Tangram
Revista de Educação Matemática

DOI: 10.30612/tangram.v5i1.12211

Proposta de enriquecimento do currículo do estudante com superdotação em matemática

Proposal To Enrich The Student ´S Curriculum Giftedness Mathematics

Propuesta para mejorar el currículo de estudiantes superdotados em matematicas

Célia Mirian Da Silva Nogueira
Professora de Matemática da Rede Municipal de Campo Grande.
Mestre em Educação pela Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul(UEMS)
Campo Grande, MS-Brasil
E-mail: nogueiraceliamiriam@gmail.com
Orcid: 0000-0002-3722-9285

Antonio Sales
Doutor em Educação. Licenciado em Matemática.
Docente nos Mestrados em Educação (UEMS) e
Ensino de Ciência e Matemática (Uniderp).
Campo Grande, Mato Grosso do Sul, Brasil
E-mail: profesales@hotmail.com
Orcid: 0000-0001-5515-6625

Celi Correa Neres
Pós- doutora em Educação pela Universidade Federal de Mato Grosso do Sul.
Professora, Pesquisadora do Mestrado Profissional em Educação,
vice-reitora da Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul (UEMS).
Campo Grande, MS- Brasil
E-mail:c.neres@uol.com.br
Orcid: 0000-0001-9864-2180

Marlene Alves Dias
Professora e pesquisadora do Programa de Pós-graduação
em Educação Matemática e do Programa de Mestrado em
Ensino de Ciências e Saúde da Universidade Anhanguera
de São Paulo (UNIAN) e da Universidade Dennis Diderot - Paris 7
E-mail: maralvesdias@gmail.com
Orcid: 0000-0001-9168-9066

Resumo: O presente trabalho é parte do resultado de uma pesquisa sobre a contribuição da demonstração em geometria para o enriquecimento curricular de alunos com altas habilidades em Matemática. Foi uma pesquisa experimental que resultou em uma Dissertação de Mestrado. Foi desenvolvida com estudantes atendidos no Centro Estadual Multidisciplinar para Altas Habilidades/Superdotação, situado em Campo Grande - MS no ano de 2019. Foram propostas tarefas de demonstração para os estudantes e depois solicitado que fizessem uma avaliação, em forma de redação, sobre a pertinência e o potencial motivador, na perspectiva deles, das tarefas desenvolvidas. A análise da técnica de resolução se deu com a contribuição da Teoria Antropológica do Didático. Observou-se que essas técnicas variaram tanto quanto aos recursos representacionais utilizados como quanto à tecnologia presente. As avaliações mostraram ser pertinente e motivador para eles o uso da demonstração.

Palavras-chave: Demonstração em Geometria. Teoria Antropológica do Didático. Altas Habilidades.

Resumen: El presente artículo es parte del resultado de una investigación acerca de la contribuición de la demostración en geometria al enriquecimento curricular de estudiantes con altas capacidades matemáticas. Fue una investigación experimental que resultó en una Tesis de Maestria. Se desarrolló con estudiantes atendidos en el Centro Estatal Mutidisplinario de Altas Habilidades/Superdotación, ubicado en Campo Grande, Estado de Mato Grosso do Sul, em 2019. Se propusieron tareas de demostración para los estudiantes y luego se les pidió que hicieran una evaluación, en forma de ensayo, acerca de la relevância y el potencial de motivación, en su perspectiva, de las tareas realizadas. El analisis de la técnica de resolución se realizo con el aporte de la Teoria Antropológica de la Didáctica. Se observo que técnicas variaban tanto en términos de recursos representativos como de la justificativa presentada. Las evaluaciones demostraran ser relevantes y motivadoras para ellos que utilizaran la demostración.

Palabras clave: Demostración en Geometría. Teoría Antropológica de la Didáctica. Altas Capacidades

Recebido em
01/06/2020
Aceito em
22/11/2021

CONSIDERAÇÕES INICIAIS

O público das Altas Habilidades/Superdotação oferece um desafio ao professor de Matemática, especialmente pela escassez de material disponível e de pesquisas publicadas sobre o atendimento relacionado ao desenvolvimento de saberes matemáticos com esses estudantes.

Diante desse fato desenvolveu-se um projeto com a finalidade de analisar se a prática das demonstrações geométricas poderia ser uma forma de enriquecer o currículo de matemática para estudantes com Altas Habilidades/Superdotação (AH/SD). A pesquisa foi realizada com estudantes identificados com Altas Habilidades/Superdotação Matemáticas (AHM), matriculados no Atendimento Educacional Especializado (AEE) de Matemática do Centro Estadual Multidisciplinar para Altas Habilidades/Superdotação (CEAM/AHS), situado em Campo Grande-MS.

Mato Grosso do Sul foi o pioneiro na criação de um Cento de Atendimento Educacional Especializado e até à conclusão desta pesquisa não havia informação de outra inciativa do gênero, em funcionamento.

Estudantes portadores de altas habilidades/superdotados são aqueles educandos que apresentam desempenho superior aos demais e "elevada potencialidade em qualquer dos seguintes aspectos, isolados ou combinados: capacidade intelectual geral; aptidão acadêmica específica; pensamento criativo ou produtivo; capacidade de liderança; talento especial para artes e capacidade psicomotora" (Brasil, 2006, p. 12).

