Revista Brasileira de Climatologia
ISSN: 2237-8642 (Eletrônica)

ANÁLISE DA TEMPERATURA MÁXIMA DE PIRACICABA (SP) VIA DISTRIBUIÇÃO GEV NÃO ESTACIONÁRIA: UMA ABORDAGEM BAYESIANA

AGUIRRE, Alberto Frank Lázaro - flazaro2857@gmail.com
Universidade Federal de Alfenas / UNIFAL

NOGUEIRA, Denismar Alves - denismar.nogueira@unifal-mg.edu.br
Universidade Federal de Alfenas / UNIFAL

BEIJO, Luiz Alberto - luiz.beijo@unifal-mg.edu.br
Universidade Federal de Alfenas / UNIFAL

Submetido em: 15/05/2020
Aceito para publicação em: 10/09/2020
Publicado em: 21/09/2020
DOI: http://dx.doi.org/10.5380/abclima.v27i0.73763

RESUMO: O presente estudo teve como objetivo modelar via abordagem Bayesiana a temperatura máxima mensal de Piracicaba em São Paulo-Brasil, utilizando funções lineares e não-lineares para incorporar a tendência no parâmetro de posição da distribuição generalizada de valores extremos (GEV). Foram analisadas distribuições para as priori informativas e não informativas e na obtenção das distribuições marginais a posteriori foi utilizado o método Monte Carlo via cadeias de Markov. Analisando o fator de Bayes e critérios de seleção, verificou-se que nos meses janeiro a março e agosto e setembro, a melhor distribuição foi a GEV estacionária. Nos meses de abril a junho e outubro, a melhor distribuição foi a GEV não estacionária com tendência linear, ou seja, aumento da temperatura máxima e com tendência não-linear para os meses julho, novembro e dezembro que caracteriza um aumento com estabilidade com o passar dos anos. Em quatro dos meses, a priori informativa propiciou resultados mais precisos

PALAVRAS-CHAVE: Tendência, nível de retorno, intervalo de credibilidade, distribuição generalizada de valores extremos, prioris.

MAXIMUM TEMPERATURE ANALYSIS OF PIRACICABA (SP) THROUGH NON-STATIONARY GEV DISTRIBUTION: A BAYESIAN APPROACH

ABSTRACT: The present study aimed to model the maximum monthly temperature of Piracicaba in São Paulo-Brazil using the Bayesian approach, using linear and non-linear functions to incorporate the trend in the position parameter of the generalized distribution of extreme values (GEV). A priori informative and non-informative distributions were analyzed and the Monte Carlo method via Markov chains was used to obtain marginal distributions a posteriori. Analyzing the Bayes factor and selection criteria, it was found that in the months January to March and August and September, the best distribution was stationary GEV. In the months of April to June and October, the best distribution was non-stationary GEV with a linear trend, that is, an increase in maximum temperature and a non-linear trend for the months of July, November and December, which characterizes an increase with stability with the over the years. In four of the a priori informative months it provided more accurate results.

KEYWORDS: Trend, return level, credibility interval, generalized distribution of extreme values, prioris.

INTRODUÇÃO

A previsão probabilística da ocorrência de eventos extremos é de vital importância para o planejamento das atividades sujeitas a seus efeitos

adversos. Uma das formas de modelar esses eventos é utilizando a distribuição generalizada de valores extremos (GEV) (COLES, 2001).

A análise e previsão de variáveis climáticas extremas ganharam importância nas últimas décadas (SILVA, 2019; FERREIRA e LISKA, 2019; RĂILEANU, 2019) e, dentre estas, pode-se destacar a temperatura máxima. Segundo Hamdi *et al.* (2018), muitos estudos tem mostrado que os registros climáticos e meteorológicos exibem algum tipo de não estacionariedade, e a análise para dados com tendência deve ser tratada com atenção e não deve ser ignorada. Várias abordagens foram propostas na literatura para tratar a não estacionariedade em extremos hidrometeorológicos e climatológicos, como nos estudos de Bracken *et al*. (2018) e De Paola *et al*. (2018), os quais mostraram que a dependência dos efeitos não estacionários deve ser considerada na modelagem. Outro resultado importante para GEV não estacionária foram obtidos por González Ganzábal *et al*. (2019), com objetivo de obter um modelo capaz de determinar os parâmetros que definem uma distribuição de valores extremos generalizada não estacionária, utilizaram um conjunto de dados amplo e variado de temperaturas máximas e chegaram a resultados satisfatórios, concluindo que o modelo que leva em consideração a não estacionariedade foi o modelo que melhor se ajustou.

Uma das formas para se analisar dados não estacionários é de modelar a séries de dados extremos com tendência ajustando uma distribuição de extremos com tendência linear no parâmetro posição (CLARKE, 2013). Sabe-se que os modelos lineares são bastante utilizados para um grande número de aplicações em análise de dados, com o objetivo de relacionar uma variável resposta a uma ou mais variáveis explicativas. No entanto, a tendência linear apresenta problemas ao fazer as predições para os níveis de retorno de longo tempo, por ter um comportamento de sempre crescer. Então, em algumas situações os modelos não-lineares podem ser mais apropriados, uma vez que uma diversidade de fenômenos apresenta comportamento não-linear com diminuição da taxa de crescimento. Como evidência do aumento da temperatura tem-se os trabalhos de Hansen *et al*. (1988), Hansen *et al*. (2006) e Hansen *et al.* (2010). Assim, justifica-se o estudo do comportamento de crescimento da temperatura máxima com o uso de uma função não linear assintótica, denominada exponencial com três parâmetros.

Estudos envolvendo temperatura máxima com abordagem Bayesiana vêm sendo cada vez mais debatidos entre os pesquisadores, e este estudo, se concentra em modelar dados de temperatura máxima mensal (TMM) com distribuição GEV, incorporando a tendência no parâmetro de posição. Para estimar os parâmetros da distribuição GEV, a inferência Bayesiana tem apresentado resultados consistentes (MARTINS *et al*., 2018; LISKA *et al*., 2013; BEIJO e AVELAR, 2011). Conforme Coles e Powell (1996), a inferência Bayesiana apresenta vantagens pelo fato de permitir utilizar informação a *priori*, através de uma distribuição para reduzir as incertezas da estimação dos parâmetros e de quantis da distribuição GEV. Porém, Paulino *et al*. (2003) destacam que a distribuição a *posteriori*, geralmente não possui solução analítica. Desta maneira, é necessário utilizar algoritmos iterativos (GAMERMAN, 1996) baseados em Monte Carlo via cadeias de Markov (MCMC) para a obtenção das distribuições marginais de interesse.

ISSN: 2237-8642 (Eletrônica)

Diante destes fatos, objetivou-se, com o presente estudo, modelar via abordagem Bayesiana a temperatura máxima mensal de Piracicaba em São Paulo-Brasil, utilizando funções lineares e não-lineares para incorporar a tendência no parâmetro de posição da distribuição generalizada de valores extremos (GEV).

MATERIAL E MÉTODOS

Os dados utilizados foram de temperatura máxima de Piracicaba-SP, obtidos junto à estação agrometeorológica da Escola Superior de Agricultura Luiz de Queiroz ESALQ/USP (2019). Piracicaba é um município brasileiro no interior do estado de São Paulo, localizando a noroeste da capital do estado, distante desta cerca de 164 km com coordenadas geográficas 22°42′31′′ de latitude Sul, 47°38′0′′ de longitude Oeste do meridiano de Greenwich e com altitude de 547 m. O clima da região é classificado como subtropical úmido, com verão chuvoso (excedente hídrico = 254 mm), com temperaturas moderadamente altas, e inverno seco (deficiência hídrica = 70 mm) e amenos (raramente frios de forma demasiada). A temperatura média anual é de 21,6 °C (VOLPE-FILIK *et al*., 2019). O clima de Piracicaba é tropical úmido com chuvas de verão e seca de inverno, sendo denominado *Cwa*, de acordo com a classificação climática proposta por Köppen e Geiger (1928). O mês mais frio, julho, possui temperatura média de 17,7 °C, sendo a média máxima 25,3 °C e a mínima 9,6 °C. Outono e primavera são estações de transição.

Os dados correspondem às temperaturas máximas diárias, expressas em graus Celsius (°C), referente ao período de janeiro de 1975 a dezembro de 2017. A partir desses dados foram obtidos os máximos de cada mês, formando assim doze séries de máximos com 43 observações. As observações de 1975 a 1997 (23 observações de cada mês) foram usadas para estimar os parâmetros e calcular a temperatura máxima esperada para os tempos de retorno (T_r) para 5, 10, 15 e 20 anos. A parte restante de 1998 a 2017 (20 observações de cada mês), foram extraídas as temperaturas máximas observadas em 5, 10, 15 e 20 anos, para verificar o erro médio de predição das temperaturas máximas esperadas dos modelos ajustados na primeira parte dos dados, como forma de validação e seleção.

