Tangram
Revista de Educação Matemática
e-ISSN: 2595-0967

Modelagem Matemática e a Sala de Aula: um olhar para um material didático

Mathematical modeling and classroom: a view on a didactic material

Modelo matemático y el aula: una mirada a un material didáctico

Milena Kemy Sujimoto de Aguiar
UNESP – IBILCE – Departamento de Matemática
São José do Rio Preto, Brasil
milenakemy@hotmail.com
ORCID 0000-0001-7145-5158

Ana Paula dos Santos Malheiros
UNESP – IBILCE – Departamento de Educação
São José do Rio Preto, Brasil
paula.malheiros@unesp.br
ORCID 0000-0002-1140-4014.

Enviado:29/07/2020

Aceito:22/09/2020

DOI: 10.30612/tangram.v3i4.12515

Resumo: A Modelagem Matemática, que pode ser caracterizada como uma estratégia pedagógica, é investigada no Brasil, no âmbito da Educação Matemática, desde a década de 1970. Entretanto, pesquisas têm destacado dificuldades dos professores em leva-la às aulas de Matemática, em particular nas aulas da Educação Básica. Dentre os obstáculos evidenciados, está a dificuldade em cumprir o currículo, principalmente nas instituições nas quais o material didático é de uso obrigatório, como no caso das escolas públicas do estado de São Paulo. Considerando tal cenário, este artigo, oriundo de uma pesquisa de Iniciação Científica, pautada no paradigma qualitativo, tem como objetivo apresentar um caminho para que a Modelagem esteja presente nas salas de aula onde há imposição de utilização de materiais didáticos, além de evidenciar a importância dos professores saberem atrelar a Modelagem com as atividades já existentes. Dessa maneira, evidenciamos que é possível a presença da Modelagem em contextos opressores e acreditamos que podemos contribuir para a sua utilização em sala de aula, apesar dos diversos obstáculos existentes.

Palavras-chave: Educação Matemática. Modelagem. Educação Básica.

Este obra está licenciada com uma Licença Creative Commons Atribuição-NãoComercial-CompartilhaIgual 3.0 Brasil.

Tangram
Revista de Educação Matemática
e-ISSN: 2595-0967

Abstract: Mathematical Modeling, which can be characterized as a pedagogical strategy, has been investigated in Brazil since the 1970s. However, research has highlighted teachers' difficulties to integrate Modeling into Mathematic classes. Among the obstacles evidenced is the difficulty in fulfilling the curriculum, mainly in schools where the didactic material is mandatory, as in the case of public schools in the state of São Paulo. Considering this scenario, this article, originating from a Scientific Initiation research, based on the qualitative paradigm, aims at presenting a way for Modeling to be present in classrooms where there are imposed the use of teaching materials, as well as highlighting the importance of teachers knowing how to link Modeling with existing activities. In this way, we believe that we can contribute to the use of Modeling in the classroom, despite the many obstacles.

Keywords: Mathematical Education. Modeling. Basic Education.

Resumen: El Modelo Matemático, que se puede caracterizar como una estrategia pedagógica, ha sido investigado en Brasil, en el ámbito de la Educación Matemática, desde la década de 1970. Sin embargo, la investigación ha resaltado las dificultades de los docentes para llevarlo a las clases de Matemática, en particularmente en las clases de Educación Básica. Entre los obstáculos evidenciados, se encuentra la dificultad para cumplir con el currículo, principalmente en las instituciones donde el material didáctico es obligatorio, como es el caso de las escuelas públicas del estado de São Paulo. Ante este escenario, este artículo, proveniente de una investigación de Iniciación Científica, basada en el paradigma cualitativo, tiene como objetivo presentar una forma de que el Modelo esté presente en las aulas donde existe una imposición al uso de materiales didácticos, además de resaltar la importancia los profesores saben cómo vincular el modelado con actividades existentes. Así, mostramos que es posible que el Modelo esté presente en contextos opresivos y creemos que podemos contribuir a su uso en el aula, a pesar de los diversos obstáculos existentes.

Palabras clave: Educación Matemática. Modelo. Educación básica.

Introdução

Diante no cenário educacional brasileiro, em particular na educação básica, é possível notar como os processos de ensino e de aprendizagem com ênfase em técnicas e memorizações ainda se fazem presente nas salas de aula, em particular de Matemática, nossa área de atuação. Esse modelo de educação pode ser concebido como Bancária (Freire, 2019), baseada na transmissão e na narração alienada e alienante, acrítica, em detrimento de uma educação problematizadora e libertadora.

Este obra está licenciada com uma Licença Creative Commons Atribuição-NãoComercial-CompartilhaIgual 3.0 Brasil.

Tangram
Revista de Educação Matemática
e-ISSN: 2595-0967

Além disso, pesquisas como a de Reis (2005) apontam que grande parte dos alunos do ensino básico tem uma aversão à disciplina de Matemática. Alguns dos motivos pela rejeição a ela, segundo o autor, pode ser a ideia pré-concebida e aceita, por parte dos alunos, de que a Matemática é difícil. Ainda, as experiências negativas e a falta de relação entre o que é apresentado em sala de aula e o cotidiano dos alunos pode contribuir para que os estudantes não gostem da Matemática. Apesar disso, sabemos que é possível ouvir relatos de alunos que obtiveram um bom desempenho nas aulas de matemática apenas decorando e não compreendendo, de fato, o conteúdo.

Considerando especificamente a relação entre a Matemática e o cotidiano dos estudantes, temos a Modelagem[1], uma das tendências[2] em Educação Matemática, que inclusive, está em evidência nas investigações nacionais há mais de quatro décadas, e passou a compor os documentos oficiais – Orientações Curriculares para o Ensino Médio (Brasil, 2006) - do Ministério da Educação (MEC) em 2006. Porém, apesar desses indicativos, existem pesquisas que evidenciam que ela ainda não chegou efetivamente às salas de aula (Silveira & Caldeira, 2012; Burak & Malheiros, 2017).

Quanto a isso, a pouca utilização da Modelagem nas práticas docentes, pesquisas como a de Silveira e Caldeira (2012) evidenciam alguns obstáculos e resistências registrados por parte dos professores, como por exemplo, a imprevisibilidade do que ocorrerá durante as aulas, a insegurança diante do novo, as cobranças tanto da parte dos pais quanto da gestão escolar ou ainda a falta de tempo para o cumprimento do currículo.

Em relação ao cumprimento do currículo, temos no estado de São Paulo, em particular nas escolas estaduais, até 2018[3], uma cobrança velada para que o uso do material

[1] Neste texto, usaremos Modelagem e Modelagem Matemática como sinônimos, com objetivo de evitarmos repetições.