Trata-se de um público a ser atendido pela Educação Especial que é uma área de conhecimento e é uma modalidade de educação escolar. A legislação assim define:

> Art. 3º Por *educação especial*, modalidade da educação escolar, entende-se um processo educacional definido por uma proposta pedagógica que assegure recursos e serviços educacionais especiais, organizados institucionalmente para apoiar, complementar, suplementar e, em alguns casos, substituir os serviços educacionais comuns, de modo a garantir a educação escolar e promover o desenvolvimento das potencialidades dos educandos que apresentam

> necessidades educacionais especiais, em todas as etapas e modalidades da educação básica (Brasil, 2001, p. 1, destaque no original).

É um público que, apesar de ter uma avançada legislação garantindo os seus direitos educacionais, ainda não é devidamente atendido porque o tema "AH/SD" é pouco discutido entre os profissionais da Educação, e, consequentemente, pouco material é produzido para esse atendimento. E com o grupo AHM não é diferente.

O professor que se propõe a trabalhar em centros ou núcleos de atendimento encontra dificuldades para atender a demanda dos estudantes pelas duas razões já expostas: falta de uma discussão sobre o potencial e interesse desse estudante e falta de material. A proposta, conforme já exposto, foi de estudar a possibilidade de incluir a demonstração em geometria como um fator de enriquecimento curricular para o Estudante com Altas Habilidades/Superdotação em Matemática.

A pesquisa foi aprovada pelo Comitê de Ética da Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul conforme parecer nº 3.090.759 (CAAE: 02584818.2.0000.8030) de dezembro de 2018 e desenvolvida durante o ano de 2019.

A DEMONSTRAÇÃO E A GEOMETRIA

Pensou-se na geometria e na demonstração pelas razões expostas nos parágrafos, seguintes.

Atividades geométricas auxiliam no desenvolvimento da percepção espacial. Um exemplo de percepção é de orientar-se no espaço, coordenar diferentes ângulos de observação de objetos no espaço. Essas habilidades favorecem o desempenho do estudante em suas atividades cotidianas. Proporcionam também o desenvolvimento da habilidade de observação do espaço tridimensional e da elaboração de meios de comunicação a respeito desse espaço, pois atualmente as fontes de informação utilizam-se da imagem (cinema, televisão, computadores, celulares e outros). Para uma possível interpretação da mensagem é necessário ter compreensão dos modos de representação, ou seja, é essencial ter perspectiva de planificações, cortes, projeções e outros (Leite *et al.*, 1986).

Atividade, no presente trabalho, está sendo tomada como um termo genérico para representar um conjunto de ações desenvolvidas pelos estudantes e relacionadas a um mesmo tema. É toda atividade humana organizada em forma de esquemas, tendo um núcleo central. Um conceito suficientemente amplo para englobar a resolução de várias tarefas do mesmo gênero (Patré, Mayen & Vergnaud, 2019). Uma atividade é uma praxeologia, na perspectiva da Teoria Antropológica do Didático.

Durante a história da matemática, as demonstrações sempre desempenharam um papel muito importante. Silva (2002) refere-se à demonstração como sendo uma prova matemática e seu objetivo é direcionado à comprovação da veracidade de uma tese, pois primeiramente se tem as hipóteses e posteriormente a tese. Demonstrar é convencer sobre uma tese partindo de hipóteses levantadas inicialmente e esse convencimento depende de pressupostos e conceitos. As demonstrações podem também induzir a novas descobertas de fatos. Segundo esse autor, outra função das demonstrações é encorajar o progresso da matemática. Esse autor afirma que: “O aspecto conspícuo da matemática, em oposição às outras ciências, é o uso da demonstração, em vez da observação” (Silva, 2002, p.56).

O AHM

O estudante matematicamente habilidoso (EMH) ou com altas habilidades em Matemática (AHM) possui outras habilidades, mas, a inteligência lógico-matemática se evidencia.

Essa informação é importante para compreender as inteligências consideradas para esta pesquisa. Mesmo que a inteligência lógico-matemática seja dominante nas características dos AHM, as inteligências linguística e espacial costumam estar presente e também foram consideradas. A primeira é justificada porque um superdotado matematicamente demonstra características de domínio da escrita, leitura, interpretação e compreensão. Compreendem e interpretam problemas com maior destreza que os demais nas mesmas condições e faixas etárias. E a segunda

porque os habilidosos matematicamente apresentam grande facilidade de transportar modelos para dimensões diferentes, demonstram agilidade em criar mentalmente modelos tridimensionais complexos e vice-versa. Destacam-se por suas habilidades para entender e recordar relações espaciais entre objetos, possuem facilidade para manipular objetos no espaço, capacidade para visualizar e separar partes de um conjunto físico no espaço, manifestam grande capacidade para perceber e transformar imagens (Stadler, 2016, Gómez, Ruiz & Prieto, 2014).

Um estudante identificado como AHM apresenta características da inteligência lógico-matemática citada na Teoria de Inteligências Múltiplas der Gardner (1999). Pode-se considerar como uma primeira característica a habilidade de solucionar problemas, sejam eles conceituais ou práticos como ressalta Muniz:

> A primeira característica a ser apresentada é a de solucionar problemas, sejam eles reais ou abstratos. O problema prático pode ser observado na história da Matemática quando os egípcios resolveram seus conflitos de seção de terras nas margens do rio Nilo, no entanto foram os gregos que iniciaram as construções de uma linguagem Matemática formal, pois utilizavam métodos de demonstrações e provas, axiomas e teoremas para persuadir seus seguidores e demais interessados (Muniz, 2014, p. 428).