Para avaliar a independência dos dados foi utilizado o teste de Ljung-Box (LJUNG e BOX, 1978), o teste *Mann-Kendall*, de Mann (1945) e Kendall (1975), foi utilizado para analisar a tendência e o teste de Pettitt foi utilizado para detectar um ponto de possível mudança de comportamento da série (JAISWAL *et al*., 2015). Pata todos os testes foram adotados o nível de $\alpha = 0{,}05$ para significância.

DISTRIBUIÇÃO GEV ESTACIONÁRIA E NÃO-ESTACIONÁRIA

Para cada série temporal foram ajustadas as distribuições de probabilidades GEV estacionária e GEV não-estacionária.

Assumindo apenas o parâmetro de posição (μ) variando com o tempo, e mantendo os parâmetros de escala (σ) e forma (ξ) como constantes ao longo do tempo. A função da distribuição *GEV* não-estacionária pode ser expressa pela seguinte equação:

ISSN: 2237-8642 (Eletrônica)

$$F_X(\mathbf{x};\theta) = exp\left\{-\left[1+\xi\left(\frac{\mathbf{x}-\mu(t)}{\sigma}\right)\right]^{-\frac{1}{\xi}}\right\} \quad (1)$$

definida para valores de **x**, tal que $1+\xi\left(\frac{\mathbf{x}-\mu(t)}{\sigma}\right)>0$ e $\theta=(\mu(t),\sigma,\xi)$, e derivando-se a Equação 1 em relação a **x**, obtém-se a função densidade de probabilidade da distribuição GEV, dada por:

$$f_X(\mathbf{x};\theta) = \frac{1}{\sigma}\left[1+\xi\left(\frac{\mathbf{x}-\mu(t)}{\sigma}\right)\right]^{-\frac{1+\xi}{\xi}} exp\left\{-\left[1+\xi\left(\frac{\mathbf{x}-\mu(t)}{\sigma}\right)\right]^{-\frac{1}{\xi}}\right\} \quad (2)$$

em que $-\infty < \mathbf{x} < \mu(t)-\frac{\sigma}{\xi}$ para $\xi<0$ e $\mu(t)-\frac{\sigma}{\xi}<\mathbf{x}<+\infty$ para $\xi>0$.

O parâmetro de forma (ξ) requer longos períodos de observação para permitir se modelar com segurança a variabilidade temporal, assim, tal parâmetro foi mantido como constante (HAMDI *et al*., 2018). O parâmetro de posição $\mu(t)$ foi responsável por retratar a estacionariedade da série. Na Tabela 1 apresentam-se as funções usadas para incorporar a tendência no parâmetro de posição.

Tabela 1 - Funções para incorporar a tendência no parâmetro de posição (μ) da distribuição generalizada de valores extremos (GEV) com *priori* não informativa (NI) e informativa (I).

Funções	Distribuição GEV
$\boldsymbol{\mu(t)=\mu_0}$	Estacionária $(\mathrm{GEV_E})$
$\boldsymbol{\mu(t)=\mu_0+\mu_1 t}$	Não Estacionária Linear $(\mathrm{GEV_{NEL}})$
$\boldsymbol{\mu(t)=\mu_0+\beta e^{-\gamma t}}$	Não Estacionária não-linear $(\mathrm{GEV_{NENL}})$

Nota: t indicador da tendência a partir do ponto K

Para cada uma das três distribuições descritas na Tabela 1 foram selecionadas a *priori* informativa e não-informativa para os parâmetros, assim foram 6 distribuições testados para cada mês. Somente uma foi selecionada como a distribuição adequada que melhor descreve a temperatura máxima de Piracicaba-SP do respectivo mês. Essa seleção se deu pela significância dos parâmetros, validação através do tempo de retorno e critério de informação do desvio.

ESTIMAÇÃO DOS PARÂMETROS

Os parâmetros da distribuição GEV foram estimados via inferência Bayesiana. Foram utilizadas como *priori* ($\mathrm{p}(\theta)$) a distribuição uniforme, representada por $\mathrm{U}(a_0, b_0)$, e a distribuição Normal, representado por $\mathrm{N}(\alpha_0, \tau_0)$ (ROSSI, 2011), sendo que o hiperparâmetros (τ_0) representa a precisão, que é dada pelo inverso da variância. As distribuições a *priori* assumidas para cada parâmetro e seus respectivos hiperparâmetros, especificados para a *priori* informativa e não informativa, são apresentados na Tabela 2.

ISSN: 2237-8642 (Eletrônica)

Tabela 2 - Valores dos hiperparâmetros das distribuições a *priori* informativa e não informativa para os parâmetros das distribuições $\mathrm{GEV_E}$, $\mathrm{GEV_{NEL}}$, $\mathrm{GEV_{NENL}}$, em cada mês.

Mês	μ_0		σ		ξ		μ_1		β		γ	
	$N(m_0,\tau_0)$		$N(m_0,\tau_0)$		$U(a_0,b_0)$		$U(a_0,b_0)$		$N(m_0,\tau_0)$		$U(a_0,b_0)$	
	m_0	τ_0	m_0	τ_0	a_0	b_0	a_0	b_0	m_0	τ_0	a_0	b_0
	0,000	10^{-4}	0,000	10^{-4}	-1,500	1,500	-5,000	5,000	0,000	10^{-4}	0,000	1,000
Priori não informativa para GEV												
	$N(m_0,\tau_0)$		$N(m_0,\tau_0)$		$N(m_0,\tau_0)$		$U(a_0,b_0)$		$N(m_0,\tau_0)$		$U(a_0,b_0)$	
	m_0	τ_0	m_0	τ_0	a_0	b_0	a_0	b_0	m_0	τ_0	a_0	b_0
Jan.	33,127	12,158	1,262	18,863	-0,385	22,399	-	-	-	-	-	-
Fev.	33,460	11,340	1,400	19,840	-0,460	53,120	-	-	-	-	-	-
Mar.	33,140	24,410	0,960	53,040	-0,140	93,710	-	-	-	-	-	-
Abr.	31,699	34,643	0,746	52,358	0,215	24,875	-	-	-	-	-	-
Mai.	30,309	41,372	0,736	74,077	-0,424	57,902	-	-	-	-	-	-
Jun.	29,309	38,999	0,747	71,003	-0,349	48,759	-	-	-	-	-	-
Jul.	29,855	25,921	0,824	43,314	-0,038	18,296	-	-	-	-	-	-
Ago.	33,048	13,429	0,204	23,945	0,168	35,398	-	-	-	-	-	-
Set.	33,979	6,438	1,857	12,667	-0,314	63,506	-	-	-	-	-	-
Out.	34,372	8,258	1,611	16,604	-0,213	47,955	-	-	-	-	-	-
Nov.	34,104	8,261	1,441	13,305	-0,107	16,854	-	-	-	-	-	-
Dez.	32,973	12,807	1,177	20,612	-0,367	19,138	-	-	-	-	-	-
Priori informativa para $\mathrm{GEV_{NEL}}$												
Jan.	32,906	9,205	1,145	21,795	-0,263	17,894	-0,059	0,141	-	-	-	-
Fev.	33,899	5,552	1,444	15,702	-0,562	36,033	-0,095	0,033	-	-	-	-
Mar.	33,194	20,482	0,973	49,775	-0,177	68,984	-0,105	0,066	-	-	-	-
Abr.	31,545	25,252	0,730	57,917	0,199	29,505	-0,029	0,068	-	-	-	-
Mai.	30,206	34,718	0,751	59,676	-0,553	39,159	-0,005	0,049	-	-	-	-
Jun.	29,254	34,359	0,722	77,068	-0,307	44,468	-0,041	0,071	-	-	-	-
Jul.	29,837	26,015	0,852	41,645	-0,132	19,708	-0,049	0,096	-	-	-	-
Ago.	33,112	16,924	1,131	36,059	-0,242	66,956	-0,039	0,139	-	-	-	-
Set.	33,719	4,755	1,850	12,781	-0,346	65,141	-0,081	0,181	-	-	-	-
Out.	33,319	3,073	1,539	14,821	-0,306	28,366	-0,026	0,207	-	-	-	-
Nov.	34,214	13,972	1,174	24,918	-0,077	27,639	-0,106	0,106	-	-	-	-
Dez.	32,973	12,807	1,177	20,612	-0,367	19,138	-0,019	0,150	-	-	-	-
Priori informativa para $\mathrm{GEV_{NENL}}$												
Jan.	33,865	1,046	1,267	14,839	-0,234	18,643	-	-	1,276	0,909	0,000	1,000
Fev.	33,204	3,317	1,591	10,260	-0,458	32,653	-	-	-0,611	0,926	0,000	1,000
Mar.	33,079	3,618	1,092	28,597	-0,112	49,804	-	-	-0,008	2,119	0,000	1,000
Abr.	32,157	1,284	0,846	31,491	0,246	20,530	-	-	0,734	1,118	0,000	1,000
Mai.	31,076	0,477	0,814	41,303	-0,448	37,180	-	-	1,013	0,468	0,000	1,000
Jun.	29,508	4,167	0,807	45,592	-0,279	35,054	-	-	0,453	3,049	0,000	1,000
Jul.	30,327	1,397	0,948	32,028	-0,084	20,927	-	-	0,651	1,294	0,000	1,000
Ago.	33,256	2,093	1,321	16,351	-0,287	35,389	-	-	1,651	0,568	0,000	1,000
Set.	34,686	0,514	2,073	7,639	-0,322	43,339	-	-	1,288	0,405	0,000	1,000