[2]Tendência neste artigo é entendida com base em Klüber (2012, p. 33), ou seja, "como um movimento efetivo daquilo que tem permanecido enquanto e como alguns modos de se pensar e fazer Educação Matemática em nosso país e também em outras partes do mundo".

[3] No ano de 2019 os professores das escolas estaduais paulistas estavam sem um material didático para utilizar, visto que um novo está sendo elaborado para estar em sinergia com a Base Nacional Comum Curricular. Entretanto, as avaliações como as AAP (Avaliação de Aprendizagem em Processo), realizadas bimestralmente,

Este obra está licenciada com uma Licença Creative Commons Atribuição-NãoComercial-CompartilhaIgual 3.0 Brasil.

Tangram
Revista de Educação Matemática
e-ISSN: 2595-0967

didático fornecido por eles acontecesse, vulgo *Caderninhos*. Eles são uma coleção de cadernos semestrais disponibilizados aos professores (*Caderno do Professor*) e estudantes (*Caderno do Aluno*) para a utilização em sala de aula e também em atividades extraclasse (Forner, 2018). Embora não existisse nenhuma resolução acerca de tal obrigatoriedade, a política governamental prioriza as avaliações em larga escala em detrimento da aprendizagem efetiva dos estudantes. Tal política envolve a bonificação financeira para os professores que obtiverem boas notas de seus alunos, ao invés de uma melhora na valorização e remuneração desses professores. Estudos já mencionaram tal fato com a disciplina e os professores de Matemática (Crecci & Fiorentini, 2014; Malheiros & Honorato, 2017; Forner, 2018), o que muitas vezes dificulta ou inibe o desenvolvimento de abordagens metodológicas distintas, como a Modelagem, em suas aulas.

Desse modo, entendemos que enquanto a política da padronização e das avaliações predominarem nas salas de aula (Crecci & Fiorentini, 2014; Forner, 2018), como é o caso do estado de São Paulo, é preciso que estudos procurem aliar os materiais didáticos já existentes com a Modelagem, por meio de propostas efetivas. Evidenciamos, entretanto, que não defendemos tal política e sim que estamos tentando adequar pressupostos da Modelagem ao que está posto, mesmo que de modo velado. Ademais, concordamos com Ceolim e Caldeira (2015), que consideram importante que professores e futuros professores, estejam sempre em vigilância acerca de possíveis brechas que as instituições de ensino possam vir a oferecer, apesar de sua rigidez, materializada das mais diferentes formas.

Diante deste, ilustrativo cenário, propomos e elaboramos uma pesquisa, em nível de Iniciação Científica[4], que teve por objetivo principal analisar as atividades de Modelagem que estão presentes na literatura nacional da área, considerando os anos finais do Ensino Fundamental. Especificamente, seus objetivos eram, além de identificar atividades propostas

continuaram a ser aplicadas. Em 2020 um outro material didático começou a chegar nas escolas, mas devido à Pandemia por conta do COVID-19, não tivemos maiores informações.

[4] Pesquisa Financiada pela FAPESP, Fundação de Amparo à Pesquisa do estado de São Paulo, processo nº 2018/03647-9, desenvolvida pela primeira autora do texto e orientada pela segunda.

Este obra está licenciada com uma Licença Creative Commons Atribuição-NãoComercial-CompartilhaIgual 3.0 Brasil.

Tangram
Revista de Educação Matemática
e-ISSN: 2595-0967

para os alunos dos anos finais do Ensino Fundamental, relacioná-las e/ou adaptá-las as que estão nos *Caderninho*s. Dessa maneira, buscamos relacionar e/ou adaptar as atividades de Modelagem presentes na literatura nacional da área com as que foram propostas pelo governo do estado de São Paulo, para os anos finais do Ensino Fundamental. Entendemos ser fundamental para o professor de Matemática que ele perceba a possibilidade e consiga fazer adaptações e adequações nas atividades existentes nos materiais didáticos disponíveis nas escolas, para que eles possam utilizar diferentes abordagens pedagógicas, dentre as quais a Modelagem.

Neste artigo, apresentaremos um recorte de tal pesquisa, ou seja, uma atividade de Modelagem elaborada a partir de publicação de pesquisas e experiências em Educação Matemática, que pode ser utilizada nas salas de aula, pois vai ao encontro do que se pretende com as atividades dos *Caderninhos*. Nela, consideramos as possibilidades de trabalho em sala de aula com a Modelagem Matemática, com olhar também para a Base Nacional Comum Curricular – BNCC - (Brasil, 2018), pois ela menciona a Modelagem como um processo matemático, mas não explicita caminhos para que ela chegue, de fato, às aulas de Matemática. Ademais, concordamos com Bigode de que a BNCC de Matemática "não consegue esconder sua orientação ideológica expressa numa visão que reduz a matemática a uma coleção estanque de itens que não passam de descritores de avaliação, agora rebatizados de 'habilidades'" (Bigode, 2019, p. 123) e, nesse contexto, a BNCC se parece com um currículo prescrito, que deve ser seguido, indo contra os pressupostos da Modelagem, que serão tratados na próxima seção.

Sobre a Modelagem em Educação Matemática

A Modelagem é considerada por muitos autores como uma tendência em Educação Matemática (Meyer, Caldeira e Malheiros, 2011; Klüber, 2012), todavia consideramos importante destacar que ela começou a ser utilizada em pesquisas realizadas em outras áreas do conhecimento, como por exemplo, a Matemática Aplicada e Pura, nas quais modelos

Este obra está licenciada com uma Licença Creative Commons Atribuição-NãoComercial-CompartilhaIgual 3.0 Brasil.

Tangram
Revista de Educação Matemática
e-ISSN: 2595-0967

matemáticos são desenvolvidos para resolver um dado problema, porém sem a finalidade educacional. Na Educação Matemática brasileira, em particular, ela se difundiu por meio de cursos para professores realizados a partir da década de 1980 (Biembengut, 2009; Fillos, 2019).

Na literatura[5]nacional acerca da Modelagem Matemática, existem diferentes concepções para a Modelagem (Klüber & Burak, 2008). Burak (1992, p. 62), por exemplo, entende a Modelagem Matemática como um "conjunto de procedimentos cujo objetivo é construir um paralelo para tentar explicar, matematicamente, os fenômenos presentes no cotidiano do ser humano, ajudando-o a fazer predições e a tomar decisões". Já Barbosa (2004, p. 3), compreende a Modelagem como "um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a problematizar e investigar, por meio da matemática, situações com referência na realidade".