Considera-se aqui a habilidade lógico-matemática como a capacidade cognitiva de agir reflexivamente sobre um dado objeto, que pode ser a utilização de um objeto não ostensivo associado a um objeto ostensivo, sendo o ostensivo aquele que permite manipular ideias, conceitos que podem ser evocados ou não durante a manipulação, mas que tem um significado para o estudante, uma vez que existe uma dialética entre os objetos ostensivos e não ostensivos, isto é, a manipulação de um objeto matemático depende de sua evocação, mesmo que interna ao sujeito.

Estudantes com inteligência lógico-matemática dispõem de recursos de representação superiores e uma aguçada manipulação de informações que se apresentam na modalidade quantitativa e numérica, pois são capazes de associar diferentes objetos ostensivos a um mesmo não ostensivo. Possuem um bom raciocínio matemático, desfrutam da magia dos números e suas combinações, são capazes de encontrar e estabelecer relações entre objetos que outros de seus pares

não conseguem, o que pode estar associado a habilidade de associar diferentes objetos ostensivos a um mesmo não ostensivo.

Segundo Machado e Stoltz (2014), um estudante matematicamente superdotado ao ser comparado com seus pares da mesma idade, manifesta com precocidade e maior rapidez um pensamento criativo ao se expressar na construção de novos conceitos. Tem facilidade para memorizar o que foi aprendido e aplica com maior agilidade tais técnicas e procedimentos, utilizando-se também do pensamento dedutivo para encontrar saídas mais eficazes e sintéticas. Interessa-se por conceitos complexos e abstratos e por isso apresenta um elevado grau de precocidade. O AHM não tem o hábito de desistir das tarefas, é persistente e não gosta de respostas prontas. Ele apresenta necessidade de estar em constantes investimentos desafiadores. De acordo com as autoras citadas, são indivíduos capazes de gerar inúmeras ideias e com ampla variedade de categorias, essas podem ser singulares ou extraordinárias e com atenção aos detalhes. Elaboram, no nível da abstração, soluções para problemas diversos, levando em conta todas as variáveis neles presentes, demonstrando um elevado grau de inteligência quando comparado aos seus pares.

O pensamento lógico-matemático que um superdotado apresenta permite que ele explore caminhos inusitados para chegar aos mesmos resultados esperados para determinada tarefa. O sujeito com talento matemático apresenta capacidade de refletir sobre proposições. As operações proposicionais resultam de uma combinatória de ideias, raciocínios e hipóteses criativas (Machado & Stoltz, 2014).

REFERENCIAL TEÓRICO

Foi adotado como referencial teórico a Teoria Antropológica do Didático (TAD) para a análise das atividades envolvendo as demonstrações geométricas.

A teoria é antropológica porque está relacionada ao fazer matemático e a Matemática é uma ciência que somente os humanos são capazes de desenvolver.

Toda atividade humana consiste em resolver ou fazer uma tarefa *t* de algum tipo *T*. Esse fazer matemático pode ser explicado por meio da praxeologia, uma terminologia derivada do grego. É a junção das palavras *práxis* (prática) e *logos* que são os elementos que justificam a prática, ou seja, um discurso fundamentado (Bittar, 2017). *Logos*, portanto, se refere ao conhecimento usado como fundamento. Entre os elementos da praxeologia, o primeiro é o tipo de tarefa (T), a noção atribuída ao tipo de tarefa, que também reflete o sentido antropológico da teoria incluindo apenas as ações que são humanas – não provenientes da natureza (Chevallard, 1998).

A Técnica (τ) é conceituada como o modo de fazer, podendo ter singularidade próxima de quem executa a ação. Para cada tarefa é possível que haja mais de uma técnica adequada à sua resolução. A Tecnologia (θ) é conceituada como o discurso que interpreta e justifica a Técnica (τ), ela confere racionalidade e sustentação à técnica aplicada. Já a Teoria (Θ) é um conjunto de regras ou leis sistematizadas, aplicadas a uma área específica, que irá justificar e esclarecer a tecnologia.

Nessa perspectiva a praxeologia utilizada pode ser considerada regional tendo em vista que ocorreu em torno de uma única teoria, porém foi composta por várias tarefas, técnicas e tecnologias [Tij, τ ij, θ j, Θ] (Mendes, 2015).

Chevallard (1992) explicita que o saber matemático é uma forma particular de conhecimento. Por ser um produto da ação humana há relações institucionais e pessoais envolvidas. Introduziu então a noção de relação pessoal com um objeto O, como sendo a relação que, pelo menos uma pessoa x mantém com esse objeto. Essa relação é representada por R (x, O). A relação institucional I a esse mesmo objeto O, (e esse objeto deve existir para pelo menos uma instituição) é indicada por R_I (O) (Chevallard, 2007).

No caso da demonstração a instituição que normalmente se relaciona com ela é aquela onde há produção de conhecimento matemático, portanto, demonstração é um saber acadêmico e não um saber escolar, pelo menos em nossa região, isto é, Estado de Mato Grosso do Sul. Não há informações de professores que exercitam essa prática em sala de aula. Desse modo, ao se submeter à instituição I, a relação pessoal R (x, O) de um indivíduo x vai construir-se ou se modificar para atender às exigências

de R_I (O). Se essa exigência não existe então R (x, O) também será inexistente. No entanto, considerando que o estudante AHM possui habilidade em analisar, avaliar e criticar e habilidade de descoberta, criação e invenção supõe-se que o uso da demonstração como enriquecimento curricular contribuirá para que ele se relacione com a demonstração no nível da matemática acadêmica.