Out.	34,546	6,491	1,584	9,301	-0,094	24,006	-	-	2,251	0,647	0,000	1,000
Nov.	36,632	0,182	1,329	15,848	-0,019	23,565	-	-	3,596	0,187	0,000	1,000
Dez.	34,132	1,608	1,162	16,935	-0,209	16,026	-	-	1,823	1,592	0,000	1,000

As distribuições *prioris* não-informativas foram realizadas de maneira independente para cada um dos parâmetros, exceto para μ_1 da distribuição $\mathrm{GEV_{NENL}}$ que é o aumento da temperatura no parâmetro de posição μ. Para este parâmetro, delimitou-se a região de variação paramétrica sem favorecer nenhum valor específico, no intervalo (-5,00;5,00). Em relação ao parâmetro de forma ξ é extremadamente raro para dados ambientais que o parâmetro $\xi < -0{,}5$ e corresponde a distribuições com cauda superior muito curta e finita. Assim, ao se trabalhar com dados reais, os valores do parâmetro ξ geralmente se encontram no intervalo (-0,5;0,5) (SMITH, 1985; HOSKING *et al*., 1985). Portanto, para efeitos de modelagem via inferência Bayesiana, adotou-se que o parâmetro de forma ξ segue uma distribuição uniforme, *U* $(-1{,}50;1{,}50)$.

As informações para a definição nos hiperparâmetros das *prioris* informativas foram obtidas dos dados de temperatura máxima, compreendendo a série histórica de 1971 a 2017, da cidade de Jaboticabal-SP, que foram adquiridas junto a Estação Agroclimatológica da Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho" Campus de Jaboticabal - UNESP (2019). A estação está situada nas coordenadas geográficas: latitude Sul 21°15'17'' e longitude Oeste 48°19'20'', com 605 m de altitude. Segundo a classificação climática de Köppen e Geiger (1928), o clima é de transição entre os tipos Cwa (quente de inverno seco) e Aw (tropical de inverno seco). A escolha de Jaboticabal se justifica por se tratar de um município que está próximo de Piracicaba (distância linear menor que 180 km) e apresenta altitude semelhante, além de possuir uma série com 47 anos de registros. Embora não tenham exatamente a mesma classificação climática de Köppen, de acordo com Rolin *et al*. (2007) e Andre e Garcia (2015), Piracicaba e Jaboticabal apresentam mesma classificação de Thornthwaite que é B1rB'4a' (clima mesotérmico). Os dados foram ajustados para as distribuições $\mathrm{GEV_E}$ e $\mathrm{GEV_{NEL}}$, pelo método de máxima verossimilhança, e as estimativas foram utilizadas como hiperparâmetros das *prioris* informativas descritos na Tabela 2.

Para a obtenção da *posteriori*, além das distribuições a *priori*, foi necessário a definição da função de verossimilhança da distribuição GEV. Esta função é dada por:

$$L(\theta|\mathbf{x}) = \prod_{i=1}^{n} f(x_i) = \frac{1}{\sigma^n} \prod_{i=1}^{n} \left\{ [1 + \xi(A)]^{-\frac{1-\xi}{\xi}} \right\} exp \left\{ \sum_{i=1}^{n} [1 + \xi(A)]^{-\frac{1}{\xi}} \right\} \quad (3)$$

em que $A = \frac{x_i - \mu(t)}{\sigma}$ e $\theta = (\mu(t), \sigma, \xi)$

A distribuição conjunta a *posteriori*, $p(\theta|\mathbf{x})$ é obtida da quantificação da informação a *priori* em $p(\theta)$, e da informação amostral, contida na função de verossimilhança $L(\theta|\mathbf{x})$, resultando em:

$$p(\theta|\mathbf{x}) \propto L(\theta|\mathbf{x}) p(\theta). \quad (4)$$

A expressão 4 não apresenta uma solução analítica trivial na obtenção das distribuições marginais a posteriori para os parâmetros das três distribuições. Para contornar a situação foi utilizado procedimento de

reamostragem obtidas numericamente usando-se o método MCMC (*Monte Carlo Markov Chain*) (GAMERMAN, 1996; CARLO, 2006; PUZA, 2015).

O procedimento foi realizado utilizando-se o programa OpenBUGS de (THOMAS e O'HARA, 2004) em interface com o software R (R CORE TEAM, 2017) por meio do pacote R2OpenBUGS (STURTZ *et al*., 2005). Em cada modelo foram geradas 200.000 iterações de um processo MCMC, considerando-se um período de descarte (*burn-in*) de 50.000 primeiras iterações com salto (*thin*) de 30, assim, a amostra final continha 5.000 valores.

A análise de convergência do processo e obtenção das marginais foi monitorada por meio de três critérios: Critério de Geweke, Critério de Raftery e Lewis e Critério de Heidelberger-Welch. No critério de Raftery e Lewis (1992) deve ser verificado se o fator de dependência (*RL)* é próximo de 1,0. No critério de Geweke é verificado se o módulo da estatística ($|ZG|$) é menor que 1,96 e no critério de Heidelberger-Welch é verificado se o valor-p do teste é maior que 5% (NOGUEIRA *et al*., 2004). Satisfeitas estas condições, pode-se afirmar que a convergência da cadeia à marginal a *posteriori* foi obtida.

Todos estes testes indicadores estão implementados no software R, no pacote CODA (PLUMMER *et al*., 2006).

TESTE DE SIGNIFICÂNCIA- TESTES DE HIPÓTESES BAYESIANO

O teste de hipóteses Bayesianos foi utilizado para avaliar a significância dos parâmetros da distribuição GEV. A probabilidade *a posteriori* da hipótese alternativa, $P(H_1|\mathbf{x})$ é calculada a partir da Equação 5 (WETZELS e WAGENMAKERS, 2012). Testou-se as seguintes hipóteses para os parâmetros μ_1, β e γ das distribuições $\mathrm{GEV_{NEL}}$ e $\mathrm{GEV_{NENL}}$, foram:

$$\begin{cases} H_0: \mu_1 \leq 0 \\ H_1: \mu_1 > 0 \end{cases}, \begin{cases} H_0: \beta \leq 0 \\ H_1: \beta > 0 \end{cases} \quad e \quad \begin{cases} H_0: \gamma \leq 0 \\ H_1: \gamma > 0 \end{cases}.$$

As probabilidades *a posteriori* de que $P(\theta \, \epsilon \, \Theta_0|\mathbf{x}) = P(H_0 \, é \, verdadeira|\mathbf{x})$ e de que $P(\theta \, \epsilon \, \Theta_1|\mathbf{x}) = P(H_1 \, é \, verdadeira|\mathbf{x})$ podem ser calculadas por:

$$P(H_1|\mathbf{x}) = \frac{P(H_1|\mathbf{x})P(H_1)}{P(H_1|\mathbf{x})P(H_1) + P(H_0|\mathbf{x})P(H_0)}. \quad (5)$$

Portanto, a distribuição *a posteriori* pode ser utilizada para calcular as probabilidades de que H_0 e H_1 sejam verdadeiras. Como as probabilidades do modelo *a posteriori* são sensíveis às probabilidades *a priori* de ambas as hipóteses, $P(H_0)$ e $P(H_1)$, é de prática comum quantificar a evidência pela razão das probabilidades marginais, também conhecida como fator de Bayes (BF_{10}) (JEFFREYS, 1961).

$$BF_{10} = \frac{P(H_1|\mathbf{x})}{P(H_0|\mathbf{x})}. \quad (6)$$

Os parâmetros testados foram considerados significativos quando o fator de Bayes (BF_{10}), Equação 6, for maior do que 3 (Evidência substancial para H_1) (JEFFREYS, 1961; KASS e RAFTERY, 1995).

ISSN: 2237-8642 (Eletrônica)

SELEÇÃO DE MODELO

Para a escolha da melhor distribuição (modelo) foi analisado o critério de informação do desvio (DIC, do inglês *Deviance Information Criterion*). O critério funciona bem para modelos não hierárquicos, modelos lineares generalizados e modelos lineares (KÉRY, 2010).

