

## **DETERMINAÇÃO DE CURVA INTENSIDADE-DURAÇÃO-FREQUÊNCIA POR MEIO DO EMPREGO DO MÉTODO PARAMÉTRICO DE AJUSTAMENTO DE OBSERVAÇÕES**

BIELENKI JÚNIOR. Cláudio – claudio@ana.gov.br  
Engenheiro Cartógrafo, Agência Nacional de Águas / EESC USP

BARBASSA, Ademir Paceli – barbassa@ufscar.br  
Engenheiro Civil, Professor Associado, DECIV UFSCar

MIRANDA, Renato Bilia de – renato.miranda@usp.br  
Engenheiro Eletricista, EESC USP

MAUAD, Frederico Fábio – mauadffm@sc.usp.br  
Engenheiro Agrícola, Professor Associado, EESC USP

---

**RESUMO:** A precipitação é um parâmetro muito importante em estudos hidrológicos para a modelagem matemática e computacional para o dimensionamento das precipitações de projeto em obras de engenharia. Apesar desta importância, não são todas as regiões que dispõem de rede de monitoramento para registros pluviográficos e quando existente, em muitos casos, apresentam séries de dados inconsistentes. Para a caracterização de um evento pluviométrico é necessário conhecer a sua duração, intensidade e frequência (curva Intensidade-Duração-Frequência – IDF). Neste artigo foi proposto o estabelecimento da relação IDF, a partir da desagregação de dados diários de chuva, e ajustadas por meio do método paramétrico de ajustamento de observações, que é geralmente empregado em ajustes geodésicos, e se baseia no método dos mínimos quadrados. Os erros médios quadráticos entre os valores de intensidade ajustadas e observadas para o local de estudo foram relativamente baixos demonstrando a qualidade dos ajustamentos realizados. O método paramétrico de ajustamento se mostrou adequado para as simulações realizadas, além de facilitar a obtenção de parâmetros ajustados para as curvas IDF. Com base nos resultados obtidos, acredita-se também que esta metodologia pode ser empregada em outros locais.

**PALAVRAS CHAVES:** Intensidade, Duração, Frequência, Ajustamento Paramétrico

*DEVELOPING RAINFALL INTENSITY-DURATION-FREQUENCY RELATIONSHIP WITH PARAMETRIC ADJUSTMENT MODEL*

**ABSTRACT:** Precipitation is a very important parameter in hydrological studies for mathematics and computer modeling for the design of the project rainfall in engineering works. Despite this importance, there are many unaged regions without monitoring network and where it exists, in many cases, have inconsistent data sets. For the characterization of a rainfall event is necessary know its duration, intensity and frequency (intensity-duration-frequency curve - IDF). In this paper we proposed the establishment of the IDF relationship, from the breakdown of daily rainfall data, and adjusted by the parametric method of adjustment of observations, which is usually employed in surveying adjustment, and is based on the method of least squares. The mean squared error between the intensity values adjusted and observed for the local study were relatively low demonstrating the quality of the performed adjustments. The parametric adjustment method was suitable for simulations, in addition to facilitating the achievement of set parameters for the IDF curves. Based on the results obtained, it is also believed that this methodology can be used in other locations.

**KEY-WORDS:** Intensity, Duration, Frequency, Parametric Adjustment

---

## 1. INTRODUÇÃO

A precipitação é uma variável meteorológica extremamente importante, devido às consequências que o excesso de uma determinada precipitação pode ocasionar, principalmente, em eventos de chuvas intensas. A chuva intensa pode ser caracterizada como aquela que apresenta grande intensidade precipitada, durante pequeno intervalo de tempo, sendo que, frequentemente, estas causam consideráveis prejuízos materiais e humanos tanto no meio urbano quanto no meio rural onde essas chuvas comprometem a produtividade das culturas devido às perdas de solo.

Para a caracterização das precipitações faz-se necessário conhecer a sua duração, sua intensidade e sua frequência de ocorrência ou período de retorno ( $T_r$ ). Essa relação é comumente denominada de curvas Intensidade-Duração-Frequência de ocorrência (IDF).

O conhecimento desta relação em uma região é de fundamental importância para as decisões de como calcular obras de engenharia que dependam do dimensionamento das precipitações de projeto.

A ocorrência da precipitação é um processo aleatório que não permite uma previsão determinística, desta forma, o tratamento de dados de precipitação para a maior parte dos problemas hidrológicos é estatístico.

