dos sinais do processo de apropriação do conceito de fração pelos estudantes; e, 5) demonstram-se algumas considerações sobre os resultados.

O DESENVOLVIMENTO LÓGICO-HISTÓRICO DO CONCEITO MATEMÁTICO DE FRAÇÃO

O que se entende por movimento lógico e histórico dos conceitos? Segundo Kopnin (1978), é um movimento guiado pelas leis que existem na realidade objetiva em que o pensamento (lógico) reflete o movimento histórico. A unidade do histórico e do lógico é premissa para compreender a essência de um objeto – ancorados em Silva (2018) entende-se aqui os conceitos matemáticos como objeto – de sua estrutura, história e desenvolvimento.

Em Kopnin (1978), indica-se que o estudo do objeto deve ser realizado por meio das abstrações, características do pensamento teórico, em que se capta a essência, suas definições primárias e se descobre a história do fenômeno. O lógico reflete não só a história do próprio objeto, como também do seu conhecimento. Por esse motivo, a unidade entre o lógico e o histórico é premissa fundamental para a compreensão do processo de movimento do pensamento (Kopnin, 1978). A “unidade entre o lógico e o histórico é premissa metodológica indispensável na solução de problemas de inter-relação do conhecimento e da estrutura do objeto e conhecimento da história de seu desenvolvimento” (Kopnin, 1978, p.186).

Reconhecer este movimento permite superar o aspecto aparente de construção dos conceitos matemáticos, pois o conhecimento não avança somente por meio das aparências, nem se formam tão-somente como representações individualizadas e separadas umas das outras. Na verdade, vão se formando no curso de todas as atividades dos indivíduos que constituem a coletividade denominada genericidade

humana, além de que as experiências particulares de cada indivíduo acontecem de forma inter-relacionada e “é nesse conjunto de experiências que os conceitos vão se formando com um todo interligado desde sua origem” (Kopnin, 1978, p.78).

Desse modo, a formação dos conceitos matemáticos não difere da formação de conceitos em geral, pois tais conceitos são, primeiro, oriundos das necessidades humanas e percepções das experiências sensíveis; posteriormente, passam por fases de elaborações conceituais e sistematizações e alcançam alto grau de abstração, generalização e formalização gerando um sistema (Prado Jr.,1963).

Contudo, como reconhecer a essência do conhecimento sobre o conceito matemático de fração para posteriormente organizá-lo como objeto de ensino? Com base no movimento lógico-histórico recorreu-se ao estudo de registros históricos matemáticos (Ribinikov, 1987; Karlson, 1961; Boyer, 1996; Eves, 2011) que, isoladamente, podem ser considerados como singularidades, entretanto, mediados pelo processo de formação de conceitos por meio do pensamento teórico, podem conduzir ao universal, a essência do conhecimento acerca do conceito de fração.

Os autores supracitados demonstram a história da Matemática estruturada em uma linha do tempo. Em Rìbinikov (1987), destacam-se as necessidades de desenvolvimento dos conhecimentos matemáticos estão pautados, sobretudo, no desenvolvimento econômico das civilizações. Nesse viés, exemplifica as razões que as diversas sociedades tiveram para a elaboração dos conceitos, ressaltando a necessidade de superação da condição de vida social, guiadas pelas transformações naturais, culturais e sociais.

Para Karlson (1961), os motivos primitivos da constituição dos conhecimentos matemáticos se originaram em questões simples e cotidianas no intuito de melhorar a qualidade de vida humana. O conceito de fração pode ser percebido, de modo inicial, na vida cotidiana como uma superação/complexificação dos números naturais: “[...] o caçador se via às vezes obrigado a repartir um peixe ou uma caça, isto quando só lhe restava um único exemplar. Dividia-o então em duas metades, em quatro quartos ou

em um número maior de frações, conforme a quantidade de bocas a saciar" (Karlson, 1961, p. 50).

Para Karlson (1961) e Rìbinikov (1987), os registros e a linguagem matemática perpassaram as civilizações antigas que contribuíram para o desenvolvimento do conceito de fração. No contexto de suas necessidades, cada uma com sua particularidade quanto ao registro escrito, mas mantendo a mesma finalidade. Os egípcios, por exemplo, destacam-se no desenvolvimento do conceito devido à utilização das frações unitárias, as quais datam de registros históricos de 2.000 a.C. Boyer (1974) afirma que os egípcios conjecturaram um dos objetos mais antigos que se tem da história da matemática, o Papiro de Rhind. Neste documento histórico, são encontrados inúmeros problemas de ordem matemática que envolvem formulações com frações unitárias.