O critério DIC, desenvolvido por Spiegelhalter *et al.* (2002), é dado por:

$$\mathrm{DIC} = D(\theta) + 2pD. \tag{7}$$

Os autores sugerem utilizar a forma mais resumida o seguinte critério, como módulo da diferença entre os valores de DIC de dois modelos analisados (Mod_1 e Mod_2):

$$\Delta = |\mathrm{DIC}(Mod1) - \mathrm{DIC}(Mod2)| \tag{8}$$

- se $\Delta \geq 5$, conclui-se que o modelo de maior DIC é excluído,
- se $\Delta < 5$, conclui-se que a diferença entre os modelos não é substancial e a seleção foi realizada usando-se o EMP%. Em que Δ é a diferença de DIC entre 2 modelos.

Também, para a escolha do melhor modelo, foi analisado erro médio de predição dos níveis de retorno estimado. O nível de retorno ($\hat{x}_p$), associado ao tempo de retorno T_r é estimado a partir da solução da equação:

$$\hat{x}_p = \hat{\mu}(t) - \frac{\hat{\sigma}}{\hat{\xi}}\{1 - [-\ln(1-p)]^{-\hat{\xi}}\}, \tag{9}$$

em que *p* representa a probabilidade de excedência, expressada por $p = \frac{1}{T_r}$.

O erro médio de predição (EMP%) foi calculado pela seguinte equação:

$$\mathrm{EMP\%} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left|\frac{x_o - \hat{x}_p}{x_o}\right| * 100 \tag{10}$$

em que, x_o é a temperatura máxima observada, e $\hat{x}_p$ temperatura máxima prevista para o tempo de retorno dado T_r e *n* é a quantidade de previsões realizadas.

Para os modelos nos quais os parâmetros relacionados ao efeito de tendência foram significativos, conforme fator de Bayes, (Equação 6), o melhor modelo foi selecionado seguindo o seguinte critério: foi analisado o critério de informação do desvio (DIC), e se Δ≥5, (Equação 8), o modelo de maior DIC foi excluído, caso contrário, selecionou-se o modelo de menor erro médio de predição (EMP%).

Após selecionada a melhor distribuição para cada mês, com as observações de janeiro de 1975 a dezembro de 1997 (23 observações), o próximo passo consistiu usar a série completa de dados de janeiro de 1975 a dezembro de 2017, com a distribuição selecionada, para estimar a TMM esperada para os tempos de retorno de 2, 3, 5, 10, 15, 20, 50 e 100 anos.

ISSN: 2237-8642 (Eletrônica)

RESULTADOS E DISCUSSÃO

A representação gráfica da distribuição dos dados para cada mês de temperatura máxima mensal, compreendendo o período de 1975 a 2017 são descritos na Figura 1.

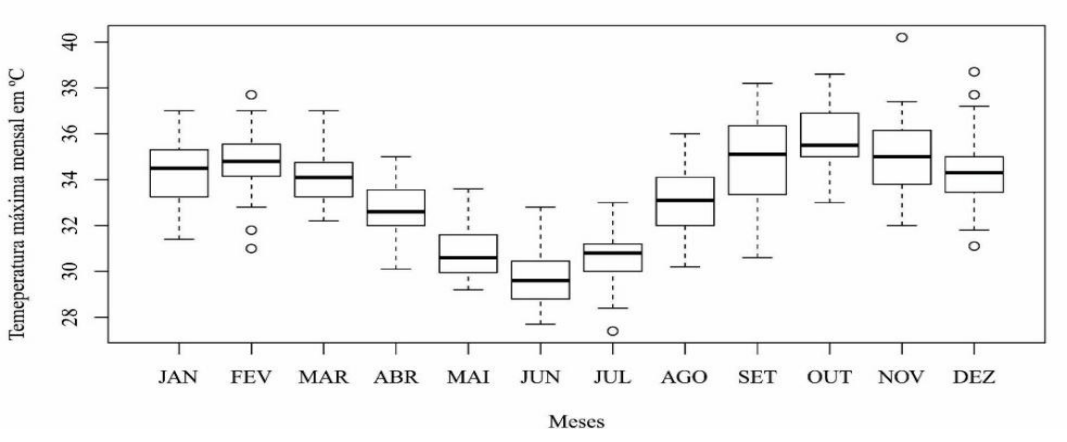

Figura 1 - Boxplot da temperatura máxima mensal de Piracicaba-SP, no período de 1975 a 2017.

A partir da Figura 1, observa-se que os três primeiros meses (janeiro, fevereiro e março) e os quatro últimos meses (setembro, outubro, novembro e dezembro) apresentam a maior temperatura, estes resultados estão de acordo com os resultados encontrados por Bitencourt *et al.* (2016), cujo estudo buscou apresentar as características de frequência, duração, abrangência espacial e intensidade das ondas de calor, dessa forma, a identificação das ondas de calor foi realizada separadamente para três áreas no Brasil. Estes resultados também foram encontrados por Kogima e Ely (2019), cujo estudo objetivou produzir uma análise da variabilidade das temperaturas máximas anuais no estado do Paraná, no período de 1976 a 2015, para identificar a ocorrência de períodos de extremos de calor. Neste estudo, o índice Primavera - Verão (P-V) permitiram detectar somente os eventos mais extremos e, no Paraná, foi verificado que estes ocorrem com maior frequência nos meses de novembro, dezembro, janeiro e fevereiro.

A Tabela 3 apresenta os resultados dos testes estatísticos, *Mann-Kendall* (M-K) para detectar tendências, teste de *Ljung-Box* (L-B) para independência e o teste de *Pettitt* para detectar pontos de mudança.

Tabela 3 - Resultados dos testes de independência, tendência e pontos de mudança nos dados de temperatura máxima de Piracicaba-SP, períodos janeiro 1975 a dezembro 1997, e janeiro 1975 a dezembro 2017 que é a série completa.

	Período 1975 a 1997				Período 1975 a 2017			
Mês	L-B	M-K	Pettitt		L-B	M-K	Pettitt	
	valor-p	valor-p	valor-p	K(ano)	valor-p	valor-p	valor-p	K (ano)
Jan.	0,910	0,223	0,150	9(1983)	0,754	0,064	0,148	9(1983)
Fev.	0,178	0,633	1,000	10(1984)	0,112	0,091	0,062	28(2002)
Mar.	0,360	1,000	1,000	9(1983)	0,738	0,118	0,144	26(2000)
Abr.	0,396	0,072	0,031	8(1982)	0,431	0,007	0,049	8(1982)
Mai.	0,359	0,169	0,504	8(1982)	0,611	0,201	0,398	25(1999)
Jun.	0,806	0,011	0,031	9(1983)	0,985	0,041	0,183	9 (1983)
Jul.	0,556	0,652	0,479	17(1991)	0,333	0,046	0,102	17(1991)
Ago.	0,802	0,118	0,365	18(1992)	0,659	0,088	0,152	18(1992)
Set.	0,637	0,131	0,345	10(1984)	0,427	0,004	0,032	19(1993)
Out.	0,659	0,275	0,161	9(1983)	0,138	0,001	0,016	24(1998)
Nov.	0,084	0,017	0,007	9(1983)	0,111	0,362	0,055	9(1983)
Dez.	0,743	0,011	0,019	10(1984)	0,002	0,0005	0,014	14(1988)

Nota: K-provável ponto de mudança

Pelos resultados dos testes para independência (Tabela 3) tem-se que apenas a série de temperatura máxima de dezembro (período, 1975 - 2017) foi a que apresentou dependência nas observações. De acordo com a análise de Palácios *et al.* (2004), acerca da complexidade das condições ambientais, isso pode acontecer porque algumas variáveis hidrológicas podem carregar em suas séries históricas dependência nas observações mensais, amostradas de um ano para outro.

Ainda na Tabela 3, seguiu-se com a verificação de tendência com o teste de *Mann-Kendall*, e pode-se observar que as séries mensais de janeiro, fevereiro, março, maio, agosto e novembro foram as séries que não apresentaram tendência ($valor - p > 0{,}05$). Posteriormente, mesmo não sendo significativas a 5%, foi também avaliada a presença da tendência pelo uso da modelagem, através da significância do parâmetro associado a tendência. O teste de *Mann-Kendall* não impossibilitou ou impediu em nada a modelagem, porém indicou possíveis tendências. A partir do teste de *Pettitt*, avaliou-se um provável ponto de mudança (K). Quando o $valor - p$ é menor que o nível de significância ao 5% pode-se dizer que provavelmente existe um ponto de mudança na série em K. Até o ponto de mudança o valor de μ é constante e só a partir deste é observada a mudança de nível ou tendência crescente, sendo incorporada essa informação na modelagem.

Depois dos testes preliminares, foram avaliados os resultados, através da significância do fator de Bayes, que foi realizado para testar a significância

ISSN: 2237-8642 (Eletrônica)

do parâmetro μ_1 da distribuição GEV_{NEL}, e os demais parâmetros β e γ da distribuição GEV_{NENL} estão apresentados na Tabela 4.

Tabela 4 - Fator de evidência para os parâmetros μ_1, β e γ dos modelos.