Para o estudo das praxeologias associadas às diferentes noções matemáticas, no nosso caso a noção de demonstração, consideramos os objetos ostensivos e não ostensivos, que segundo Chevallard (1994) são os "ingredientes que compõem as técnicas". São os objetos ostensivos aqueles que têm para o indivíduo uma forma material, sensível, perceptível pelos sentidos. Também são considerados objetos ostensivos os gestos, as palavras, os esquemas, entre outros; são os objetos a serem manipulados no desenvolvimento de uma técnica. No entanto, essa manipulação é acompanhada de outro objeto, que corresponde às noções, aos conceitos e às ideias que são evocadas durante a manipulação dos ostensivos. São as ideias associadas aos ostensivos e são denominados objetos não ostensivos. Como exemplos de ostensivos podemos considerar os símbolos matemáticos que evocam a ideia de quantidade, o esboço de uma figura geométrica, o símbolo de paralelismo, equação de uma reta, os sinais de operação e de igualdade. Todos eles evocam uma ideia e, por isso, representam um não ostensivo. Toda atividade matemática se processa pela manipulação de ostensivos dados que os não ostensivos são intangíveis, não captados pelos sentidos, podendo ser identificados apenas quando são evocados explicitamente.

Na prática, em geral, professor evoca oralmente o não ostensivo que está sendo utilizado. Pode-se pedir para os estudantes que explicitem os conceitos e ideias subjacentes aos ostensivos utilizadas. Pressupomos ser relevante destacar ser necessário que os professores fiquem atentos em explicitar os não ostensivos utilizados quando desenvolvem uma tarefa com os estudantes. Que não apresentem apenas uma sequência de ostensivos sem evocar os não ostensivos correspondentes tendo em vista que o ostensivo, se não for evocada a ideia que representa, dificulta a revisita ao trabalho matemático desenvolvido, quando os estudantes se dispõem a

estudar. Muitas vezes, aqueles que não são do grupo AHM desistem ao encontrar a primeira dificuldade e uma delas pode ser não associar ideias, conceitos e noções ao simbolismo matemático empregado.

Consideramos ainda, a noção de níveis de conhecimento operacionalizado no ato de demonstrar.

A noção de nível que trabalhamos foi a definida por Robert (1997). Segundo ela as noções matemáticas, normalmente, podem ser abordadas em diferentes níveis de conceituação. Desse ponto de vista, os objetos matemáticos podem tornar-se mais gerais ou mais particularizados, favorecendo a introdução de novas estruturas. Um teorema demonstrado pode servir de lema para um nível mais complexo. São três níveis de conhecimento esperados segundo Robert: o técnico, o mobilizável e o disponível.

O *nível técnico* circunscreve-se a um trabalho isolado, local e concreto. É a execução de uma técnica.

O *nível mobilizável* ocorre quando o conhecimento adquire o caráter de ferramenta e pode corresponder a uma organização. Um saber que é identificado pode ser mobilizado. Exemplo: identificar paralelismo.

O *nível disponível* possibilita conseguir responder corretamente o que é proposto sem indicações. Dar exemplos e contraexemplos, aplicar a métodos não previstos. Indica familiaridade com o objeto.

METODOLOGIA DA PESQUISA

Trata-se de uma pesquisa qualitativa de caráter experimental. Atividades de demonstração foram propostas para que os estudantes pudessem mostrar a sua habilidade e interesse pela atividade. Os estudantes AHM foram parcialmente surpreendidos com a atividade proposta. Parcialmente porque foram informados que estariam em uma atividade de pesquisa e que seriam desafiados com atividades que talvez nunca tivessem entrado em contato e que teriam que descrever e justificar todos

os passos da resolução. Porém, não foram informados de que essa atividade seria de demonstração e, considerando que não é prática usual o professor promover o exercício da demonstração e tampouco a professora da Educação Especial, que é a mesma pesquisadora, havia trabalhado com algum tipo de demonstração ou sugerido que pesquisassem sobre o tema. O mais provável é que sequer tenham imaginado que esta seria a atividade com a qual se depariariam. Na TAD, cada atividade específica corresponde a uma praxeologia, pois será enunciada por meio de um tipo de tarefa. Para a realização dessa tarefa podem ser utilizar diferentes técnicas, que precisam ser justificadas. No caso desta pesquisa, os não ostensivos em jogo precisam ser demonstrados.

Esse procedimento foi intencional porque o objetivo proposto consistia exatamente em pesquisar se as atividades diferentes com demonstração têm potencial de provocar o envolvimento do estudante e trazer à tona o "pensamento criativo ou produtivo" do AHM.

Os estudantes atendidos pelo CEAM/AHS são de diferentes faixas etárias, pois o Centro atende desde estudantes precoces dos anos iniciais do Ensino Fundamental até estudantes egressos. São provenientes de redes distintas, incluindo pública e privada, e são encaminhados para CEAM/AHS após uma avaliação por especialistas. Participaram da pesquisa seis (06) estudantes com características e comportamentos de AHM que estavam devidamente matriculados na escola comum e no CEAM/AHS. Todos obtiveram a concordância dos pais e/ou responsáveis por meio da assinatura dos Termos de Consentimento Livre e Esclarecido e optaram voluntariamente pela participação na pesquisa, assinando o Termo de Assentimento Livre e Esclarecido. Tinham entre 14 e 16 anos e estavam cursando do 1º ao 3º ano do Ensino Médio. Nessa pesquisa os seus nomes reais foram mantidos em sigilo. Foram substituídos por personagens escolhidos por eles. Estes são alguns deles, exatamente os dois cujas ações serão analisadas: Personagem "E" e Personagem "Rocket". A escolha desses personagens para análise foi aleatória. A escolha de uma única tarefa deve-se ao limite de espaço para um artigo.