Os babilônicos também usavam frações unitárias, mas com denominadores fixos de sessenta, provavelmente por utilizarem-no como base de seu sistema de numeração, que herdaram dos povos sumérios (Ifrah, 1998). Estes povos empregavam as frações com bases sexagesimais para a resolução de problemas. "Os astrônomos babilônicos desenvolveram um sistema muito superior aos egípcios. Trabalhavam com frações com denominador fixo 60, ou 60.60 = 3600". Usavam, um sistema de "frações sexagesimais, análogo a nosso sistema de frações decimais [...]", já "os romanos optaram pelo número doze como base de seu cálculo de frações, operavam com frações de denominador doze ou múltiplo deste" (Karlson, 1961, p. 53).

Para as civilizações grega, chinesa, hindu e árabe, a utilização das frações deu-se pela aplicação matemática em problemas práticos. Os gregos utilizavam as frações para dar aplicabilidade ao conhecimento matemático, já os povos hindus e árabes contribuíram com a representação numérica das frações de forma muito semelhante a conhecida hoje. O avanço do conhecimento matemático conduziu-se devido à aproximação entre tais civilizações – econômicas e políticas – que, apesar de produzirem formas distintas de conceber a matemática, possuíam semelhanças em sua aplicabilidade (Ribinikov, 1987). No avanço da utilização das frações em

sociedade, percebe-se na história a diversidade de uso de símbolos em uma linguagem matemática própria para representá-las (Eves, 2011).

Assim, neste desenvolvimento lógico-histórico, pensou-se em uma proposta de organização de ensino que utilizasse o jogo como situação desencadeadora de aprendizagem, com intencionalidade de criar nos estudantes as necessidades e os motivos para aprendizagem. A tarefa, desse modo, consistiria na possibilidade de vivenciarem o processo do surgimento das frações, dando sentido à aprendizagem e ao trabalho do professor ao organizar o ensino.

O JOGO COMO SITUAÇÃO DESENCADEADORA DA APRENDIZAGEM

Com base na Teoria da Atividade (Leontiev, 1983), tem-se que na vida humana perpassa três atividades principais: jogo (na infância), estudo (na idade de ingresso escolar) e trabalho (vida adulta), com uma estrutura em comum são mobilizadas por necessidades, motivos e tarefas e, desenvolvem-se por intermédio de ações e operações. Leontiev (1983), Elkonin (2009) e Vigotski (2008) percebem que a atividade de jogo são relevantes ao desenvolvimento humano, devido se relacionarem aos afetos generalizados que são satisfeitos na ação mental por meio da imaginação, além de determinar o jogo como "atividade em que se reconstroem, sem fins utilitários diretos, as relações sociais" (Elkonin, 2009, p.19). Desse modo, no jogo com intencionalidade pedagógica, aparecem os conceitos estruturantes da atividade, sendo o jogador mobilizado intencionalmente ao desenvolvimento de uma tarefa – na criação de necessidades e motivos – que, por sua vez, necessita de ações e operações para serem realizadas – no desenvolvimento do pensamento teórico para efetividade da aprendizagem.

Ao exemplificar um jogo pedagógico, Elkonin (2009) apresenta um jogo de "supermercado' para ensinar aos estudantes medidas de peso. Para isso, o autor apresenta que são introduzidos ao jogo "[...] uma balança e pesos reais, entregam-se às crianças alguns grãos ou sementes secas, e elas aprendem a medir e pesar objetos variados, desempenhando as funções ora de vendedores, ora de compradores "(Elkonin, 2009, p. 401). O autor descreve que os alunos conseguem aprender sobre as medidas, mas que as ações são evidenciadas pelas relações sociais de compra e venda que

constituem o conteúdo principal do jogo pedagógico. O jogo, desse modo, pode ser capaz de reconstruir, por meio das ações mentais dos estudantes, os processos de desenvolvimento de determinado conceito produzido pelas necessidades humanas ao longo da história, proporcionando aos estudantes motivos para se envolverem com a atividade de estudo por ter caráter lúdico.

Na busca por caracterizar o jogo com base na teoria histórico-cultural, Silvestre (2016) apresenta que este se constitui com aproximações à arte (sendo produção estética humana), produto das relações sociais (seu conteúdo principal está nas relações sociais), os objetos do jogo atuam de maneira secundária (o objeto, brinquedo, só se faz e se constitui devido à imaginação daquele que joga), presença da imaginação e interação com o objeto, não é exercício, mas desenvolvimento com característica lúdica, relacionada ao divertimento e ao lazer. Conexa a essa perspectiva, acredita-se que o jogo pode se caracterizar como uma situação capaz de desencadear a aprendizagem de conceitos matemáticos, assim como defende Moura (2016).

Ao destacar a Atividade Orientadora de Ensino (AOE) como unidade da atividade do professor e estudante, Moura (2016) diz que a organização do ensino de matemática deve mobilizar as necessidades e os motivos para o estudo e a compreensão dos conceitos matemáticos por meio de jogos. Nessa perspectiva, na próxima seção descreve-se o experimento didático explicitando o desenvolvimento da tarefa – jogo que oportuniza o movimento lógico-histórico – sobre frações com base na AOE.