Mês	GEV_{NEL}		GEV_{NENL}			
	μ_1		β		γ	
	NI	I	NI	I	NI	I
Jan.	5,7	60,81	28,87	158,74	17,19	28,97
Fev.	1,27^{ns}	1,18^{ns}	0,37^{ns}	0,13^{ns}	5,48	5,01
Mar.	1,06^{ns}	1,50^{ns}	1,72^{ns}	1,22^{ns}	4,46	0,88^{ns}
Abr.	1,06^{ns}	70,29	11537,46	930,68	9,02	85,51
Mai.	5,77	12,01	28,7	51,56	18,29	25,47
Jun.	93,1	30,74	105,76	254,97	11,07	29,88
Jul.	1,10^{ns}	2,91^{ns}	1,69^{ns}	12,67	2,41^{ns}	13,39
Ago.	3,84	0,39^{ns}	0,42^{ns}	9,27	10,61	3,32
Set.	25,06	5,58	19,53	77,17	8,44	19,01
Out.	24,56	165,29	13,07	30,73	2,46^{ns}	23,86
Nov.	106,29	72,24	1561,5	9374	39,57	25,54
Dez.	386,59	548,45	314,79	49999	8,2	33,84

Nota: ns - não significativo, NI - não informativa, I – informativa.

A partir da Tabela 4, observa-se que os parâmetros testados foram significativos na maioria das séries mensais, e não significativos (*ns*) para outras séries mensais, em que BF_{10} foi maior do que 3 (Evidência substancial para H_1), porém os que foram significativos automaticamente são pré-selecionados como modelo candidata para ser selecionados como melhor modelo para cada mês e estão apresentados na Tabela 5. Foi analisado DIC e o EMP dos níveis de retorno. A seleção do melhor modelo para cada mês foi adaptado de Spiegelhalter *et al*. (2002).

ISSN: 2237-8642 (Eletrônica)

Tabela 5 - Critério de informação do desvio (DIC) e Erro médio de predição (EMP) dos modelos lineares e não lineares, com *priori* informativa e não-informativa para os dados de temperatura máxima em Piracicaba-SP, período 1975 a 1997.

MÊS	*PRIORI*	GEV_E		GEV_{NEL}		GEV_{NENL}	
		EMP	DIC	EMP	DIC	EMP	DIC
Jan.	NI	0,82	89,52	4,15	89,71	2,11	87,45
Fev.	NI	2,58	76,46	*	*	*	*
Mar.	NI	0,76	74,06	*	*	*	*
Abr.	I	3,00	69,52	1,18	66,29	1,80	61,81
Mai.	NI	1,75	66,99	1,05	67,63	1,84	65,63
Jun.	NI	4,28	62,08	1,15	57,19	4,14	56,48
Jul.	I	3,15	72,31	*	*	2,31	73,52
Ago.	NI	1,18	84,13	3,18	84,72	*	*
Set.	I	0,81	98,77	2,53	98,37	1,73	96,89
Out.	NI	3,23	83,43	1,94	81,02	*	*
Nov.	I	3,29	94,53	7,32	89,87	5,26	86,34
Dez.	NI	3,69	80,65	4,65	72,75	1,04	69,33

Nota: * - não se aplica porque os parâmetros testados não foram significativos (Tabela 4), NI - não informativa, I – informativa.

A distribuição GEV_E ajustou-se melhor para descreve o parâmetro de posição da distribuição GEV, em que $\mu(t) = \mu$, isto é, tem-se que o parâmetro de posição mantém-se constante no tempo nos meses: janeiro, fevereiro, março e agosto com *priori* não-informativa, e com *priori* informativa para o mês de setembro. A distribuição $\mathrm{GEV_{NEL}}$ ajustou-se melhor para descrever ao parâmetro de posição da distribuição GEV, em que $\mu(t) = \mu_0 + \mu_1 t$, tem-se que o parâmetro de posição apresenta um aumento considerável no tempo de TMM, nos meses: abril com *priori* informativa, maio, junho e outubro com *priori* não-informativa. Por último, a distribuição GEV_{NENL} foi o modelo apropriado para descrever ao parâmetro de posição da distribuição GEV, em que $\mu(t) = \mu_0 - \beta e^{-\gamma t}$, tem-se que o parâmetro de posição apresenta um aumento exponencial assintótico no tempo de TMM, nos meses de julho e novembro com *priori* informativa e no mês de dezembro com *priori* não-informativa.

Na série de dados de temperatura máxima do mês de setembro o (*valor* − *p*) do teste de *Mann-Kendall* (MK) foi 0,004, que foi significativo a 5%, porém rejeitou-se a hipóteses nula (H_0) de estacionariedade, Na Tabela 5 observou-se que a distribuição que descreve é $\mathrm{GEV_E}$, então a série de dados de temperatura máxima no mês de setembro não apresenta tendência, neste caso se está diante de um possível erro tipo I (BAYAZIT, 2015).

ISSN: 2237-8642 (Eletrônica)

Conforme indicaram Sagarika *et al.* (2014), uma mudança repentina em uma série temporal pode às vezes ser confundida com uma tendência, embora não haja tendência antes ou depois do ponto de mudança.

Por outro lado, Yue *et al*. (2002), mostraram que à medida que o tamanho da amostra aumenta, o poder do teste aumenta, levando a uma maior capacidade de discernir a existência de tendência. Os autores também indicaram que, à medida que a quantidade de variação dentro de uma série temporal aumenta, o poder do teste diminui, implicando que é mais difícil detectar a existência de tendência.

Os resultados das estimativas (média a *posteriori*) e seus intervalos de densidade *posterior* mais alta ($HPD_{95\%}$) do inglês (*Highest Posterior Density*) dos parâmetros da distribuição GEV para as três distribuições, considerando *prioris* informativas e não informativas estão apresentadas na Tabela 6.

Tabela 6 - Estimativas dos parâmetros dos modelos que foram selecionados com seus respetivos intervalos $HPD_{95\%}$, e critérios de convergência, para cidade de Piracicaba-SP.

Mês	Par.	Est.	HPD (95%)		Critérios de convergência		
			LI	LS	RL	|ZG|	HW
GEV_E							
Jan.**	μ_0	33,976	33,45	34,48	1,060	0,020	0,478
	σ	1,537	1,149	1,978	1,020	0,603	0,608
	ξ	-0,343	-0,627	-0,051	0,998	0,359	0,878
Fev.**	μ_0	34,288	33,81	34,800	1,030	0,428	0,391
	σ	1,521	1,187	1,902	1,010	0,366	0,992
	ξ	-0,319	-0,500	-0,137	1,000	1,626	0,343
Mar.**	μ_0	33,648	33,28	33,98	1,050	1,033	0,262
	σ	1,051	0,799	1,322	1,000	1,612	0,675
	ξ	-0,10	-0,320	0,143	0,997	0,778	0,425
Ago.**	μ_0	32,488	32,000	32,970	1,080	0,830	0,088
	σ	1,474	1,125	1,849	1,010	1,881	0,207
	ξ	-0,292	-0,502	-0,067	1,000	0,262	0,681
Set.*	μ_0	34,105	33,60	34,57	1,020	0,774	0,153
	σ	1,958	1,633	2,283	1,010	0,739	0,221
	ξ	-0,361	-0,509	-0,209	0,999	0,609	0,466
GEV_{NEL}							
Abr.*	μ_0	31,669	31,370	31,960	1,110	0,320	0,331
	μ_1	0,041	0,021	0,060	1,000	0,493	0,853
	σ	0,915	0,778	1,059	0,997	0,477	0,990
	ξ	-0,193	-0,391	0,009	0,997	1,784	0,468

ISSN: 2237-8642 (Eletrônica)

Mai.**	μ_0	30,221	29,830	30,580	1,020	1,340	0,405
	μ_1	0,017	-0,033	0,064	1,010	1,305	0,315
	σ	0,955	0,692	1,240	1,000	0,196	0,614
	ξ	-0,016	-0,329	0,319	0,997	1,015	0,214
Jun.**	μ_0	29,009	28,44	29,520	1,010	0,678	0,623
	μ_1	0,017	-0,017	0,053	1,000	0,584	0,657
	σ	1,078	0,800	1,376	1,000	0,755	0,555
	ξ	-0,118	-0,381	0,170	1,000	0,597	0,479
Out.**	μ_0	34,652	33,990	35,260	1,030	0,198	0,293
	μ_1	0,114	0,038	0,191	0,999	0,177	0,136
	σ	1,581	1,205	2,001	1,010	0,911	0,090
	ξ	-0,356	-0,576	-0,126	1,010	0,546	0,548
GEV_{NENL}							
Jul.*	μ_0	30,602	30,170	31,040	1,000	0,860	0,801
	σ	1,029	0,849	1,214	0,998	1,263	0,988
	ξ	-0,287	-0,446	-0,116	1,010	0,343	0,972
	β	0,937	0,331	1,552	1,010	0,872	0,427
	γ	0,583	0,126	0,999	1,000	1,087	0,225
Nov.*	μ_0	34,784	34,24	35,26	1,08	0,065	0,631
	σ	1,322	1,062	1,598	1,010	1,130	0,235
	ξ	-0,043	-0,200	0,137	0,997	1,633	0,213
	β	1,514	0,513	2,565	0,997	0,025	0,921
	γ	0,699	0,265	1,000	0,999	0,105	0,940
Dez.**	μ_0	34,857	33,700	35,400	1,040	0,611	0,747
	σ	1,301	0,992	1,649	1,000	0,620	0,086
	ξ	-0,109	-0,317	0,111	1,010	0,527	0,164
	β	1,652	0,671	2,811	0,993	1,605	0,19
	γ	0,576	0,071	0,999	1,010	1,508	0,067

Nota: ** - *Priori* não informativa, * - *Priori* informativa, Est.- Estimativas, Par.- parâmetros, Critérios de convergência: RL-Fator de Raftery e Lewis, |ZG| módulo do valor de Geweke, HW-Heidelberger e Welch; LI - limite inferior e LS - limite superior de HPD95%.