Para a determinação das curvas IDF são necessários registros históricos de pluviogramas, sua interpretação, cálculo das intensidades máximas de precipitação para cada duração estabelecida, a formação das séries representativas, bem como a análise de frequências destas séries, e a definição de uma equação que represente analiticamente a relação IDF. Entretanto, os dados pluviográficos nem sempre estão disponíveis; e em muitos casos restam apenas dados pluviométricos para as análises hidrológicas. Diante dessa realidade, se faz necessário a aplicação de metodologias de estimativas de curvas IDF, com pouco ou nenhum dado pluviográfico.

Uma das alternativas possíveis é utilizar uma série de dados de precipitação máxima diária anual do local onde será realizado o estudo hidrológico, que seja representativa, estacionária e homogênea (BRUSA, 2004) para, a partir dessa obter alturas de chuva com intervalos de tempo subdiários (DAMÉ, 2006). Obtendo-se dados de precipitação diária, associados aos períodos de retorno de interesse, pode-se utilizar metodologia de desagregação adequada. Assim, a relação entre as alturas de precipitação, em função da duração de desagregação e o período de retorno, originam curvas IDF a partir de registros pluviométricos. A técnica de desagregação, que é de uso corrente na prática da engenharia, baseia-se nos coeficientes de desagregação (CETESB, 1979). Ainda na forma analítica, encontra-se o trabalho de Robaina e Peiter (1992), cujo objetivo foi testar o desempenho de um modelo de desagregação de chuvas intensas, com a finalidade de gerar precipitações máximas médias em durações inferiores a 24 horas. Existem, ainda, metodologias que envolvem

a simulação da precipitação em duração sub-horária, e a associação da série simulada a modelos estocásticos de desagregação (RODRIGUEZ-ITURBE et al., 1987; KOUTSOYIANNIS e XANTHOPOULOS, 1990; GLASBEY et al., 1995; DAMÉ, 2001), possibilitando a obtenção das curvas IDF.

No presente estudo pretende-se estabelecer a relação IDF para a região da Bacia Hidrográfica do Ribeirão da Onça (Brotas, SP), a partir de dados pluviométricos diários de três estações que compõem a rede de monitoramento da Agência Nacional de Águas, utilizando-se do método paramétrico de ajustamento de observações, comumente utilizado nos ajustamentos geodésicos, que se baseia no método dos mínimos quadrados, e que considera uma ponderação das observações em função da precisão de suas estimativas.

## 2. DADOS E METODOLOGIA

Os dados pluviométricos para o presente estudo foram coletados da base de dados da Agência Nacional de Águas denominada como HidroWeb e compreenderam quatro postos pluviométricos com influência na área de interesse. Destes postos três foram utilizados efetivamente para a determinação da relação IDF e o restante foi utilizado para sua validação. A tabela 1 lista os postos pluviométricos utilizados e os seus respectivos períodos de dados. Na figura 1 apresenta-se a localização da Bacia Hidrográfica do Ribeirão da Onça e a localização dos postos pluviométricos estudados.

Tabela 1: Postos Pluviométricos

<b>Nome</b>	<b>Código</b>	<b>Período</b>
Fazenda Campo Alegre	2247185	01/01/1977 - 02/03/2006
CRHEA-Broa	2247196	01/01/1979 - 31/12/2006
Est. Ferroviária Campo Alegre	2247197	13/11/1978 - 31/12/2006
Usina do Lobo	2247008	01/02/1937 - 29/08/1997