O EXPERIMENTO DIDÁTICO COMO PROPOSTA METODOLÓGICA

O experimento didático é defendido por Moura & Cedro (2012, p. 31) como “[...] um método de investigação psicológica que permite estudar a essência das relações internas entre os diferentes procedimentos da educação e do ensino e o correspondente caráter de desenvolvimento psíquico do sujeito”. O experimento que deu origem a esse artigo apresenta caráter de investigação psicológica por perquirir

as ações mentais dos estudantes na apropriação do conceito matemático de fração, procurando determinar em que momento e como ocorre essa apropriação. Portanto, detém os elementos estruturantes de um experimento didático conforme destacam Moura & Cedro (2012) – orientação para os processos de descoberta dos conceitos; intervenções do pesquisador no processo de aprendizagem; observações coletadas com o desenvolvimento das ações e valorização dos dados qualitativos.

Na organização do referido experimento, os pesquisadores elaboraram e desenvolveram o jogo 'PerCorrendo o tempo com frações' com objetivo de gerar necessidades e motivos nos estudantes para que estes pudessem compreender o conceito matemático de fração como produto no/do processo de desenvolvimento humano.

Desenvolvido com estudantes do sétimo ano do ensino fundamental em meados do segundo semestre de 2018, o jogo contou com a participação de 32 estudantes de uma escola pública da cidade de Quirinópolis-Goiás. Os alunos puderam se agrupar em dois, quatro, seis ou mais participantes. O referido jogo teve todo o seu desenvolvimento registro de gravação audiovisual que, posteriormente, tornou-se o universo de análise de dados transcritos. Assim, o referente empírico consta dos momentos de aula, que perdurou o equivalente a 6 horas/aula – tempo necessário para a realização do jogo e para as discussões oriundas do mesmo, sendo o tempo dividido em dois dias de atividades, ocorridas em momentos em que os estudantes teriam, em seus horários, aula de matemática. Os pesquisadores participaram ativamente do processo por meio das explicações das regras do jogo e apresentação do material, bem como oportunizaram reflexões matemáticas que estavam incorporadas ao jogo e a ação de jogar.

O jogo é composto por um tabuleiro que remonta aspectos históricos do surgimento e desenvolvimento do conceito de fração: desde a pré-história, as antigas civilizações até a produção da Matemática contemporânea, fazendo um resgate do desenvolvimento desse conceito por diferentes povos por meio da simulação da vivência e passagem pelos espaços ocupados pelos povos pré-históricos, babilônicos,

egípcios, romanos, hindus, orientais e contemporâneos (Figura 01). Foram disponibilizadas seis fichas coloridas de frações, sendo cada uma representante das frações oportunizadas pelo lançamento de dois dados.



Figura 2. Tabuleiro do jogo "PerCorrendo o tempo com Frações".

Fonte: produção dos autores.

O tabuleiro é composto de 113 casas, havendo as azuis e as vermelhas nos números primos[3]. Cada casa contém uma informação histórica sobre o desenvolvimento das frações pelas distintas civilizações onde se localiza o participante no tabuleiro, representando as casas azuis os avanços no jogo e as vermelhas – determinadas pelos números primos como forma de destacar uma determinada regularidade. No jogo, para não colocar as 'punições' do jogo de forma

[3] Números que tem somente o número um e ele próprio como divisores.

aleatória, representam rodadas do jogo sem ação, impossibilitando o jogador de participar de determinada rodada e/ou retorno às casas anteriores.

Os participantes recebem no ato do jogo: o tabuleiro, dois dados e um *kit* de seis tiras coloridas que representam as frações – todas do mesmo tamanho, só que organizadas com divisões distintas, fazendo referências das frações correspondentes a um inteiro até seis sextos. Após determinar a ordem de jogo dos participantes, cada jogador lança o primeiro dado, representando o numerador e o segundo dado o denominador da fração em que vai percorrer/deslocar-se como avanço de casas no jogo. As distâncias para o deslocamento no tabuleiro são dadas pelas fichas coloridas que representam as frações.