Ao final, os estudantes fizeram uma avaliação por escrito, em forma de uma carta endereçada a uma suposta pessoa amiga.

Para esse grupo de estudantes pensou-se no enriquecimento curricular do tipo III que consiste em:

> Atividades de investigação individuais e em pequenos grupos de problemas reais. Consiste em atividades nas quais os alunos se tornam investigadores reais de um problema real usando métodos apropriados de investigação. Essas atividades dependem do nível de interesse e envolvimento do estudante. Alguns exemplos: invenção de um robô que resolva algum problema real, projeto para resolver um problema real no trânsito e outros (Burns, 2014, p.56).

Foram realizadas várias atividades envolvendo demonstração e todos os seis AHM participaram.

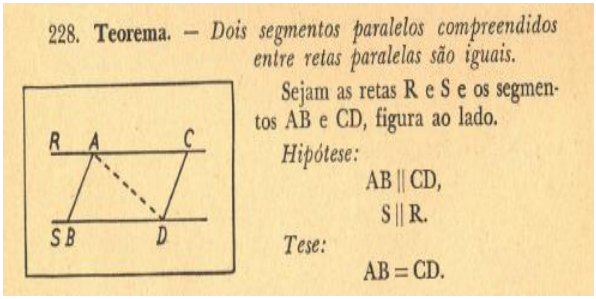
Posterior ao período de realização das atividades selecionadas, as mesmas foram transcritas para uma tabela construída com base nos quatros componentes da praxeologia, os quais são: o tipo de tarefa (T), a (s) Técnica (s) (τ), a Tecnologia (s) (θ) e a Teoria (s) (Θ). Os componentes serão conceituados de acordo com Chevallard (1998), sendo a tarefa (t) uma atividade específica proposta. Para esta pesquisa as tarefas (t) foram compostas de proposições para serem demostradas. O tipo de tarefa (T) pode ser identificado como “demonstrar que...”. Para a realização de cada tarefa foi necessário o uso dos objetos ostensivos para que os objetos não ostensivos se tornassem evidentes.

Durante a execução os participantes da pesquisa não tiveram acesso a qualquer espécie de consulta.

DESENVOLVIMENTO

A tarefa aqui analisada foi a primeira proposta aos estudantes AHM está e exposta a seguir (fig.1).

Tarefa n° 1: De acordo com a figura (fig.1) a seguir demonstre o teorema a partir das hipóteses apontadas no mesmo.


228. **Teorema.** – *Dois segmentos paralelos compreendidos entre retas paralelas são iguais.*

Sejam as retas R e S e os segmentos AB e CD, figura ao lado.

Hipótese:

$AB \parallel CD$,

$S \parallel R$.

Tese:

$AB = CD$.

FIGURA 1 – Tarefa n° 1
Fonte: Maeder, sd, sp.

A forma como resolveram a tarefa compõe as técnicas 1 e 2 (figs. 2 e 3) sintetizadas nos quadros 1 e 2.

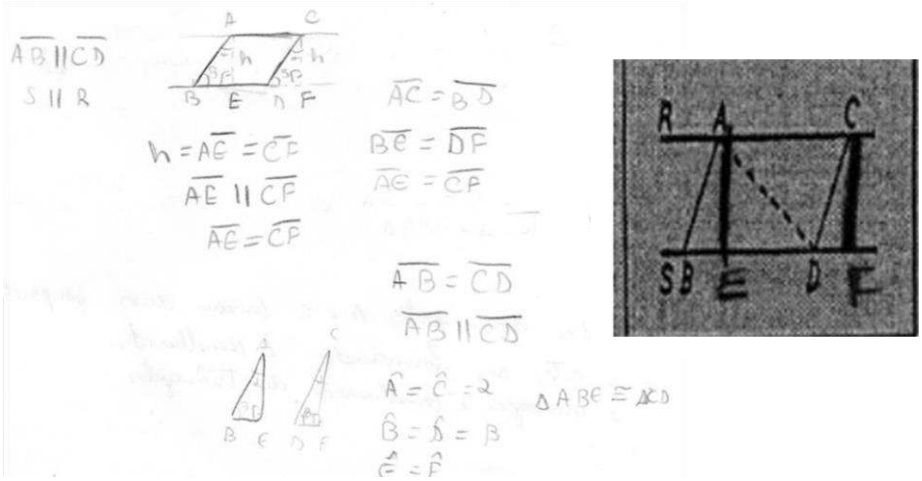


FIGURA 2: Resolução da tarefa n° 1 – Técnica do Personagem E
Fonte: Dados da pesquisa (2019)

QUADRO 1 – Análise dos elementos praxeológicos da tarefa n° 1-Personagem E

Tipo de tarefa (T)	Técnica (τ)	Elementos Tecnológicos (θ)	Teoria (Θ)

T1 – Demonstrar o teorema “Dois segmentos paralelos compreendidos entre retas paralelas são iguais”.	τ1 - A partir dos pontos A e C construiu duas perpendiculares à reta s, formando dois triângulos semelhantes; τ2 - Usou ângulos colaterais internos para provar a semelhança de triângulos pelo caso ALA.	θ 1 - Semelhança de triângulos.	Θ 1 – Se uma reta r é paralela a uma reta s e são interseccionadas por uma transversal t, tem-se que os ângulos formados entre r e s e colaterais a transversal t são suplementares. Θ 2 – Duas retas são perpendiculares ($\perp$) $\Leftrightarrow$ são concorrentes e formam ângulos adjacentes suplementares congruentes. Θ 3 – Se dois triângulos têm ordenadamente congruentes um lado e os dois ângulos a ele adjacentes, então estes triângulos são congruentes caso (ALA).