As distribuições foram ajustadas usando a série completa, os parâmetros estimados e apresentados na Tabela 6 com resultados satisfatórios nos testes de convergência, assim verificado para todos os parâmetros $(\mu_0, \mu_1, \sigma, \xi, \beta \ e \ \gamma)$. Analisando-se o fator de dependência do critério de Raftery e Lewis (RL) estão próximos de 1 indicando independência entre as iterações e provável convergência. Pelo critério de Geweke, tem-se que $|ZG| < 1{,}96$ indicando que

ISSN: 2237-8642 (Eletrônica)

não há indícios de ausência de convergência. Pelo critério de Heidelberger e Welch (HW), foi constatado que as cadeias foram estacionárias (*valor−p*>0,05). A distribuição GEV_E ajustou-se melhor às temperaturas máximas nos meses janeiro, fevereiro, março, agosto e setembro, e condiz com os resultados apresentados na Tabela 3 do teste de *Mann-Kendall* que caracteriza ausência de tendência. Os gráficos do comportamento do parâmetro de posição e dos níveis de retorno de 2, 3, 5, 10, 15, 20, 50 e 100 anos são apresentados nas Figuras 2 e 3.

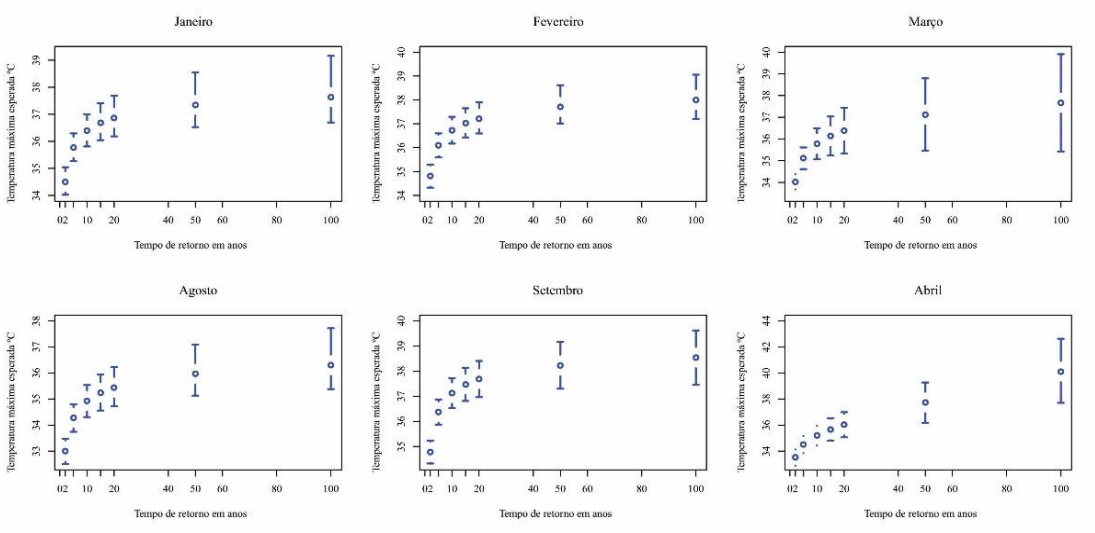

Figura 2 - Temperaturas máximas esperadas (°C) para Piracicaba-SP, obtidas via distribuição $\mathrm{GEV_E}$, para os meses de janeiro, fevereiro, março, agosto, e setembro; e abril, via distribuição $\mathrm{GEV_{NEL}}$, para os tempos de retorno de 2, 3, 5, 10, 15, 20, 50 e 100 anos, com seus respetivos intervalos $\mathrm{HPD_{(95\%)}}$.

Para o mês de janeiro, por exemplo, se considerar um tempo médio de retorno de 2 anos, espera-se que ocorra uma temperatura igual ou superior a 34,51 °C, e se considerar um tempo médio de retorno de 10 anos, espera-se que ocorra pelo menos uma temperatura igual ou superior a 36,39 °C, assim se considerar um tempo médio de retorno 100 anos, espera-se que ocorra pelo menos uma temperatura igual ou superior a 37,64 °C.

Ainda da Figura 2 para o mês de abril e da Figura 3 para os meses maio, junho e outubro, o melhor modelo que descreve a temperatura máxima é a distribuição GEV_{NEL}, se considerar um tempo médio retorno 100 anos, espera-se que ocorra pelo menos uma temperatura igual ou superior a 40,10 °C.

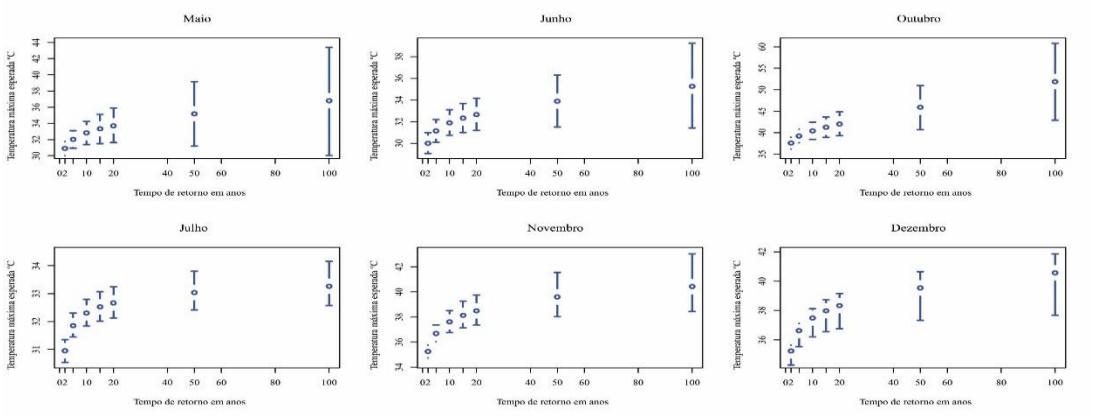

Figura 3 - Temperaturas máximas esperadas (°C) para Piracicaba-SP, obtidas via distribuição $\mathrm{GEV_{NEL}}$ para os meses maio, junho e outubro, e via distribuição $\mathrm{GEV_{NENL}}$ para os meses julho, novembro e dezembro, para os tempos de retorno de 2,3, 5, 10, 15, 20, 50 e 100 anos, com seus respetivos intervalos $\mathrm{HPD_{(95\%)}}$.

Ao se analisar as Figuras 2 e 3, observa-se que a maioria dos meses que apresentaram tendência pertencem às estações de outono e primavera. Este resultado corrobora com o observado por Wanderley *et al.* (2019), que ao qualificarem as mudanças ocorridas na temperatura do ar (máxima e mínima) na cidade do Rio de Janeiro e suas anomalias durante um evento de El Niño intenso, observaram que o aumento na temperatura do ar em resposta a este evento é maior para a temperatura máxima, porém, os autores verificaram que o aumento não ocorre para todos os meses e que a temperatura máxima teve um aumento anômalo nos meses que compõem as estações de outono e primavera.

Outros resultados mostrando o aumento da temperatura máxima encontra-se no trabalho de Fante e Neto (2017), em que as máximas foram predominantes. Nesta década (1991 – 2011), os desvios não ultrapassaram a marca de 0,9 °C, verificado em Catanduva, e 0,5 °C em Sorocaba, os mesmos autores mostraram que houve o incremento médio de 0,2 °C em temperaturas máximas de Piracicaba. Portanto, o fato de que a maioria dos meses do ano apresentarem tendências (lineares ou não-lineares) e que no estado de São Paulo, os resultados das análises das médias deca-anuais mostraram que durante a década de 1960 as temperaturas consequentemente indicam o aumento anual de temperatura máxima em Piracicaba-SP. O aumento de temperatura é consequente à concentração de gases de efeito estufa (GEE) na atmosfera tem aumentado, o que levou a intensificação do efeito estufa e consequentemente vem causando o aquecimento global. O aumento dos gases de efeito estufa que estão previstos para impulsionar as mudanças climáticas (HANSEN *et al*., 2006, 2010).