E, ainda com relação às diferentes concepções (Klüber & Burak, 2008; Meyer, Caldeira & Malheiros, 2011) acerca da Modelagem, que variam das "mais abertas", podendo se aproximar da Pedagogia de Projetos (Malheiros, 2008), até as "mais fechadas", que podem estar mais próximas da Resolução de Problemas. Tais visões podem ser relacionadas com as ideias encontradas em Barbosa (2009), que apresenta diferentes possibilidades do trabalho com a Modelagem, que o autor denomina como a noção de *Casos*[6].

Sendo assim, há concepções de Modelagem nas quais os alunos são os protagonistas desde a escolha do tema a ser trabalhado, que é feita por eles, e o professor atua como orientador do processo, atuando como orientador no desenvolvimento do trabalho. Existem outras nas quais o professor escolhe o tema e apresenta encaminhamentos, de modo que "o desenrolar da atividade é mais previsível para o professor, pois ele conhece, de antemão, a situação-problema e os dados disponíveis para a resolução" (Barbosa, 2009, p. 4). Com isso, essas concepções mais fechadas pode possibilitar que conteúdos previstos no currículo

[5]Neste texto, a literatura a qual nos referimos é sobre a Modelagem na Educação Matemática.
[6] Para maiores detalhes, ver Barbosa (2009)

Este obra está licenciada com uma Licença Creative Commons Atribuição-NãoComercial-CompartilhaIgual 3.0 Brasil.

Tangram
Revista de Educação Matemática
e-ISSN: 2595-0967

possam ser abordados pelo professor, a partir de situações que façam parte dos interesses dos estudantes, as quais podem ser evidenciadas tanto pelos próprios alunos, quanto pelo docente, que já está habituado com sua turma e conhece questões que possam interessar aos seus alunos (Malheiros & Honorato, 2017).

Ainda, em contraste com a ideia de alguns pesquisadores, a Modelagem também pode ser vista como o esforço de descrever matematicamente um fenômeno que é escolhido pelos estudantes com o auxílio do professor. Com isso, o professor tem o papel de conduzir seus alunos na transformação e matematização de um tema amplo em uma questão mais restrita a ser investigada. E, a partir da matematização de um tema escolhido pelos discentes ou pelo professor, levando em consideração os interesses dos alunos, este, muitas vezes, consegue compreender determinados fenômenos e elaborar conjecturas. Tais possibilidades acerca do papel dos alunos no contexto do trabalho com a Modelagem convergem para o que se espera deles nos documentos oficiais que orientam a educação nacional, como por exemplo, a BNCC (Brasil, 2018).

Considerando estas perspectivas, as quais entendemos que se aproximam das ideias apresentadas nos documentos oficiais (Brasil, 2006), neste artigo, caracterizamos a Modelagem como uma abordagem capaz de aproximar o estudante da Matemática por meio de questões de seu cotidiano. A partir de observações da realidade (do aluno e/ou do mundo) e partindo de questionamentos, discussões e investigações, os estudantes, ao fazerem Modelagem, se deparam com problemas que podem modificar as ações na sala de aula, além da forma como se compreende o mundo (Meyer, Caldeira & Malheiros, 2011).

Sobre a utilização da Modelagem, nas salas de aula no contexto nacional, pesquisas indicam (Silveira & Caldeira, 2012; Ceolim & Caldeira, 2015; 2017) que ela traz, muitas vezes, preocupações para os professores, já que eles devem cumprir o que está proposto no currículo, além de também existir uma apreensão com relação a sequência lógica dos conteúdos a ser trabalhada. Percebemos, ainda, que existe um sentimento de resistência a práticas pedagógicas diferenciadas por parte dos professores. Isso se dá, muitas vezes, pelo

Este obra está licenciada com uma Licença Creative Commons Atribuição-NãoComercial-CompartilhaIgual 3.0 Brasil.

Tangram
Revista de Educação Matemática
e-ISSN: 2595-0967

fato deles se encontrarem numa "zona de conforto" (Skovsmose & Penteado, 2008) estabelecida pelo sistema educacional, de maneira que os conteúdos são abordados, muitas vezes de forma linear, o que acaba não permitindo que os professores vivenciem experiências diferenciadas dentro da sala de aula (Ceolim & Caldeira, 2017).

Apesar do cumprimento do currículo ser um grande desafio a ser superado, Burak (2004, p. 4, inserção nossa) nos motiva quando fala que "as Diretrizes Curriculares Nacionais, ao tratar do ensino dessa disciplina [Matemática] na Educação Básica, apontam caminhos que desafiam e rompem com a forma usual de se conceber o objeto de estudo, a Matemática". Além disso, segundo Burak e Klüber (2013), acredita-se que a Modelagem pode

> […] favorecer o desenvolvimento, no estudante, de uma atitude investigativa, na medida em que busca coletar, selecionar e organizar os dados obtidos. O desenvolvimento dessa atitude passa a se constituir em valor formativo que acompanhará o estudante, não somente no período de sua trajetória escolar, mas ao longo de toda sua vida (Burak & Klüber, 2013, p. 38).

Sendo assim, ao trabalhar com a Modelagem em sala de aula, por vezes é possível perceber maior envolvimento dos alunos durante as aulas, isso se dá, na maioria das vezes, pelo fato dos mesmos estudarem algo que é de seu interesse, visto que a temática escolhida pelo professor, pelos alunos ou ainda em conjunto entre professor e aluno, deve fazer parte do cotidiano dos estudantes (Meyer, Caldeira & Malheiros, 2011; Barbosa, 2004). Corrobora com nossas reflexões, Almeida, Silva e Vertuan (2013, p.30) ao afirmarem que:

> ...a abordagem de questões reais, oriundas do âmbito de interesses dos alunos, pode motivar e apoiar a compreensão de métodos e conteúdos da matemática escolar, contribuindo para a construção de conhecimentos bem como pode servir para mostrar aplicações da Matemática em outras áreas do conhecimento.

Portanto, apesar dos obstáculos a serem superados ao se trabalhar com essa tendência em sala de aula, observamos que as atividades de Modelagem podem contribuir na

Este obra está licenciada com uma Licença Creative Commons Atribuição-NãoComercial-CompartilhaIgual 3.0 Brasil.

Tangram
Revista de Educação Matemática
e-ISSN: 2595-0967

aprendizagem dos alunos, até mesmo porque a relevância da utilização da mesma ainda é evidenciada em documentos oficiais, como é no caso da BNCC.