Fonte: Iezzi, Dolce, & Pompeo, 1985, pp. 53 – 58.

O estudante ampliou as hipóteses iniciais inserindo $\overline{AE} // \overline{CF}$ (por construção) e $\overline{BE} \equiv \overline{DF}$ (por construção). De acordo com Robert (1997) a sua relação com o objeto paralelismo assumiu imediatamente os níveis mobilizável e disponível. Revelou a sua capacidade de refletir sobre proposições e tornou disponíveis essas proposições, que após esse estudo tornaram-se situações de referência para os estudantes, que poderão aplicar em outros tipos de tarefas. Isso permite a ampliação de seu campo de conhecimentos matemáticos

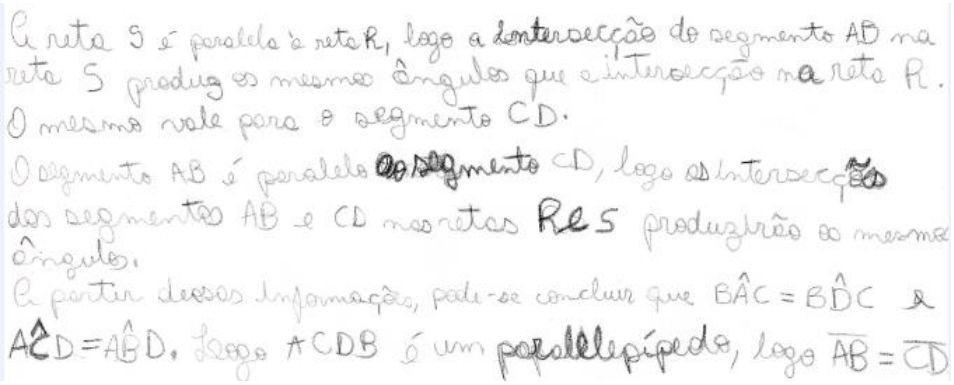


FIGURA 3: Resolução da tarefa n° 1 – Técnica do Personagem Rocket
Fonte: Dados da pesquisa (2019)

QUADRO 2 - Análise dos elementos praxeológicos da tarefa n° 1- Personagem Rocket

Tipo de tarefa (T)	Técnica (τ)	Elementos Tecnológicos (θ)	Teoria (Θ)
T1 – Demonstrar o teorema "Dois segmentos paralelos compreendidos entre retas paralelas são iguais".	τ1 - Linguagem natural; τ2 - Usou as informações da hipótese para demonstrar por meio do conceito de dois lados paralelos e congruentes. Obs. O estudante equivocou-se no nome da figura. O correto seria paralelogramo e não paralelepípedo.	θ 1 - Quadriláteros Notáveis; θ 2 - Paralelismo (retas paralelas cortadas por transversais).	Θ 1 – Se duas retas coplanares e uma transversal determinam ângulos alternos (ou ângulos correspondentes) congruentes, então essas duas retas são paralelas. Θ 2 – Se duas retas paralelas distintas interceptam uma transversal, então os ângulos alternos (ou os ângulos correspondentes) são congruentes. Θ 3 – Se uma reta r é paralela a uma reta s e são interseccionadas

			por uma transversal t, tem-se que os ângulos formados entre r e s e colaterais a transversal t são suplementares. Θ 4 – Se dois segmentos de reta são paralelos e congruentes, então suas extremidades são vértices de um paralelogramo.

Fonte: Iezzi *et al.,* 1985, pg. 53 – 58.

"Rocket" mostrou que a relação com os ângulos, definidos a partir de um feixe de retas paralelas cortadas por uma transversal, estava nos níveis mobilizável e disponível para ele.

Observamos que no desenvolvimento do mesmo tipo de tarefa o personagem "E" utilizou o ostensivo simbólico para representar segmentos, paralelismo, triângulos e ângulos mostrando dominar os não ostensivos associados, mas dificultando a leitura para um estudante que não tenha situações de referência para se apoiar.

Já o estudante "Rocket" desenvolveu a tarefa utilizando o ostensivo língua natural, o que permite a um estudante iniciante, que deseja compreender o trabalho matemático desenvolvido, estudar as noções enunciadas e organizar uma sequência para a demonstração apresentada. É importante observar que, em geral, muitos professores quando desenvolvem um determinado tipo de tarefa utilizam apresentações próximas da do personagem "E", imaginando que seus estudantes dominam todos os objetos ostensivos simbólicos que nela aparecem. É considerável ressaltar a importância de os professores ficarem atentos ao ostensivo língua natural, que precisa ser articulado com o ostensivo simbólico, em particular, quando se introduz novos conhecimentos.

OS DEPOIMENTOS

Os depoimentos a seguir (figs. 3 e 4) expressos por “E” e “Rocket” a respeito da experiência com a prática da demonstração. Considerando que o objetivo do projeto foi analisar a possibilidade de se recorrer à demonstração em geometria como fator de enriquecimento curricular, esses depoimentos são fundamentais para evidenciar o interesse ou não interesse dos AHM nesse tipo de atividade.