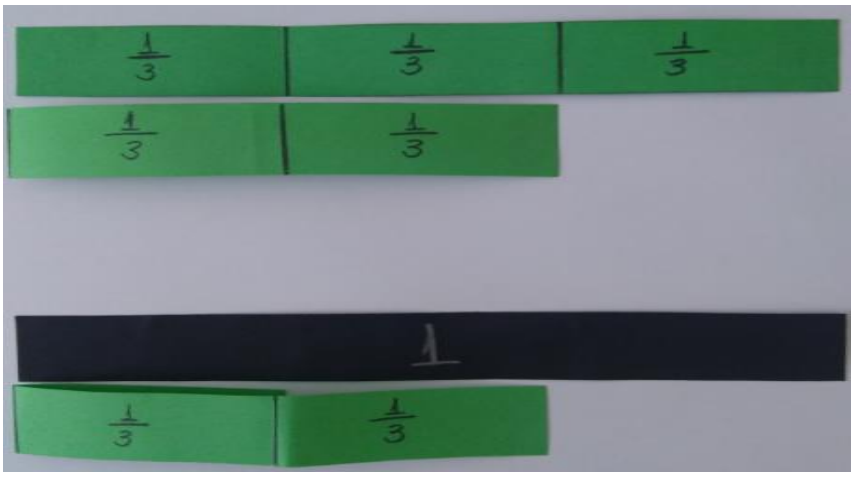


Figura 2. Exemplo da distância percorrida pela fração cinco terços no jogo.

Fonte: produção dos autores.

Por exemplo: se um jogador ao lançar o primeiro dado tem a face 5 virada para cima e, no segundo dado, a face 3 virada para cima, indica que ele deve percorrer a distância de cinco terços de casas utilizando as fichas. Desse modo, utilizando a ficha de um terço completa mais dois terços, ou com a ficha de um inteiro mais dois terços, já que a fração tomada como exemplo indica uma fração imprópria (Figura 02). Após inúmeras jogadas vence o jogo quem chegar primeiro – cada jogador recebe um boneco em miniatura que o representa – à última casa.

O jogo, por meio do lançamento de dados, situa-se no princípio das probabilidades de locomoção em um espaço, havendo possibilidades de um a seis tanto no numerador quanto denominador. Além de o jogo estar vinculado ao conceito principal de fração, valorizado por meio das fichas coloridas e a classificação ao acaso das frações próprias e impróprias, há ainda frações expressas nas casas de números primos, vermelhas e/ou azuis que indicam a referência de deslocamento de frações irredutíveis, trabalhando, assim, o conceito de frações equivalentes, estando em consonância com os objetos do conhecimento propostos na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) no estudo da: "Fração e seus significados: como parte de inteiros, resultado da divisão, razão e operador [...] Números racionais na representação fracionária e na decimal" (Brasil, 2017, p. 306).

Na próxima seção, destaca-se o movimento de análise dos dados referentes as ações dos estudantes sinalizadoras da apropriação do conceito de fração.

ANÁLISE DOS DADOS: PARA ALÉM DO JOGO APENAS PELO JOGAR

De acordo com Silva (2018), apreender a apropriação de novos conhecimentos não é algo fácil de se realizar, por isso a necessidade de se procurar sinais desse processo. "Buscar indícios no seio de um processo em movimento é bastante distinto de procurar relações causais entre fatos" (Silva, 2018, p. 149). "Com efeito, procurar indícios implica optar por um tipo de análise que siga pistas, não evidências, sinais, não causas desse processo" (Pino, 2005, p. 177). Desse modo, verificar a existência de um processo não é apenas mostrar os fatos que dele fazem parte, mas sim constatar as transformações que se operam nele. "Afinal, a transformação supõe que algo novo emerja, mas, coincidentemente, algo permanece do que foi transformado" (Silva, 2018, p. 198).

Nesse caminho, foi definida, a partir dos dados obtidos na forma de gravação audiovisual de todos os momentos do experimento didático realizado com os alunos, uma unidade que seria, conforme Vigotski (2001, p. 19), "[...] uma parte viva e indivisível da totalidade". Dessa unidade, foram selecionados dois episódios de ensino

que podem ser entendidos como ações reveladoras do processo de formação (Moura, 2016). Destes episódios, destacaram-se os *flashes* que seriam "não somente uma mera definição dos sinais, mas sim uma tentativa de encontrar na sua trama, não somente a existência, mas também a natureza do processo de significação dos sujeitos envolvidos" (Silva & Cedro, 2019, p. 479). Desse movimento processual de expor o desenvolvimento e entendimento do fenômeno, nasce a seguinte estrutura de análise:

Quadro 1

Estrutura da análise dos dados

Unidade de análise – O desenvolvimento da apropriação do conceito matemático de fração tendo o jogo como situação desencadeadora da aprendizagem	
Primeiro Episódio O entendimento do conceito de fração pelos alunos a partir do movimento lógico-histórico	**Segundo Episódio** As contribuições do jogo 'Percorrendo o tempo com as frações"

Fonte: Produção dos autores

Nessa estrutura de análise, buscou-se o entendimento de como o processo de apropriação do conceito matemático de fração se desenvolve a partir da organização do ensino de Matemática. Portanto, os dois episódios possuem como particularidade comum o fato de representarem ações coletivas que demonstram o caminho percorrido pelos sujeitos. Na sequência, foram desvelados os indícios das transformações dos sujeitos em questão na análise de cada episódio e seus *flashes* componentes.