Metodologia da Pesquisa

Considerando que a abordagem metodológica da pesquisa foi pautada no paradigma qualitativo, devido a sua natureza interpretativa e descritiva, uma vez que o nosso interesse estava voltado para a compreensão das atividades de Modelagem utilizadas nas aulas de Matemática. Além disso, na pesquisa qualitativa a preocupação do pesquisador não é com a representatividade numérica do grupo pesquisado, mas com o aprofundamento da compreensão de um grupo social, de uma organização, de uma instituição, de uma trajetória e etc. (Goldenberg, 2015).

Diante de tais aspectos, nesta pesquisa, utilizamos como dados textos publicados em anais de eventos como, por exemplo, os Relatos de Experiências (RE) presentes nas últimas quatro edições da Conferência Nacional sobre Modelagem na Educação Matemática (CNMEM), ou seja, nos anos de 2011, 2013, 2015 e 2017, bem como no XII Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM) e no IV Encontro de Produção Científica e Tecnológica (EPCT), com o intuito de encontrar atividades de Modelagem que pudessem ser desenvolvidas nos anos finais do Ensino Fundamental.

Porém, devido à grande quantidade de trabalhos existentes, organizamos as atividades em tabelas, a fim de evidenciar seus diferentes aspectos. A seguir, mostraremos um exemplo de como construímos o quadro a seguir (Figura 1).

Este obra está licenciada com uma Licença Creative Commons Atribuição-NãoComercial-CompartilhaIgual 3.0 Brasil.

Tangram
Revista de Educação Matemática
e-ISSN: 2595-0967

Código do arquivo	Atividade	Ano/Série de Aplicação	Conteúdo	Suporte teórico	Observação
3026_ RE	Apresenta uma atividade envolvendo o cotidiano dos alunos	Futuros Professores (atividade voltada para anos Iniciais do Ensino Fundamental)	Tabuada Função de Primeiro Grau Dependência	Lopes	- Livro didático de 1960 - A atividade é apresentada de forma detalhada - Há trechos do desenvolvimento em sala de aula
3082_ RE	Não apresenta atividade, mas mostra a condução da atividade	Pode ser desenvolvida nos anos finais do fundamental e no ensino médio	Função Polinomial do Primeiro Grau Função Exponencial Proporcionalidade Volume	Bassanezi Almeida Vertuan	- Atividade desenvolvida como trabalho final do Mestrado - Caldo de cana

Figura 1–Fragmento da tabela com as características (RE)
Fonte: Os autores, 2018.

Logo após, foi feito um estudo sobre o material didático utilizado nas escolas públicas estaduais paulistas. Esse material foi produzido pela Secretaria Estadual do Estado de São Paulo (SEE-SP) em 2008, intitulado como *Caderno do Professor* e *Caderno do Aluno* e, ficou conhecido como *Caderninhos*, em que estes continham *Situações de Aprendizagem* com intuito de orientar o trabalho de professores no ensino de conteúdos disciplinares específicos e na aprendizagem dos alunos.

Contudo, em 2019, um ano chamado de "ano de transição", em particular para o estado de São Paulo, os materiais de apoio deveriam ser reconstruídos à luz da BNCC e do Currículo Paulista (São Paulo, 2019, p.3). Diante disso, foi elaborado o *Guia de Transição*, fruto do trabalho colaborativo entre as Diretorias de Ensino e o Órgão Central da SEE. Além do *Guia*, o governo também disponibilizou para os professores um documento com atividades para serem desenvolvidas no 1º bimestre de 2019.

Este obra está licenciada com uma Licença Creative Commons Atribuição-NãoComercial-CompartilhaIgual 3.0 Brasil.

Tangram
Revista de Educação Matemática
e-ISSN: 2595-0967

O *Guia de Transição* tem como objetivo orientar o ensino, apoiar as escolas e seus profissionais durante o ano escolar. Além disso, o *Guia* apresenta sugestões de abordagem e do trabalho pedagógico. Vale ressaltar que o Ensino Médio, em 2019, continuou usando como referência o Currículo Oficial do Estado de São Paulo.

Com base neste cenário, na seção seguinte, analisamos as atividades propostas pelo governo do estado de São Paulo, para os anos finais do Ensino Fundamental, tendo em vista as possibilidades do trabalho com a Modelagem nas aulas de Matemática.

Seleção de Trabalhos e uma Possibilidade de Atividade

Para a elaboração de uma das atividades, que será apresentada a seguir, selecionamos o trabalho de Fanti, Silva e Silva (2013), no qual as autoras propuseram uma atividade que tinha como objetivo medir a altura de uma caixa d'água com o auxílio de um teodolito, instrumento de precisão utilizado para medir ângulos horizontais e verticais. Além disso, nos inspiramos no trabalho de Tortola, Rezende e Santos (2009), que propõe uma atividade para o cálculo do término da construção da quadra esportiva da escola.

Na sequência, buscamos no material didático do estado de São Paulo atividades que abordassem o conceito de ângulos. Nele, nós encontramos uma atividade em que propõe a construção do transferidor, que possibilita uma aprendizagem gradual do conceito. Tal atividade foi proposta no material didático do 7º ano, disponibilizado para as escolas no ano de 2019.

Ao analisarmos tanto o trabalho das autoras utilizando o teodolito quanto a atividade da construção do transferidor, percebe-se que os conteúdos de uma são passíveis de inclusão na outra, de modo que se tornem complementares. Dessa maneira, elaboramos um roteiro, que será apresentado nas próximas páginas, no qual decidimos trabalhar com a Modelagem no ensino de ângulos apresentando instrumentos que podem ser utilizados para fazer a medição destes.

Este obra está licenciada com uma Licença Creative Commons Atribuição-NãoComercial-CompartilhaIgual 3.0 Brasil.