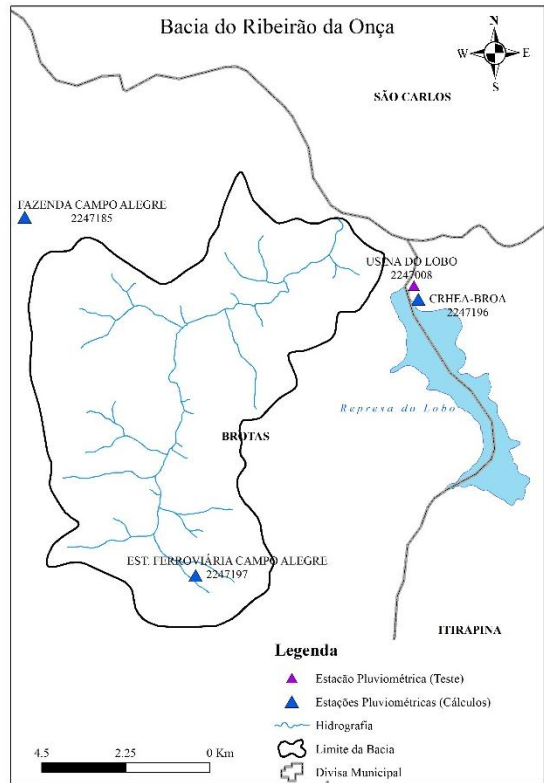


Figura 1- Região de estudo

Os dados consistidos diários destas quatro estações foram convertidos para o formato “dss” (Data System Storage) por meio do software de gerenciamento de dados hidrológicos HEC DSS Vue, para posterior tratamento no software estatístico HEC SSP. Ambos os softwares são disponibilizados pelo Centro de Engenharia Hidrológica do Corpo de Engenheiros do Exército Americano (HEC USACE).

As figuras de 2 a 5 apresentam os hietogramas referentes aos dados diários consistidos disponíveis no HidroWeb.

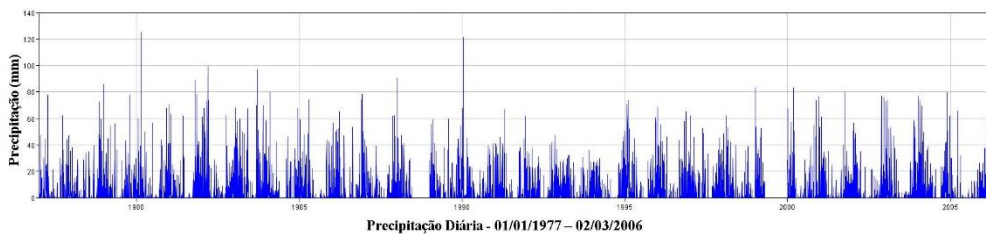
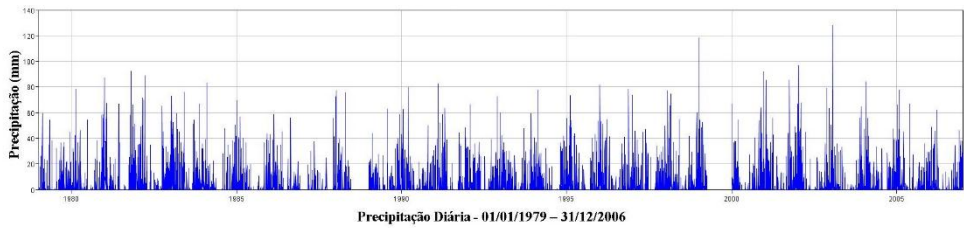
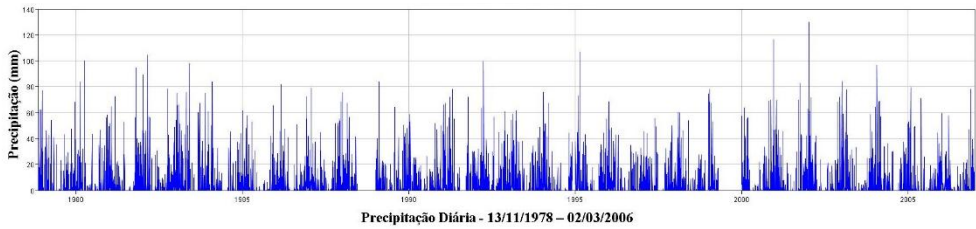


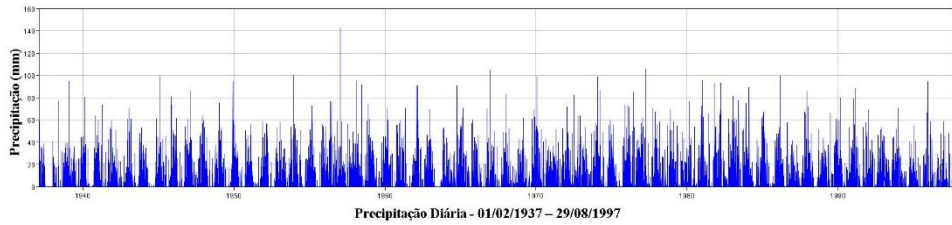
Figura 2 – Série de precipitação diária da estação 2247185