PRIMEIRO EPISÓDIO: O ENTENDIMENTO DO CONCEITO DE FRAÇÃO PELOS ALUNOS A PARTIR DO MOVIMENTO LÓGICO-HISTÓRICO

A matemática é uma importante área do conhecimento humano e, igualmente às demais, tem sido historicamente construída. Entretanto, seu ensino tem desafiado os professores, pois muitos de seus elementos aparecem desprovidos de significados

para os alunos. Na busca pelo provimento de um ensino do conceito de fração que possuísse significados para os alunos que participaram do experimento didático, o jogo “Percorrendo o tempo com as Frações” apresentou o conceito num movimento lógico-histórico e, portanto, processual, compreendendo mudanças, composto de etapas, avanços e retrocessos, perfazendo um movimento de transformação, do próprio homem em atividade.

Utilizar o movimento lógico-histórico dos conceitos, por meio da lógica dialética, que procura apresentar a essência dos fenômenos por intermédio das formas do pensamento teórico (Davidov, 1988) para assim organizar o ensino de conceito matemático de fração não é certamente uma tarefa simplista. Afinal, o conteúdo do pensamento teórico é a excelência mediatizada, refletida e essencial, do pensamento humano.

O pensamento teórico é o processo de idealização de um dos aspectos da atividade objetivo-prática humana, bem como a reprodução, nela, das formas universais das coisas. Tal reprodução tem lugar na atividade laboral do homem como peculiar experimento objetivo-sensorial. Logo, o experimento aqui realizado adquiriu um caráter cognoscitivo ao permitir que os alunos realizassem não somente ações práticas, mas também mentais. *“Conforme a gente foi jogando, a gente foi entendendo que fração não é só aquele negócio de dividir as figuras em pedaços e pintar umas partes, é bem mais que só isso de ficar pintando figura* ***(Aluno 10, Flash 1, Episódio 1)****; Já vi sobre frações, e ficava pensando para que mesmo que tinham inventado um negócio tão sem utilidade, nunca tinha pensado que os conteúdos de Matemática que vemos aqui na escola foram criados por povos inteiros, tipo assim, uma civilização todinha* ***(Aluno 6, Flash 2, Episódio 1)****;Eu sempre gostei de jogar, e quando falaram que íamos jogar fiquei animado, mas gostei mesmo foi porque não foi só jogar por jogar, porque para ganhar tinha que ir aprendendo sobre fração* ***(Aluno 22, Flash 3, Episódio 1)****.* Ou seja, é no contexto escolar e pela educação que o aluno se transforma ao se apropriar dos conhecimentos, por meio de “um modo geral de organização do ensino em que seu conteúdo principal é o conhecimento teórico e seu

objeto é a constituição do pensamento teórico do indivíduo no movimento de apropriação do conhecimento" (Moura, 2016, p. 221)

É na apreensão do conhecimento que se concretizam as interações que o indivíduo estabelece num ambiente de aprendizagem formal, devendo ele se apropriar dos conhecimentos construídos pela humanidade ao longo de sua história. Assim, a escola tem como papel primordial favorecer a transmissão da cultura historicamente acumulada, oportunizando o desenvolvimento dos conceitos científicos e das leis mais profundas e essenciais que os regem, por meio do acesso ao conhecimento sistematizado. *"Nunca tinha pensando que fração tinha a ver com a história da humanidade e gostei de ter aprendido isso aqui na escola que acho que é o lugar certo para aprender essas coisas* ***(Aluno, 11,Flash 4, Episódio 1)****; "O jogo foi criado de uma maneira bem organizada né, tudo fazia sentido para que a gente entendesse porque aquela gente criou a fração e vocês tiveram cuidado com a sequência do jogo e a sequência verdadeira com que a fração foi criada e foi se desenvolvendo* ***(Aluno 2, Flash 5, Episódio 1).***

Corrobora Davidov (1988) ao afirmar que a atividade de ensino tem como o principal objetivo a formação do conhecimento teórico/científico para com ele formar o pensamento teórico e, assim, desenvolver a psique do aluno. "Formar representações materialistas para produzir o pensamento independente e melhorar significativamente a formação artística e estética, elevando o nível teórico do processo de ensino e educação, expondo claramente os conceitos básicos e principais ideias das disciplinas escolares." (Davidov, 1988, p. 44). O referido autor destaca o papel da educação como essencial na criação das condições necessárias para o surgimento da consciência do homem, além de discutir os processos cognitivos e a apropriação da experiência acumulada historicamente pela sociedade, a aquisição e também sistematização dos conhecimentos. Os *flashes* abaixo confirmam as discussões aqui trazidas: *Eu sempre pensei para que inventaram essa tal fração, só para dar trabalho, não entendia o motivo de ter fração na escola, também nenhum professor explicava o porquê né, nunca imaginei que tinha a ver com medidas, comércio, imposto* ***(Aluno***