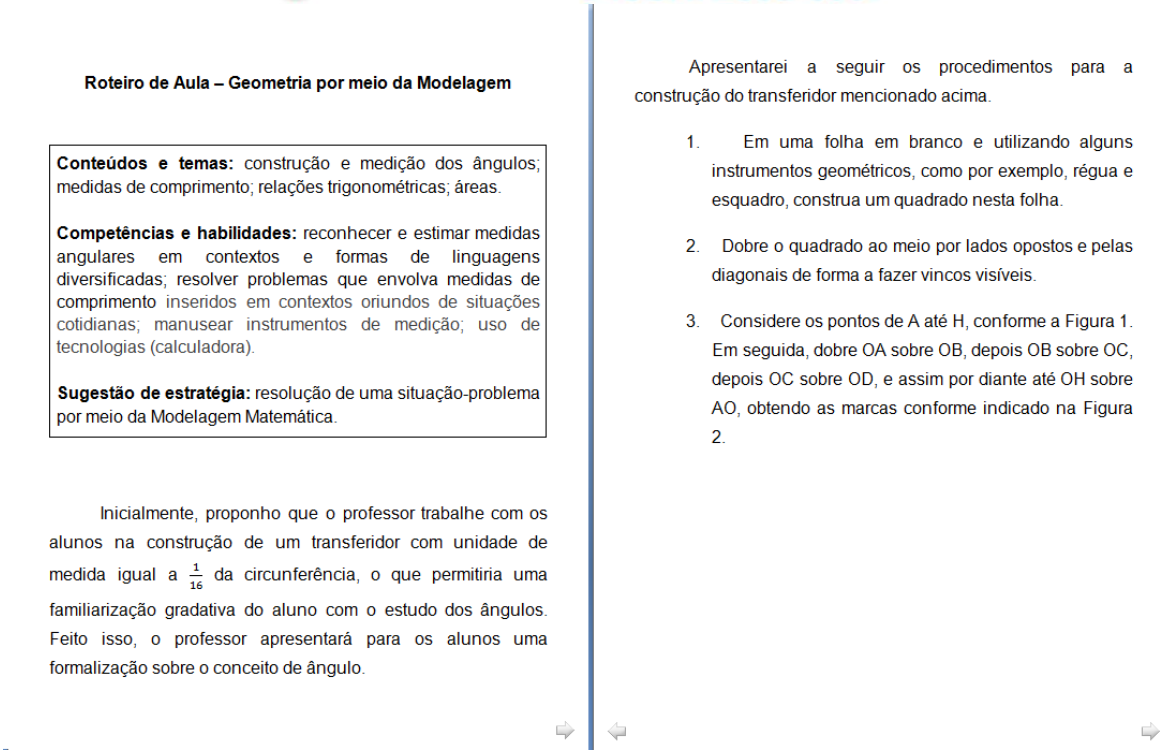
Tangram
Revista de Educação Matemática
e-ISSN: 2595-0967

Nesta atividade que propomos, sugerimos que, primeiramente, o professor trabalhe com os alunos na construção de um transferidor com unidade de medida igual a $\frac{1}{16}$ da circunferência. Acreditamos que com essa atividade, o aluno poderá construir o conceito de ângulos de maneira gradativa. Em seguida, sugerimos que o professor crie situações em que a medida $\frac{1}{16}$ da circunferência não seja suficiente e, neste momento, o transferidor de 360º poderá ser apresentado para os alunos de maneira natural. Além disso, esperamos que o professor motive os alunos a pesquisarem sobre o porquê foi adotado como unidade de medida o $\frac{1}{360}$e não o $\frac{1}{100}$que é mais comum no nosso sistema de numeração.

Na sequência, aventamos que os estudantes utilizem a trena para medir o comprimento e a largura da quadra esportiva da escola. E, para encontrar a altura da quadra, sugerimos que os alunos, juntamente com o professor, construam um teodolito e realizem essa medição a partir da utilização desse instrumento. Após encontrarem todas as medidas da quadra e já tendo pesquisado sobre os materiais utilizados para essa construção, bem como seus respectivos preços, propomos que os alunos apresentem o orçamento mais econômico para a gestão da escola.

Este obra está licenciada com uma Licença Creative Commons Atribuição-NãoComercial-CompartilhaIgual 3.0 Brasil.

Tangram
Revista de Educação Matemática
e-ISSN: 2595-0967



Roteiro de Aula – Geometria por meio da Modelagem

Conteúdos e temas: construção e medição dos ângulos; medidas de comprimento; relações trigonométricas; áreas.

Competências e habilidades: reconhecer e estimar medidas angulares em contextos e formas de linguagens diversificadas; resolver problemas que envolva medidas de comprimento inseridos em contextos oriundos de situações cotidianas; manusear instrumentos de medição; uso de tecnologias (calculadora).

Sugestão de estratégia: resolução de uma situação-problema por meio da Modelagem Matemática.

Inicialmente, proponho que o professor trabalhe com os alunos na construção de um transferidor com unidade de medida igual a $\frac{1}{16}$ da circunferência, o que permitiria uma familiarização gradativa do aluno com o estudo dos ângulos. Feito isso, o professor apresentará para os alunos uma formalização sobre o conceito de ângulo.

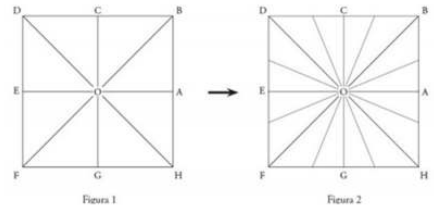
Apresentarei a seguir os procedimentos para a construção do transferidor mencionado acima.

1. Em uma folha em branco e utilizando alguns instrumentos geométricos, como por exemplo, régua e esquadro, construa um quadrado nesta folha.
2. Dobre o quadrado ao meio por lados opostos e pelas diagonais de forma a fazer vincos visíveis.
3. Considere os pontos de A até H, conforme a Figura 1. Em seguida, dobre OA sobre OB, depois OB sobre OC, depois OC sobre OD, e assim por diante até OH sobre AO, obtendo as marcas conforme indicado na Figura 2.

Figura 2–Roteiro de atividade - Geometria por meio da Modelagem
Fonte: Os autores, 2019.

Este obra está licenciada com uma Licença Creative Commons Atribuição-NãoComercial-CompartilhaIgual 3.0 Brasil.

Tangram
Revista de Educação Matemática
e-ISSN: 2595-0967



4. Marque com um lápis as linhas dos ângulos e faça uma circunferência no quadrado utilizando o compasso ou um CD e recorte-a, com na imagem abaixo.

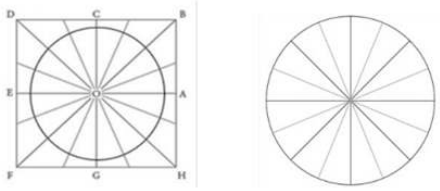


Figura 3: Construção do transferidor.

Neste momento, é importante que o professor faça os alunos perceberem que o transferidor construído possui unidade de medida igual a $\frac{1}{16}$ da circunferência. Os alunos poderão dar nome para cada uma das 16 subdivisões do transferidor, como por exemplo, 1 tuti[1], cuja abreviação será 1 t.