**Figura 3** – Série de precipitação diária da estação 2247196

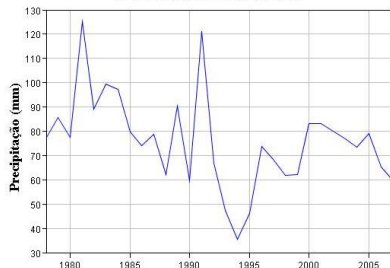


**Figura 4** – Série de precipitação diária da estação 2247197

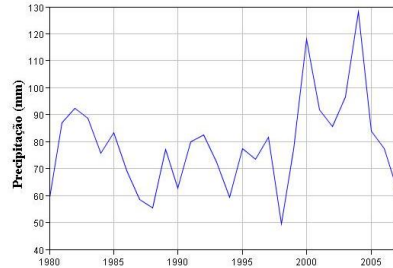


**Figura 5** – Série de precipitação diária da estação 22471008

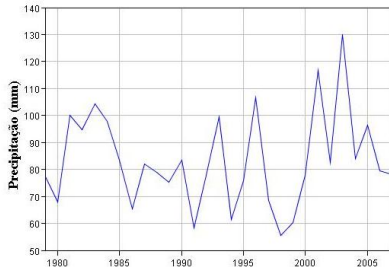
Destes dados diários foram geradas as séries de máximo diário para cada ano. As figuras 6(a) a 6(d) apresentam as séries de máximo diário anual para cada uma das estações.



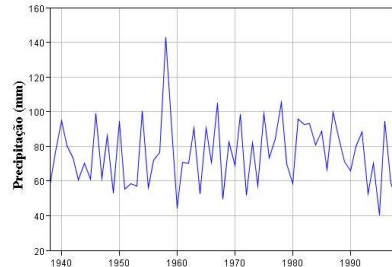
Precipitação Máxima Diária Anual - 1977 - 2006  
(a) Estação Pluviométrica 2247185



Precipitação Máxima Diária Anual - 1979 - 2006  
(b) Estação Pluviométrica 2247196



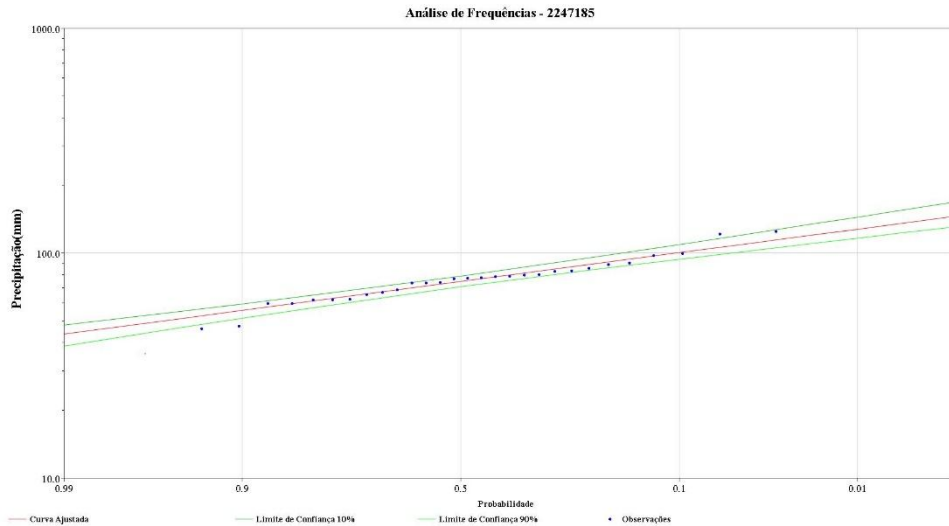
Precipitação Máxima Diária Anual - 1978 - 2006  
(c) Estação Pluviométrica 2247197



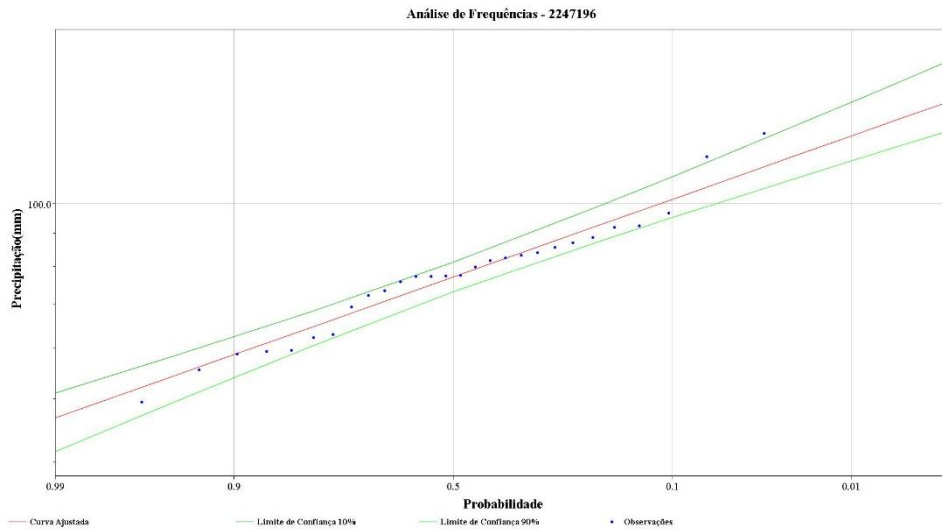
Precipitação Máxima Diária Anual - 1937 - 1997  
(d) Estação Pluviométrica 2247008