Os resultados mostrando aumento da temperatura também foi observado por Dos Santos Lemos *et al.* (2018), em estudo realizado com dados meteorológicos observados de temperaturas máximas anuais para os municípios de Lambari e Lavras (MG), no período de 1976 a 2006. Os resultados indicaram tendência de aumento da temperatura máxima ao longo do tempo, um aumento de 0,087 °C no município de Lambari e 0,0513 °C em

ISSN: 2237-8642 (Eletrônica)

Lavras. Essas duas cidades estão próximas a Piracicaba - SP, portanto os fatores de escala mensal parecem sobrepor-se a possíveis fatores de escala anual, como principais forçantes radioativas no aumento máximo dos valores dessa variável meteorológica em Piracicaba.

Os resultados encontrados neste estudo concordam com estudo de Berlato e Cordeiro (2018), que os novos modelos do Painel Intergovernamental sobre Mudanças Climáticas (IPCC do inglês *Intergovernmental Panel on Climate Change*) projetam aumento da temperatura global de menos de 2°C, para o cenário otimista (baixas emissões de Gases de Efeito Estufa), até 4,8°C para o cenário pessimista (altas emissões de GEE), até 2081-2100, em relação a 1986-2005, e ressaltam que as projeções para o século XXI, são de continuação do aumento da temperatura global e consequentemente aumento de temperaturas máximas.

Sabe-se que os modelos lineares são bastante utilizados para um grande número de aplicações em análise de dados, com o objetivo de relacionar uma variável resposta a uma ou mais variáveis explicativas. Então, em algumas situações os modelos não-lineares podem ser mais apropriados, uma vez que uma diversidade de fenômenos tem comportamento não-linear, como temos evidência do aumento da temperatura assinalado nos trabalhos de Hansen *et al.* (1988), Hansen *et al.* (2006) e Hansen *et al.* (2010). Assim, justifica-se o estudo do comportamento de crescimento da temperatura máxima com o uso de uma função não linear assintótica, denominada exponencial com três parâmetros.

CONCLUSÕES

A aplicação do método Bayesiano considerando *priori* não informativa e informativa permitiu concluir que as distribuições GEV estacionária e não estacionária podem ser utilizadas para se obter estimativas de temperatura máxima na cidade de Piracicaba-SP. A consideração da tendência de maneira não linear passa a ter importante impacto nas previsões.

Os resultados encontrados permitem concluir que as funções lineares e não-lineares avaliadas foram adequadas para incorporar a tendência no parâmetro de posição da distribuição GEV, com resultados satisfatórios nas previsões dos valores de temperatura máxima mensal esperada em diferentes tempos de retorno.

A distribuição GEV_E com *priori* não informativa foi melhor ajustado para os meses de janeiro, fevereiro, março e agosto, e com *priori* informativo, setembro. Nos meses de maio, junho e outubro foram ajustados com a distribuição GEV_{NEL} com *priori*, não informativa; e o modelo com informações nas *prioris* melhor se ajustou ao mês de abril. A distribuição GEV_{NENL} com *priori* não informativa foi melhor ajustado na série no mês de dezembro, e com *priori* informativa nos meses de julho e novembro.

Por meio desta análise, compreende-se a evolução das séries de dados meteorológicos (temperatura máxima mensal) ao longo do tempo, identificando se esta variável apresenta tendência significativa. Assim, julga-se que estudos desse tipo podem contribuir para uma reflexão a respeito dos impactos ambientais em diversos setores da sociedade.

AGRADECIMENTOS

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ANDRE, R. G. B., GARCIA, A. Alguns aspectos climáticos do município de Jaboticabal – SP. *Nucleus*, v. 12, n. 2, p. 263-269, 2015. Disponível em:

doi:https://doi.org/10.3738/1982.2278.1543

BAYAZIT, M. Nonstationarity of hydrological records and recent trends in trend analysis: A state-of-the-art review. *Environmental Processes*, v. *2, n.* 3, p. 527–542, 2015. Disponível em: *https://doi.org/10.1007/s40710-015-0081-7.*

BEIJO, L. A., AVELAR, F. G. Distribuição generalizada de valores extremos no estudo de dados climáticos: uma breve revisão e aplicação. *Revista da Estatística da UFOP, Ouro Preto*, v. *1*, n. 1, p. 10–16, 2011.

BERLATO, M. A., CORDEIRO, A. P. A. Sinais de mudanças climáticas globais e regionais, projeções para o século XXI e as tendências observadas no Rio Grande do Sul: uma revisão. *Agrometeoros*, v. 25, n*.* 2, 2018. Disponível em: http: //dx.doi.org/10.31062/agrom.v25i2.25884.

BITENCOURT, D. P., FUENTES, M. V., MAIA, P. A., AMORIM, F. T. Frequência, duração, abrangência espacial e intensidade das ondas de calor no brasil. *Revista Brasileira de Meteorologia*, v. *31,* n. 4, p. 506–517, 2016. Disponível em: https://doi.org/10.1590/0102-778631231420150077.

BRACKEN, C., HOLMAN, K., RAJAGOPALAN, B., MORADKHANI, H. A Bayesian hierarchical approach to multivariate nonstationary hydrologic frequency analysis. *Water Resources Research*, v. *54, n.* 1, p. 243–255, 2018. Disponível em: https://doi. org/10.1002/2017WR020403.

CARLO, M. C. M. stochastic simulation for Bayesian inference. *CRC Texts in Statistical Science Series*. 2006.

CARVALHO, D. T., BEIJO, L. A., MUNIZ, J. A. Uma abordagem Bayesiana para modelar a isoterma de Langmuir. *Revista Brasileira de Biometria*, v. 35, n. 2, p.376–401, 2017.

CLARKE, R. T. How should trends in hydrological extremes be estimated?, *Water Resour. Res*., v. 49, p. 6756– 6764, 2013 doi:10.1002/wrcr.20485.

COLES, S. *An introduction to statistical modeling of extreme values*. Berlin: Springer. 2001. Disponível em: https://link. springer.com/content/pdf/10.1007/978-1-4471-3675-0.pdf.

COLES, S. G., POWELL, E. A. Bayesian methods in extreme value modelling: a review and new developments. *International Statistical Review/Revue Internationale de Statistique*, p. 119–136, 1996. Disponível em: https://www.jstor.org/stable/1403426?seq=1#metadata_info_tab_contents.

DE PAOLA, F., GIUGNI, M., PUGLIESE, F., ANNIS, A., NARDI, F. GEV parameter estimation and stationary vs. non-stationary analysis of extreme rainfall in African test cities. *Hydrology*, v. *5, n.*2, p. 28, 2018. Disponível em: https://doi.org/ 10.3390/hydrology5020028.

DOS SANTOS LEMOS, B. C., DA SILVA, L. P., MIRANDA, W. L., DE ABREU, L. G. Análise de tendência de mudanças climáticas para a região Sul do estado de Minas Gerais no período de 1976 a 2006. *Revista Agrogeoambiental*, v. 10, n. 3, 2018. Disponível em: http://dx.doi.org/10.18406/2316-1817v10n320181163.

ESALQ/USP. Escola superior de agricultura "Luiz de Queiroz", Universidade de São Paulo. *Base de Dados Meteorológicos*. 2019. Disponível em: http://www.esalq.usp.br/departamentos/leb/descar.html.

FANTE, K. P., NETO, J. L. S. Mudanças nos padrões da temperatura do estado de São Paulo/Brasil nos últimos 50 anos. *Revista do Departamento de Geografia*, v. 33, p. 12–23, 2017. Disponível em: https://doi.org/10.11606/rdg.v33i0.125767.

FERREIRA, R. V. D. C., LISKA, G. R. Análise probabilística da temperatura máxima em Uruguaiana, RS. *Revista Brasileira de Agricultura Irrigada-RBAI*, v. 13, n.3, 2019. Disponível em: http://dx.doi.org/10.7127/RBAI.V13N301007.

GAMERMAN, D. *Simulação estocástica via cadeias de Markov*. ABE. 1996.

GONZÁLEZ GANZÁBAL, A., *et al*. Statistics of non-stationary extreme values, 2019. Disponível em: http://hdl.handle. net/10902/17851.

HAMDI, Y., DULUC, C. M., REBOUR, V. Temperature extremes: Estimation of non-stationary return levels and associated uncertainties. *Atmosphere*, v. 9, n.4, p. 129, 2018. Disponível em: https://doi.org/10.3390/atmos9040129.

HANSEN, J., FUNG, I., LACIS, A., RIND, D., LEBEDEFF, S., RUEDY, R., RUSSELL, G., STONE, P. Global climate changes as forecast by goddard institute for space studies three-dimensional model. *Journal of Geophysical Research: Atmospheres*, v. 93, n. D8, p. 9341–9364, 1988. Disponível em: https://doi.org/10.1029/JD093iD08p09341.

HANSEN, J., RUEDY, R., SATO, M., LO, K. Global surface temperature change. *Reviews of Geophysics*, v. 48, n.4, 2010. Disponível em: https://doi.org/10.1029/2010RG000345.