Em seguida, o professor poderá propor alguns exercícios para que os alunos encontrem os ângulos de algumas figuras dadas usando o seu transferidor, e indicando as medidas em tutis, ou ainda que eles construam ângulos de acordo com uma medida em tutis dada.

Feito isso, o professor poderá criar situações em que tenha de medir um ângulo menor que $\frac{1}{16}$ o da circunferência. Dessa forma, a atividade poderá ser conduzida à apresentação do transferidor de 360º de maneira natural, já que $\frac{1}{360}$ é uma unidade de medida pequena o suficiente para a maioria dos problemas de medição de ângulo. Além disso, o professor pode sugerir que os alunos façam uma pesquisa sobre o porquê se

[1] Para facilitar, nesta atividade adotaremos o nome tuti para representar cada uma das 16 subdivisões do transferidor.

Figura 3–Continuação (parte 2) do roteiro de atividade
Fonte: Os autores, 2019.

Este obra está licenciada com uma Licença Creative Commons Atribuição-NãoComercial-CompartilhaIgual 3.0 Brasil.

Tangram
Revista de Educação Matemática
e-ISSN: 2595-0967

convencionou como unidade de medida de ângulo o $\frac{1}{360}$ e não o $\frac{1}{100}$, que é mais comum no nosso sistema de numeração.

Para dar continuidade na atividade, proponho agora que os alunos calculem o orçamento para o término da construção de uma quadra esportiva que se encontra apenas coberta e em dias de muita chuva fica impossibilitada para o uso. Para isso, os alunos precisarão pesquisar outras questões como, por exemplo, Quais os materiais necessários para a construção da quadra? Qual a quantidade necessária de cada material? Quais os preços dos materiais? Quanto é cobrado de mão de obra para uma obra como esta? E se é possível calcular o custo total da construção da quadra?

Para solucionar a questão central, primeiramente, é necessário que os alunos saibam as medidas (comprimento, largura e altura) da quadra. Diante disso, com o auxílio de uma trena, os alunos medirão o comprimento e a largura da mesma. Para tanto, a fim de que os mesmos descubram a altura da quadra, sugiro que a classe com a ajuda do professor construa um teodolito que é um instrumento utilizado para medir ângulos horizontais e verticais.

A seguir, apresentarei os materiais necessários e o passo a passo para a construção do instrumento.

Materiais:

- Um prego ou tachinha;
- Uma folha de papel milimetrado;
- Canudo, tubo de caneta ou pedaço de antena;
- Cola;
- O transferidor construído na atividade anterior (com um furinho na base central);
- Placa de madeira para fixar o transferidor;
- Suporte/base de madeira.

Passo a passo:

Figura 4–Continuação (parte 3) do roteiro de atividade
Fonte: Os autores, 2019.

Este obra está licenciada com uma Licença Creative Commons Atribuição-NãoComercial-CompartilhaIgual 3.0 Brasil.

Tangram
Revista de Educação Matemática
e-ISSN: 2595-0967

1. Cole o papel milimetrado na placa de madeira (suporte para o transferidor);
2. Encaixe a tachinha (ou prego) no furo feito na base central do transferidor e fixe-a na placa de madeira, de forma que o transferidor fique com mobilidade;
3. Cole o canudo na linha (da base) do transferidor.

Agora, para que os alunos se familiarizem com o instrumento construído, proponho que os mesmos meçam a altura da quadra de esportes da escola utilizando o teodolito e uma trena (ou fita métrica).

Primeiramente, fixe o teodolito a uma distância da quadra de esportes (supõe-se que o teodolito e a quadra de esportes (ou outro objeto que se pretende obter a altura) estejam num terreno de mesmo nível, caso contrário o desnível tem que ser considerado no valor final). Num primeiro momento, é interessante escolher uma distância cuja medida do ângulo de visão (através do teodolito) seja mais conhecida.

Em seguida, utilize a trena para medir a distância do teodolito até a quadra da escola. Ao posicionar o instrumento construído a essa distância da base da quadra, os alunos irão obter um ângulo α

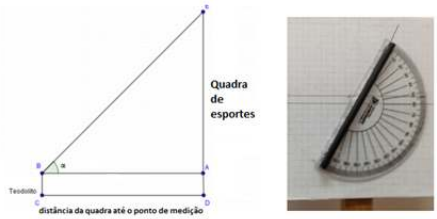


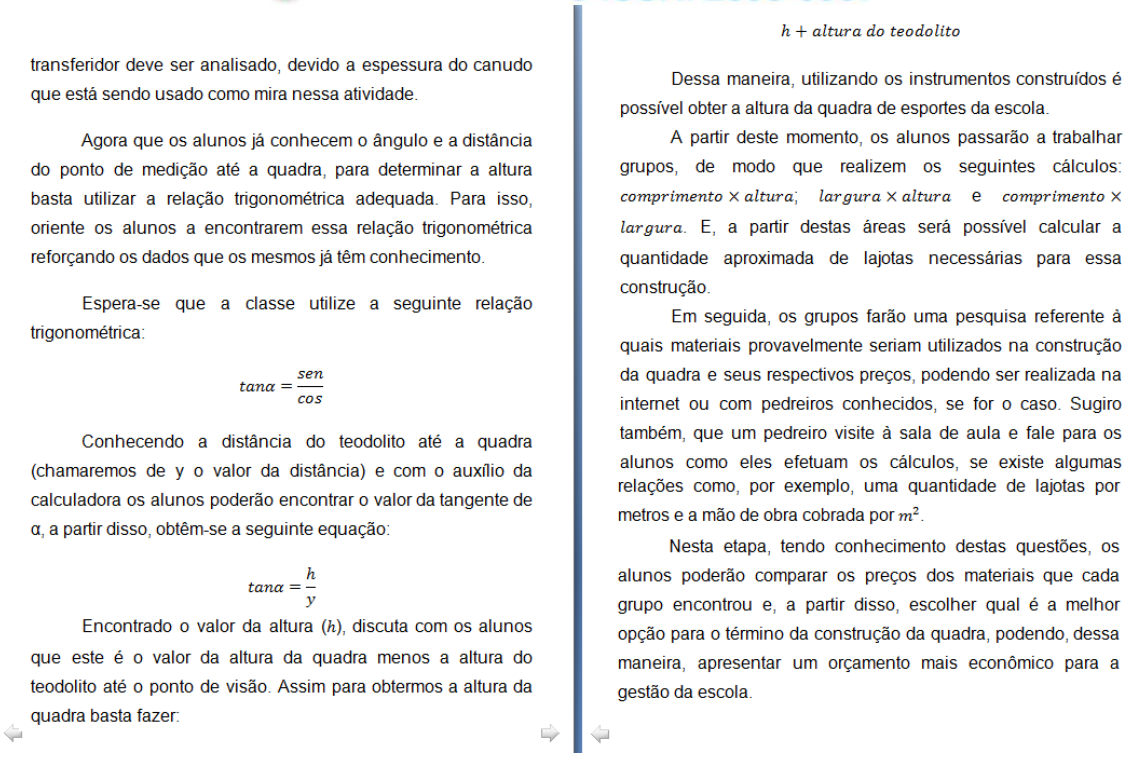
Figura 4: Processo de medição da altura da quadra.