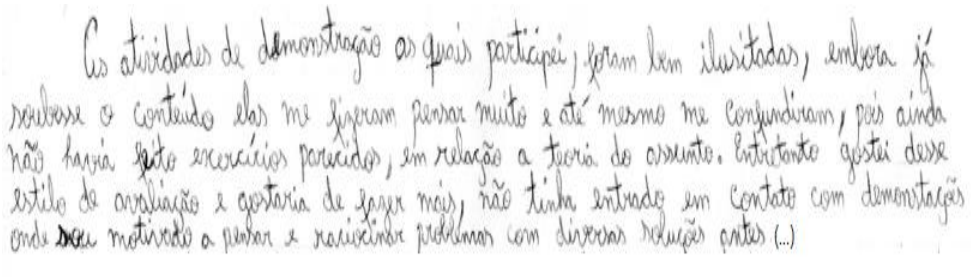

As atividades de demonstração as quais participei foram bem ilustradas, embora já revelasse o conteúdo elas me fizeram pensar muito e até mesmo me confundiram, pois ainda não havia feito exercícios parecidos, em relação a teoria do assunto. Entretanto gostei desse estilo de avaliação e apostaria de fazer mais, não tinha entrado em contato com demonstrações onde [illegible] motivado a pensar e raciocinar problemas com diversas relações antes (...)

Figura 3 - Depoimento sobre o uso da demonstração
Fonte: Dados da pesquisa (2019)

O desafio foi produzido pela condição da tarefa proposta ser nova e a demonstração mostrou ter poder de estimular o pensamento geométrico e algébrico. O depoimento do estudante indica a importância de, pelo menos, tentar desenvolver um trabalho que ultrapasse os níveis mobilizável e técnico desde o inicio da educação básica. O professor pode propor desafios para os estudantes, que nos parece uma forma de estimular fazer matemática.

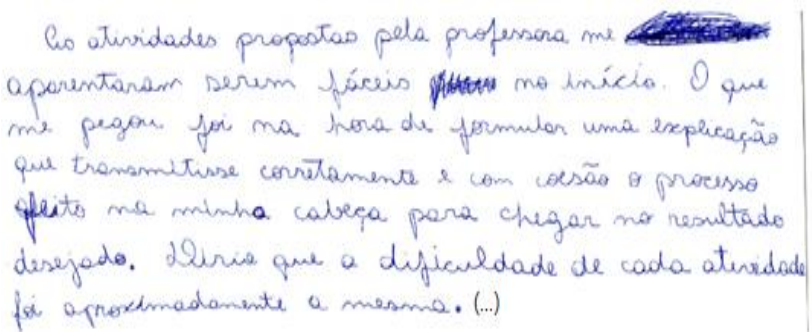

As atividades propostas pela professora me [illegible] aparentaram serem fáceis [illegible] no início. O que me pegou foi na hora de formular uma explicação que transmitisse corretamente e com coesão o processo [illegible] na minha cabeça para chegar no resultado desejado. Diria que a dificuldade de cada atividade foi aproximadamente a mesma. (...)

Figura 4- Depoimento sobre o uso da demonstração
Fonte: Dados da pesquisa (2019)

A dificuldade de “Rocket” esteve na forma de expressar o raciocínio. Portanto a prática da demonstração pode contribuir para facilitar a comunicação das ideias na medida em que contribui para apropriação de objetos ostensivos suficientes para isso.

Universidade Federal da Grande Dourados

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Após as análises das atividades e dos depoimentos foi possível constatar que a demonstração pode se constituir em um elemento de enriquecimento curricular para estudantes com essa identificação de desempenho matemático acima da média porque estimula o raciocínio. Além disso, favorece o desenvolvimento de argumentação por meio de conceitos e exerce a escrita dos objetos ostensivos. Isso faz com que utilizem notações variadas que não são estimuladas na sala de aula do ensino comum.

Por meio da realização das tarefas com demonstrações geométricas, os estudantes na proposta do enriquecimento curricular do AEE de matemática do CEAM/AHS foram encorajados a utilizar a língua natural (escrita), considerada um objeto ostensivo que é pouco estimulado nas aulas de matemática das escolas regulares. Este objeto ostensivo também favorece o estímulo do discurso oral, necessário quando eles precisam explicar o encaminhamento da solução apresentada para colegas e professores.

Os resultados da pesquisa desenvolvida com estudantes de AHM parecem mostrar a importância de considerar a articulação de ostensivos e de dar ênfase aos não ostensivos nos cursos de formação de professores, pois mesmo não sendo o objetivo da pesquisa, ressaltamos que os professores podem encontrar em seu percurso estudantes que precisam ser motivados, o que pode ser tratado por meio de desafios, como o indicado nos resultados. Ressaltamos que o objetivo da matemática é desenvolver com os estudantes tarefas que correspondem ao nível disponível.

Observamos que os estudantes são beneficiados quando colocados diante de tarefas que se opõem ao padrão da escola comum, pois se sentem desafiados e

estimulados a aprofundar seus conhecimentos. Além disso, são levados a refletir sobre a importância de realizar demonstrações, pois favorecem a consolidação dos conceitos e das técnicas. Também observamos que suas técnicas estavam amparadas por tecnologias e teorias apresentadas na literatura matemática.