29, Flash 6, Episódio1); *Foi bacana também saber que não foi só um povo que criou e desenvolveu as frações.* ***(Aluno 19, Flash 7, Episódio 7)****; Eu gostei que a gente passou por várias épocas, foi muito bom, a Itália, a Árabia, os países orientais e a gente aprendeu muito* ***(Aluno 4, Flash 8, Episódio 1);*** *Muitos países ajudaram a construir o conhecimento matemático. Eu não sabia disso!* ***(Aluno 17, Flash 9, Episódio1).*** O ensino de Matemática, assim organizado, possibilita a formação da consciência tendo como base o mundo concreto, investigando como o homem se constitui sujeito em sua individualidade a partir das relações com seus semelhantes e a natureza.

Dessa forma, configura-se como sendo a educação o principal motor de transmissão da cultura histórica e socialmente construída, mostrando a influência do ensino na formação das pessoas e a relação entre o desenvolvimento do psiquismo e os processos educativos. Tendo como premissa a compreensão de que a história procede por saltos e não se movimenta de forma linear, pois "por aí tem de começar igualmente o curso do pensamento e o seu avanço ulterior não será mais do que o reflexo, numa forma abstrata e teoricamente consequente, do decurso histórico; um reflexo corrigido, mas corrigido segundo leis que o próprio decurso histórico real fornece" (Engels, 2008, p. 2).

Os últimos *flashes* evidenciam a compreensão pelos sujeitos da pesquisa de que as frações tenham surgido na história da humanidade, primeiro, para que o homem pudesse repartir as coisas do seu dia a dia em partes iguais: *Acho que as frações surgiram para repartir* ***(Aluno 1, Flash 10, Episódio 1);*** *Repartir alguma comida em partes iguais, por que senão gera briga, né? Aí divide ao meio, um pra cada um* ***(Aluno 6, Flash 12, Episódio 1).*** Os *flashes* estão em consonância com o pensamento de Karlson (1961), que ressalta sobre quais foram as primeiras necessidades da humanidade para desenvolver o conceito de fração. Portanto, acompanhar o movimento lógico-histórico do conceito de fração é compreender o conhecimento matemático como experiência histórica social acumulada. Entende-se, desse modo, a perspectiva lógico-histórica como forma de traçar o caminho percorrido pelo conceito

conduzido por sua finalidade como uma possibilidade de organização do ensino. No próximo episódio, demonstra-se como um jogo alicerçado nas premissas de tal movimento pode contribuir para a aprendizagem do referido conceito.

SEGUNDO EPISÓDIO: AS CONTRIBUIÇÕES DO JOGO 'PERCORRENDO O TEMPO COM AS FRAÇÕES'

Elkonin (2009) aborda vários significados para a palavra jogo. De acordo com algumas culturas, o jogo pode estar relacionado ao prazer, entretenimento, entre outros aspectos. Segundo Silvestre (2016), o sentido real da palavra jogo atribuído pelo autor está relacionado aos jogos de origem lúdica e não vinculados à especulação financeira. A palavra "jogo" não é um conceito científico *stricto sensu*. "É possível que por isso não temos, até hoje, uma delimitação satisfatória dessas atividades e uma explicação, também satisfatória, das diferentes formas de jogo" (Elkonin, 2009, p. 13).

Neste episódio, entende-se teoricamente jogo nas ideias de Elkonin (2009), Moura (2016) e Grando (2000). Portanto, os *flashes* aqui escolhidos trazem seu entendimento como recurso capaz de contribuir para a aprendizagem do conceito matemático de fração. Tais ideias se encontram pautadas na concepção de atividade em comum posta por Rubtsov (1996) e Rivina (1996). Destacam-se os *flashes*: *É igual a três casa* ***(Aluno 30, Flash 1, Episódio 2)****; É! Cada casa vale um sexto* ***(Aluno 25, Flash 2, Episódio 2);*** *É igual a um meio, ou dois quartos* ***(Aluno 15, Flash 3, Episódio 2);*** *Porque essas frações são frações equivalentes* ***(Aluno 2, Flash 4, Episódio 2);*** *É igual quatro oitavos"* ***(Aluno 13, Flash 5, Episódio 5)*** . É possível perceber, nesses *flashes*, que o jogo possibilitou aos estudantes o reconhecimento de uma regularidade matemática presente no espaço em que uma casa ocupava no jogo, sendo aproximadamente um sexto. As fichas de fração demonstraram, nesse sentido, importante papel para que os estudantes desenvolvessem a percepção da medida do espaço em relação à fração determinada pelo lançamento dos dados.