HANSEN, J., SATO, M., RUEDY, R., LO, K., LEA, D. W., MEDINA-ELIZADE, M. Global temperature change. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, v. 103, n. 39, p. 14288–14293, 2006. Disponível em: https://www.pnas.org/content/103/39/14288, https://www.pnas.org/content/103/39/14288.full.pdf.

HOSKING, J. R. M., WALLIS, J. R., WOOD, E. F. Estimation of the generalized extreme-value distribution by the method of probability-weighted moments. *Technometrics*, v. 27, n. 3, p. 251–261, 1985. Disponível em: https://doi.org/10.1080/00401706.1985.10488049.

JAISWAL, R., LOHANI, A., TIWARI, H. Statistical analysis for change detection and trend assessment in climatological parameters. *Environmental Processes*, v. 2, n. 4, p. 729–749, 2015. Disponível em: https://doi.org/10.1007/ s40710-015-0105-3.

JEFFREYS, H. *Theory of Probability*, 3rd edn. Oxford University, Oxford, 1961.

KASS, R. E., RAFTERY, A. E. Bayes factors. *Journal of the American Statistical Association*, n. 90, n. 430, p. 773–795, 1995. Disponível em: https://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/01621459.1995.10476572, https: //www.tandfonline.com/doi/pdf/10.1080/01621459.1995.10476572.

KENDALL, M. Rank correlation measures. *Charles Griffin*, London, ed. 15, 1975. 202 p.

KÉRY, M. *Introduction to WinBUGS for ecologists: Bayesian approach to regression, ANOVA, mixed models and related analyses*. Academic Press. 2010.

KOGIMA, K. C., ELY, D. F. Índices térmicos para a identificação de ondas de calor aplicados ao estado do Paraná, Brasil. *Geo UERJ*, n. 34, 2019. Disponível em: https://doi.org/10.12957/geouerj.2019.40947.

KÖPPEN, W., GEIGER, R. Klimate der erde. gotha: Verlag justus perthes. *Wall-map 150cmx200cm*. 1928.

LISKA, G. R., BORTOLINI, J., SÁFADI, T., BEIJO, L. A. Estimativas de velocidade máxima de vento em Piracicaba-SP via séries temporais e teoria de valores extremos. *Revista Brasileira de Biometria*, v. 2, p. 295–309, 2013. Disponível em: http: //jaguar.fcav.unesp.br/RME/fasciculos/v31/v31_n2/A8_GilbertoLiska.pdf.

LJUNG, G. M., BOX, G. E. On a measure of lack of fit in time series models. *Biometrika*, v. 65, n. 2, p. 297–303, 1978. Disponível em: https://doi.org/10.1093/biomet/65.2.297.

MANN, H. Non-parametric tests against trend. *Econometrica: Journal of the Econometric Society,* v. 13, 246 p., 1945.

MARTINS, T. B., ALMEIDA, G. C., AVELAR, F. G., BEIJO, L. A. Predição da precipitação máxima no município de Silvianópolis-MG: Abordagens clássica e bayesiana. *IRRIGA*, v. 23, n. 3, p. 467–479, 2018. Disponível em: https://doi.org/10.15809/irriga.2018v23n3p467-479.

NOGUEIRA, D., SÁFADI, T., FERREIRA, D. Avaliação de critérios de convergência para o método de monte Carlo via cadeias de Markov. *Revista Brasileira de Estatística*, v. 65, n. 224, 2004.

PALÁCIOS, M., CÂMARA, V. D. M., JESUS, I. M. D. Considerações sobre a epidemiologia no campo de práticas de saúde ambiental. *Epidemiologia e Serviços de Saúde*, v. 13, n. 2, p. 103–113, 2004. Disponível em: http://dx.doi.org/10.5123/ S1679-49742004000200004.

PAULINO, C. D., TURKMAN, M., AMARAL, A., BENTO., M. Estatística bayesiana. *Fundação Calouste Gulbenkian*, 2003.

PLUMMER, M., BEST, N., COWLES, K., VINES, K. Coda: convergence diagnosis and output analysis for MCMC. *R News*, v. 6, n. 1, p. 7–11. 2006. Disponível em: http://oro.open.ac.uk/id/eprint/22547.

PUZA, B. *Bayesian Methods for Statistical Analysis*. ANU Press. 2015.

R CORE TEAM. R: a language and environment for statistical computing. R Foundation for Statistical Computing, Austria. *www R-project org*. 2017. Disponível em: https://cran.r-project.org.

RAFTERY, A. E., LEWIS, S. M. [practical Markov chain Monte Carlo]: comment: one long run with diagnostics: implementation strategies for Markov chain monte Carlo. *Statistical science*, v. 7, n. 4, p. 493–497, 1992. Disponível em: www.jstor. org/stable/2246100.

RĂILEANU, V. Analiza temperaturilor maxime și minime anuale în Chișinău. In *Starea actuală a componentelor de mediu.* p. 171-177, 2019. Disponível em: https://ibn.idsi.md/ro/vizualizare_articol/93107.

ROLIM, G. S., CAMARGO, M. B. P., LANIA, D. G., MORAES, J. F. L. Classificação climática de Köppen e de Thornthwaite e sua aplicabilidade na determinação de zonas agroclimáticas para o estado de São Paulo. *Bragantia*, v.66, n.4, p.711-720, 2007. Disponível em: https://doi.org/10.1590/S0006-87052007000400022.

ROSSI, R. M. Introdução aos métodos bayesianos na análise de dados zootécnicos com uso do WINBUGS e R. *Eduem: Maringá,* 2011.

SAGARIKA, S., KALRA, A., AHMAD, S. Evaluating the effect of persistence on long-term trends and analyzing step changes in streamflows of the continental United States. *Journal of Hydrology*, v. 517, p. 36–53, 2014. Disponível em: https://pubag.nal.usda.gov/catalog/5397068.

SILVA, B. Y. C. Análise dos dados de precipitação, temperatura máxima e umidade relativa do ar no município do Rio de Janeiro-RJ via teoria dos valores extremos. 2019. Disponível em: http://estatistica.uff.br/wp-content/uploads/sites/33/2019/10/tcc_20191_BarbaraYohanaCesarSilva_112054020.pdf.

SMITH, R. L. Maximum likelihood estimation in a class of nonregular cases. *Biometrika*, v. 72, n. 1, p. 67–90, 1985. Disponível em: https://doi.org/10.1093/biomet/72.1.67.

SPIEGELHALTER, D. J., BEST, N. G., CARLIN, B. P., VAN DER LINDE, A. Bayesian measures of model complexity and fit. *Journal of the Royal Statistical Society: Series b (Statistical Methodology)*, v. 64, n. 4, p. 583–639, 2002. Disponível em: https://doi.org/10.1111/1467-9868.00353.

STURTZ, S.; LIGGES, U.; GELMAN, A. R2WinBUGS: A Package for Running

WinBUGS from R. *Journal of Statistical Software*, v.12, n.3, p.1-16, 2005.

Disponível em: https://cran.r project.org/web/packages/R2OpenBUGS/vignettes/R2OpenBUGS.pdf

THOMAS, A., O'HARA, R. B. Openbugs. 2004. Disponível em: http://www.openbugs.net/w/Downloads%3E.

UNESP. Universidade estadual paulista "Júlio de Mesquita Filho" - campus de Jaboticabal. *Estação Agroclimatológica*. 2019. Disponível em: http://jaguar.fcav.unesp.br/portal_agromet/int_conteudo_sem_img.php?conteudo=368.

VOLPE-FILIK, A., DA SILVA, L. F., LIMA, A. M. L. P. Avaliação da arborização de ruas do bairro são dimas na cidade de Piracicaba/SP através de parâmetros qualitativos. *Revista da Sociedade Brasileira de Arborização Urbana*, v. 2, n. 1, p. 34–43, 2019. Disponível em: https://revistas.ufpr.br/revsbau/article/view/66234/38111.

WANDERLEY, H. S., FERNANDES, R. C., DE CARVALHO, A. L. Aumento das temperaturas extremas na cidade do Rio de Janeiro e o desvio ocasionado durante um evento de el niño intenso. *Revista Brasileira de Geografia Física*, v. 12, n. 04, p. 1291–1301, 2019. Disponível em: https://doi.org/10.26848/rbgf.v12.4.p1291-1301.

WETZELS, R., WAGENMAKERS, E. J. A default bayesian hypothesis test for correlations and partial correlations. *Psychonomic Bulletin and Review*, v. 19, n. 6, p. 1057–1064, 2012. Disponível em: https://doi.org/10.3758/s13423-012-0295-x.

YUE, S., PILON, P., CAVADIAS, G. Power of the Mann–Kendall and spearman's rho tests for detecting monotonic trends in hydrological series. *Journal of Hydrology*, v. 259, n. 1-4, p. 254–271, 2002. Disponível em: https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0022169401005947

.