Para obter o ângulo, o canudo (colado no transferidor e apoiado na placa pelo prego, que a princípio está na posição horizontal) deve ser movimentado de modo que a sua ponta esteja focando o ponto extremo da quadra. É importante que o professor ressalte o cuidado em que o ângulo indicado no

Figura 5 –Continuação (parte 4) do roteiro de atividade
Fonte: Os autores, 2019.

Este obra está licenciada com uma Licença Creative Commons Atribuição-NãoComercial-CompartilhaIgual 3.0 Brasil.

Tangram
Revista de Educação Matemática
e-ISSN: 2595-0967



transferidor deve ser analisado, devido a espessura do canudo que está sendo usado como mira nessa atividade.

Agora que os alunos já conhecem o ângulo e a distância do ponto de medição até a quadra, para determinar a altura basta utilizar a relação trigonométrica adequada. Para isso, oriente os alunos a encontrarem essa relação trigonométrica reforçando os dados que os mesmos já têm conhecimento.

Espera-se que a classe utilize a seguinte relação trigonométrica:

$$tan\alpha = \frac{sen}{cos}$$

Conhecendo a distância do teodolito até a quadra (chamaremos de y o valor da distância) e com o auxílio da calculadora os alunos poderão encontrar o valor da tangente de α, a partir disso, obtêm-se a seguinte equação:

$$tan\alpha = \frac{h}{y}$$

Encontrado o valor da altura (h), discuta com os alunos que este é o valor da altura da quadra menos a altura do teodolito até o ponto de visão. Assim para obtermos a altura da quadra basta fazer:

$$h + altura\ do\ teodolito$$

Dessa maneira, utilizando os instrumentos construídos é possível obter a altura da quadra de esportes da escola.

A partir deste momento, os alunos passarão a trabalhar grupos, de modo que realizem os seguintes cálculos: $comprimento \times altura$; $largura \times altura$ e $comprimento \times largura$. E, a partir destas áreas será possível calcular a quantidade aproximada de lajotas necessárias para essa construção.

Em seguida, os grupos farão uma pesquisa referente à quais materiais provavelmente seriam utilizados na construção da quadra e seus respectivos preços, podendo ser realizada na internet ou com pedreiros conhecidos, se for o caso. Sugiro também, que um pedreiro visite à sala de aula e fale para os alunos como eles efetuam os cálculos, se existe algumas relações como, por exemplo, uma quantidade de lajotas por metros e a mão de obra cobrada por m^2.

Nesta etapa, tendo conhecimento destas questões, os alunos poderão comparar os preços dos materiais que cada grupo encontrou e, a partir disso, escolher qual é a melhor opção para o término da construção da quadra, podendo, dessa maneira, apresentar um orçamento mais econômico para a gestão da escola.

Figura 6 –Continuação (parte 5) do roteiro de atividade
Fonte: Os autores, 2019.

Uma atividade como esta que estamos propondo possibilita um estudo sobre diversos conceitos matemáticos, como por exemplo ângulos, pode estimular a curiosidade e interação dos alunos, além de mostrar para eles que a Matemática faz parte do cotidiano das pessoas e que a Modelagem pode promover uma leitura do mundo por meio da Matemática (Meyer, Caldeira & Malheiros, 2011).

Ademais, acreditamos que atividades desta natureza podem contribuir na aprendizagem dos alunos da Educação Básica, por permitir a investigação, problematização e exploração, como também na formação dos professores, visto que os mesmos podem se inspirar e buscar elaborar outras atividades de Modelagem. O intuito é proporcionar um ambiente de aprendizagem diferente do que os estudantes estão acostumados, oportunizado por perspectivas de diferentes estratégias para os processos de ensino e de aprendizagem da

Este obra está licenciada com uma Licença Creative Commons Atribuição-NãoComercial-CompartilhaIgual 3.0 Brasil.

Tangram
Revista de Educação Matemática
e-ISSN: 2595-0967

Matemática, neste caso, pela Modelagem, que consideramos uma abordagem pedagógica que pode romper com os pressupostos da Educação Bancária, além de contribuir para a leitura de mundo com a Matemática.

Considerações Finais

Considerando o fato de a Modelagem ainda não estar presente efetivamente nas aulas de Matemática, principalmente pela questão da imposição de materiais didáticos e o cumprimento do currículo, como é no caso do estado de São Paulo, neste artigo, apresentamos um caminho para que essa abordagem pedagógica possa adentrar as salas de aula.

Apesar da resistência da utilização da Modelagem durante as aulas, existem diversos relatos de experiências que fazem uso dela no ambiente escolar e que mencionam a sua eficácia, inclusive em como esta tendência e suas características como, por exemplo, a criticidade e a autonomia podem contribuir para uma aprendizagem significativa.

Dessa maneira, acreditamos que é fundamental para a formação profissional que o professor saiba contornar as dificuldades e se adaptar ao cenário em que vive. No caso do estado de São Paulo, acreditamos que relacionar as atividades já existentes em materiais didáticos com as atividades de Modelagem presentes na literatura seja, talvez, o início de um caminho para que a mesma faça parte do contexto escolar. Com isso, pretendemos inspirar professores que desejam fazer uso desta abordagem pedagógica durante as aulas, mas não sabem como começar.

Agradecimentos

Agradecemos à Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP), pelo financiamento da pesquisa, em nível de Iniciação Científica, processo nº 2018/03647-9. Também agradecemos ao Régis Forner pela leitura e considerações às versões preliminares deste texto.

Este obra está licenciada com uma Licença Creative Commons Atribuição-NãoComercial-CompartilhaIgual 3.0 Brasil.

Tangram
Revista de Educação Matemática
e-ISSN: 2595-0967

Referências

Almeida, L. M. W., Silva, K. A. P., & Vertuan, R. E. (2013). Modelagem matemática na educação básica. São Paulo: *Contexto*.

Barbosa, J. C. (2009). Integrando Modelagem Matemática nas Práticas Pedagógicas. *Educação Matemática em Revista*, (26), 1 -10.