No processo, também não se pode desconsiderar o papel do professor que, neste caso, não ocupa o lugar como como sujeito detentor do conhecimento, tendo como objetivo apenas transferi-lo ao aluno, mas sim como aquele capaz de fazer surgir a tensão criativa no aluno mediando o processo de colocá-lo em atividade de aprendizagem. Assim, o professor assume o papel de sujeito mediador da atividade de ensino dele ao encontro da atividade de aprendizagem do aluno. Deste modo, o professor permite o surgimento e desenvolvimento da mediação como dimensão executora do ensino que possibilita a aprendizagem do aluno.

Nesse processo de apropriação do conceito de fração por meio dos deslocamentos no tabuleiro, destaca-se também o entendimento de que fração não é somente a parte de um inteiro, ou seja, necessariamente algo menor que ele, mas pode ser também maior que esse inteiro: *Cinco meios. Mas, cinco meios é maior ou menor que um?* ***(Aluno 18, Flash 6, Episódio 2);*** *É maior. Ou seja, Um inteiro e um meio mais um* ***(Aluno 3, Flash 7, Episódio 2);*** *Não, dois inteiros* ***(Aluno 5, Flash 8, Episódio 2);*** *Cinco meios. Quanto é cinco meios? Quanto é cinco meios?* ***(Aluno 7, Flash 9, Episódio 2);*** *Dois inteiros e um meio* ***(Aluno 8, Flash 10, Episódio 2)***. Os *flashes* sinalizam que os estudantes puderam pensar sobre os significados de se ter e deslocar-se no tabuleiro com as fichas de fração, entendendo-as como fração imprópria e assim teriam que deslocar duas fichas de fração inteiras mais metade de uma ficha de fração.

Nos *flashes*, também é possível notar que as ações com os objetos desempenham relevante papel, contudo, estas atuam de maneira secundária, pois o objeto (ficha colorida) é apenas um instrumento material que se revela pela ação mental dos estudantes – pensamento, imaginação, criatividade – em compreender que aquele objeto representa uma fração. Fração essa cujo conceito está relacionado a uma referência, caracterizando as frações como próprias, impróprias e fração de quantidade, indo ao encontro dos pensamentos de Vigotski (2008) e Elkonin (2009) os quais ressaltam que o objeto do jogo é importante, mas atua de forma secundária às ações mentais e imaginativas para a manipulação de objetos.

CONCLUSÕES

O desenvolvimento da proposta de ensino mediatizada por meio do jogo demonstra-se capaz de superar a racionalidade técnica posta acerca do ensino do conceito de fração. Para isso, possibilitou aos estudantes os motivos necessários ao envolvimento do movimento lógico-histórico desse conceito.

O intuito era que os alunos não jogassem apenas por jogar, mas que tivessem necessidades e motivos para tal. Além disso, nesse percurso, apropriarem-se do conceito de fração. As ações materializadas nos *flashes* denotam os sinais da apropriação desse conceito, bem como demonstram que isso foi possibilitado a eles na/pela compreensão do movimento lógico-histórico desse conceito matemático – aspecto esse presente no jogo.

Assim, as situações de ensino que utilizam os jogos como recurso para ensinar matemática no ensino fundamental cumprem bem o papel de criar necessidades e motivos para que os alunos compreendam o conceito ensinado. Faz-se necessário, por parte do professor, preocupar-se em criar tais situações, pois, numa sociedade em constantes transformações, é preciso mobilizar interesses para que os alunos possam se apropriar dos conceitos matemáticos, utilizando para tanto o jogo como situação desencadeadora da aprendizagem.

REFERÊNCIAS

Boyer, C. B. (1974). *História da matemática.* Tradução de Elza F Gomide. São Paulo: Edgard Blucher, Editora da Universidade de São Paulo. 475 p.

Brasil. (2017). Ministério da Educação. *Base Nacional Comum Curricular*. Disponível em < http://basenacionalcomum.mec.gov.br/a-base >. Acesso em: julh.

Davidov, V. V. (1988) *La enseñanza escolar y el desarrollo psíquico: investigación psicológica teórica y experimental.* Tradução de Marta Shuare. Moscou: Editorial Progresso.

Elkonin, D, B. (2009). *Psicologia do jogo*. Tradução de Álvaro Cabral. 2ª edição. São Paulo: WMF 'Martins Fontes. 447 p.

Engels, F. (2008) Comentários sobre a contribuição à crítica da economía política, de Karl Marx. In: Marx, K. *Contribuição à crítica da economía política*. São Paulo: Expressão Popular.

Eves, H. (2011). *Introdução à história da matemática.* Tradução de Hygino H. Domingues. 5ª edição. Campinas/SP: Editora da Unicamp. 780 p.

Grando, R. C. (2000). *O conhecimento matemático e o uso de jogos na sala de aula.* Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação na Universidade Estadual de Campinas, SP.

Ifrah, Georges. (1998). *Os Números:* a história de uma grande invenção. Tradução de Senso, Stella M. de Freitas. 90 edição: Editora Globo.