O experimento mostrou também que os AHM mobilizam ostensivos variados para proceder à demonstração. Não há nisso inconveniente dado que não tiveram contato com protocolo antes. No entanto, como a matemática é uma ciência rigorosamente formal, um passo seguinte seria necessário: a formalização. Esses estudantes evidenciam um raciocínio lógico e criador, o que era esperado mas, sobretudo, motivados e envolvidos no processo o que evidencia o potencial da demonstração como fato de enriquecimento curricular.

Apesar de a experiência ter sido realizada com estudantes AHM, parece importante repensar a escola comum e procurar meios de introduzir demonstrações, mesmo que simples, que permitam aos estudantes reconhecerem o papel da matemática no mundo em que vivemos, em particular, sua relação com a língua natural, o que pode auxiliar a melhorar as performances em português e matemática, disciplinas que têm sido consideradas como geradoras de grandes dificuldades, mais particularmente quando se avança na educação básica.

REFERÊNCIAS

Bittar, M. (2017) A Teoria Antropológica do Didático como ferramenta metodológica para análise de livros didáticos. *Zetetiké, revista de Educação Matemática.* SP. v. 25, n. 3, set. – dez. de 2017, p. 364 - 387. ISSN 2176-1744. Recuperado de https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8648640/17410

Brasil (2001). Ministério da Educação. Resolução CNE/CEB n. 2, *Diretrizes Nacionais para a Educação Especial na Educação Básica/ Secretaria de Educação Especial* – MEC, SEESP. Recuperado de http://portal.mec.gov.br/cne/arquivos/pdf/CEB0201.pdf

Brasil. (2006) Ministério da Educação: Secretaria de Educação Especial. *Saberes e práticas da inclusão: desenvolvendo competências para o atendimento às necessidades educacionais especiais de alunos com altas habilidades/superdotação*. 2. ed. Brasília – DF. Recuperado de http://portal.mec.gov.br/seesp/arquivos/pdf/altashabilidades.pdf

Burns, D. E. *et al*. (2014)*Altas Habilidades/Superdotação* **–** Manual para guiar o aluno desde a definição de um problema até o produto final. Curitiba, Juruá.

Chevallard, Y. (1992) Concepts fondamentaux de la didactique: perspectives apportées par une approche anthropologique, Recherches en didactique des mathématiques, Vol.12-1, *La Pensée Sauvage*, Grenoble, 73-112.

Chevallard, Y. (1993)*Ostensifs et non-ostensifs dans l'activité Mathématique.* Intervention au Séminaire de l'Associazione Mathesis (Turin, 3 février 1994).

Texte paru dans les Actes du Séminaire pour l'année 1993-1994, p. 190-200. Recuperado de http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/article.php3?id_article=125

Chevallard, Y.(1998) Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathématiques: l'approche anthropologique. In *: L'UNIVERSITE D'ETE*, 1998, p.91-118. Actes de l'Université d'été La Rochelle. Clermont-Ferrand, France: IREM

Chevallard, Y. (2007) *Le développement actuel de la TAD: pistes et jalons*. Recuperado de http://yves.chevallard.free.fr/

Gómez, M. S.; Ruiz, M. J. & Prieto, L. (2014)Perfiles emocionales de superdotados y talentos. *Altas Habilidades/Superdotação (AH/SD) Criatividade e Emoção.* Curitiba – PR: Juruá.

Iezzi, G., Doice,O.,& Pompeo, N.(1985) *Fundamentos da matemática elementar***.** Vol. 7. São Paulo: Atual

Leite, A. M., Franchi, A., Onaga, D.S., Pires, R.C., & Carvalho, D.L. (1985/1986) *O ensino da Geometria no 1º grau.* Grupo Momento

Maeder, A. M. (S.d) *Curso de matemática. São Paulo:* Edições Melhoramentos.

Machado, J. M. & Stoltz, T. (2014) O pensamento criativo de aluno superdotado matematicamente talentoso na resolução de problemas de matemática. *Altas*

Habilidades/Superdotação (AH/SD) Criatividade e Emoção. Curitiba – PR: Juruá

Mendes, H. L. (2015) Análise Praxeológica de livro didático de matemática. *REVEMAT.* Florianópolis (SC), v.10, n. 1, p. 199-219

Muniz, C. (2014) O fazer matemática na escola e o desenvolvimento da inteligência: A criatividade revelando capacidades cognitivas. *Altas Habilidades/Superdotação, inteligência e criatividade*.Campinas – SP: Papirus.

Pastré, P., Mayen, P., & Vergnaud, G. (2019) Didática Profissional. In: Gruber, C., Allain, O., & Wollinger, P.(Orgs.). *Didática profissional: princípios e referências para a Educação Profissional.* Florianópolis: Publicações do IFSC, p.11-87.

Robert, A. (1987) Quelques outils d'analyse épistemologique et didactique de connaissances mathématiques à enseigner au lycée et à l'université. *Actes de la IX école d'ete de didactique des mathématiques.* Houlgate. França.

Silva, J. J. (2002) A Demonstração Matemática da Perspectiva da Lógica Matemática. In: Borba, M. C. *Boletim de Educação Matemática – BOLEMA***.** ano 15, n. 18, Rio Claro, UNESP

Stadler, R. R. (2016) *Investigação do raciocínio – lógico matemático de alunos com Altas Habilidades/Superdotação presentes na sala de recursos multifuncional, Tipo I.* Guarapuava, PR**,** 2016. 223f. Dissertação de Mestrado. Guarapuava: Universidade Estadual do Centro-Oeste. Recuperado de

https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id_trabalho=4931829 2018.