Barbosa, J. C. (2004). Modelagem matemática: O que é? Por quê? Como? *Veritati,(4)*, 73-80.

Biembengut, M. S. (2009). 30 Anos de modelagem matemática na educação brasileira: das propostas primeiras às propostas atuais. *Alexandria: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia*, *2(2)*, 7-32.

Bigode. A. J. L. (2019). Base, que Base? O caso da matemática. In: F. Cássio& R. Catelli Jr. (Orgs.) *Educação é a Base?23 Educadores Discutem a BNCC*. São Paulo: Ação Educativa.

Brasil (2018). Ministério da Educação. *Base Nacional Comum Curricular*. Brasília: MEC. Recuperado de http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf

Brasil (2006). *Secretaria de Educação Média e Tecnológica*. Orientações Curriculares para o Ensino Médio, 2. Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília: Ministério da Educação.

Burak, D. (2004). Modelagem matemática e a sala de aula. *Anais do Encontro Paranaense da Modelagem na Educação Matemática*. Londrina, PR, Brasil, 1.

Burak, D. (1992). *Modelagem matemática: ações e interações no processo de ensino aprendizagem* (Dissertação de Doutorado). Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP, Brasil.

Burak, D., & Klüber, T. E. (2013). Considerações sobre a modelagem matemática em uma perspectiva de educação matemática. *Revista Margens Interdisciplinar, 7(8)*, 33-50.

Burak, D., &Malheiros, A. P. S. (2017). Modelagem em educação matemática: algumas pesquisas e práticas docentes na educação básica. In: C. F. Brandt& E. Guérios. (Org.) *Práticas e Pesquisas no Campo da Educação Matemática*. Curitiba: CRV. 151-167.

Crecci, V. M., & Fiorentini, D. (2014, August). Gestão do currículo de matemática sob diferentes possibilidades. *Bolema*, *28(49)*, 601-620.

Este obra está licenciada com uma Licença Creative Commons Atribuição-NãoComercial-CompartilhaIgual 3.0 Brasil.

Tangram
Revista de Educação Matemática
e-ISSN: 2595-0967

Ceolim, A. J., &Caldeira, A. D. (2017, August). Obstáculos e dificuldades apresentados por professores de matemática recém-formados ao utilizarem modelagem matemática em suas aulas na educação básica. *Bolema, 31(58)*, 760-776.

Ceolim, A. J., &Caldeira, A. D. (2015, September). Modelagem Matemática na Educação Matemática: Obstáculos segundo professores da Educação Básica. *Educação Matemática em Revista, (46).*

Fanti, E. L. C., Silva, F. S. M., & Silva, A. F. (2013). Trigonometria: uma abordagem dinâmica. Recuperado de http://www.eventos.ibilce.unesp.br/semat2013/noticias/arquivos/erminia.pdf

Fillos, L. M. (2019). *Modelagem matemática nos anos 1980: narrativas e itinerários de cursos de especialização* (Tese de Doutorado). Instituto de Geociências e Ciências Exatas (IGCE), Universidade Estadual Paulista (UNESP), Rio Claro, SP, Brasil.

Freire, P. (2019). *Pedagogia do oprimido* (69a ed.). São Paulo: Paz e Terra.

Forner, R. (2018). *Modelagem Matemática e o Legado de Paulo Freire*: *relações que se estabelecem com o Currículo Oficial do Estado de São Paulo* (Tese de Doutorado). Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, SP, Brasil.

Goldenberg, M. (2015). *A arte de pesquisar: como fazer pesquisa qualitativa em ciências sociais* (14a. ed.). Rio de Janeiro: Record.

Klüber, T. E. (2012). *Uma meta compreensão da modelagem matemática na educação matemática*(Dissertação de Doutorado). Centro de Ciências Físicas e Matemática, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, SC, Brasil.

Klüber, T. E. & Burak, D. (2008). Concepções de modelagem matemática: contribuições teóricas. *Educação Matemática Pesquisa*, *10(1)*, 17-34.

Malheiros, A. P. S. (2008). *Educação matemática online: a elaboração de projetos de modelagem* (Dissertação de Doutorado). Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Rio Claro, SP, Brasil.

Malheiros, A. P. S., & Honorato, A. H. A. (2017, January/April). Modelagem nas escolas estaduais paulistas: possibilidades e limitações na visão de futuros professores de matemática**.** *Educere At Educare*,*12*.

Este obra está licenciada com uma Licença Creative Commons Atribuição-NãoComercial-CompartilhaIgual 3.0 Brasil.

Tangram
Revista de Educação Matemática
e-ISSN: 2595-0967

Meyer, J. F. C. A., Caldeira, A. D., & Malheiros, A. P. S. (2011). Modelagem em educação matemática. Belo Horizonte: *Autêntica Editora*.

Reis, L. R. (2005). *Rejeição à matemática: causas e formas de intervenção*. Recuperado de https://docplayer.com.br/78596-Rejeicao-a-matematica-causas-e-formas-de-intervencao.html

São Paulo (Estado)(n.d.). Secretaria da Educação. Ensino Fundamental. *Guia de Transição – Área de Matemática*. Anos Finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio. Orientações para o Professor. Recuperado de https://drive.google.com/drive/folders/1T9MkNoiqJCbF1ZioZUyQnsXYnpRr44-f

Silveira, E., & Caldeira, A. D. (2012, August). Modelagem na sala de aula: resistências e obstáculos. *Bolema*,*26(43)*,1021-1047.

Skovsmose, O., & Penteado, M. G. (2008). Riscos trazem possibilidades. In: Skovsmose, O. Desafios da reflexão em Educação Matemática Crítica. São Paulo: *Ed. Papirus*. 41-50.

Tortola, E.; Rezende, V., &Santos, T. S. (2009). Modelagem matemática no ensino fundamental: o custo da construção da quadra esportiva de uma escola por alunos de 5ª série (6º ano). *Anais do Encontro de Produção Científica e Tecnológica*, Campo Mourão, PR, Brasil, 4.

Contribuições dos Autores

1ª autor: conceitualização; curadoria de dados; análise formal; investigação; metodologia; administração do projeto; supervisão; visualização; redação – rascunho original; redação – revisão e edição.

2º autor: conceitualização; curadoria de dados; análise formal; investigação; metodologia; administração do projeto; supervisão; visualização; redação – rascunho original; e redação – revisão.

Este obra está licenciada com uma Licença Creative Commons Atribuição-NãoComercial-CompartilhaIgual 3.0 Brasil.