Karlson, P. (1961). *A magia dos números.* Tradução de Henrique Carlos Pfeifer, Eugênio Brito e Frederico Porta. Coleção Tapête Mágico. Rio de Janeiro, Porto Alegre, São Paulo: Editora Globo. 604 p.

Kopnin, Pável V. (1978). *A dialética como lógica e teoria do conhecimento.* Rio de Janeiro: Civilização Brasileira.

Leontiev, A. N. (1983). *Actividad, consciencia, personalidad. Habana: Editorial Pueblo y Educación*.

Lima, L. C. (1998) Da mecânica do pensamento ao pensamento emancipado da mecânica. In: *Programa Integrar*. Caderno do Professor: trabalho e tecnologia. CUT/SP. p. 95-103.

Moura, M. O. & Cedro, W. L. (2012). Possibilidades metodológicas na pesquisa em educação matemática: o experimento didático. *Educativa*, Goiânia, v. 15, n. 1, jan/jun. p. 25-38

Moura, M. O. (2016). (Org.). *A atividade pedagógica na teoria histórico-cultural.* 2ª edição. São Paulo: Liber. 178 p.

_____. (1993). *A história da ciência, a psicogênese e a resolução de problemas na construção de conhecimento em sala de aula*. Faculdade de Educação de São Paulo. Documento, v. 19, n. 2, p-245-256, julho\dezembro.

Pino, Angel. (2005). *As marcas do humano*: às origens da constituição cultural da criança na perspectiva de Lev. S. Vigotski. São Paulo: Cortez.

Prado JR., C. (1963). *Dialética do conhecimento*. 4. ed. São Paulo: Brasiliense.

Proença, Marcelo Carlos de.. (2018). O ensino de matemática por meio da resolução de problemas: metanálise de propostas nos 6º e 7º anos do ensino fundamental. *Revista Educação Matemática Pesquisa*. São Paulo, vol. 20, nº 1. p. 496-517.

Ribeiro, A. B. M. (2013). *As frações que o ladrilhamento revela*. Dissertação (Mestrado Profissional). Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas da Universidade Federal de São Carlos. São Carlos. 132 f.

Ríbnikov, K. (1987). *Historia de las matemáticas.* Editorial Mir Moscú. 488 p.

Rivina. I. 1996). A organização de atividades coletivas e o desenvolvimento cognitivo em crianças pequenas. In. CATHERINE. G. et al. *Após Vygotsky e Piaget*: perspectiva social e construtivista. Escolas russa e ocidental. Tradução Eunice Gruman. – Porto Alegre: Artes Médicas. [p. 138-150]

Rodrigues, S. P. (2017). *A aprendizagem do conceito científico de fração por alunos com deficiência intelectual:* os resultados de uma intervenção. Dissertação (Mestrado Profissional) - Programa de Pós-Graduação em Educação. Universidade Federal do Pampa. Jaguarão. 168 f.

Rubtsov, V. (1996). A atividade de aprendizado e os problemas referentes à formação do pensamento teórico dos escolares. In. CATHERINE. G et al. *Após Vygotsky e Piaget*: perspectiva social e construtivista. Escolas russa e ocidental. Tradução Eunice Gruman. – Porto Alegre: Artes Médicas. [p. 129-137]

Silva, M. M. & Cedro, W. L. (2019). Discutindo as Operações de Adição e Subtração com Futuros Professores dos Anos Iniciais. *Bolema*. v. 33, n. 64, pp. 470-490. Disponível em: https://doi.org/10.1590/1980-4415v33n64a02

Silva, M. M. (2018). *A apropriação dos aspectos constituintes da Atividade Pedagógica por professores de Matemática em formação inicial.* Tese - Doutorado em Educação Ciências e Matemática da Universidade Federal de Goiás. Goiânia.

Silvestre, B. S. (2016). *A formação do professor de matemática*: o jogo como recurso de ensino. Dissertação – Mestrado em Educação em Ciências e Matemática, Universidade Federal de Goiás, Goiânia.

Vigotski, L. S. (2001). *Obras Escogidas.* (Tomo II). Madrid: Visor.

_____. (2008). A brincadeira e seu papel no desenvolvimento psíquico da criança. Tradução de Zoia Prestes. *Revista Virtual de Gestão de Iniciativas Sociais*. ISSN: 1808-6535. Publicada em junho. p. 23-36.

CONTRIBUIÇÕES DOS AUTORES

1ª autor: conceitualização; curadoria de dados; análise formal; investigação; metodologia; administração do projeto; supervisão; visualização; redação – rascunho original; redação – revisão e edição.

2ª autora: conceitualização; curadoria de dados; análise formal; investigação; metodologia; administração do projeto; supervisão; visualização; redação – rascunho original; redação – revisão e edição.