**Figura 6** – Séries de precipitação máxima diária anual

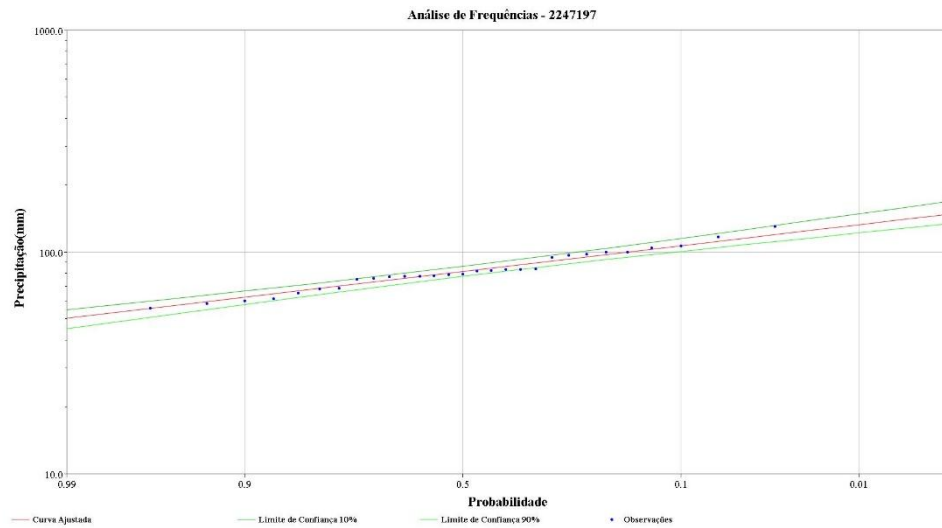
Com as séries de máximo diário anual foram realizadas as análises de frequência em que os dados foram ajustados a uma distribuição Log-normal. As figuras 7 a 10 apresentam os ajustes para cada estação.



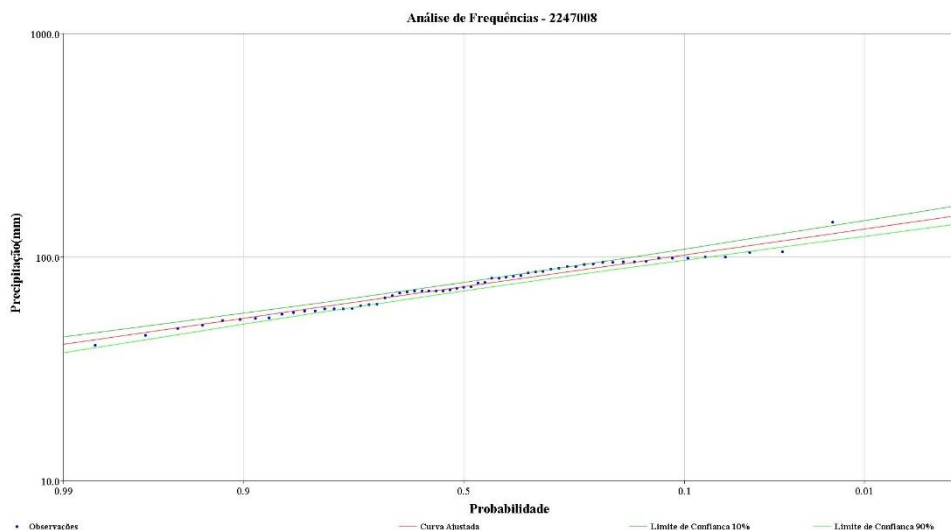
**Figura 7** – Ajuste da distribuição Log-normal para a estação 2247185



**Figura 8** – Ajuste da distribuição Log-normal para a estação 2247196



**Figura 9** – Ajuste da distribuição Log-normal para a estação 2247197



**Figura 10** – Ajuste da distribuição Log-normal para a estação 2247008

Com as curvas ajustadas para cada uma das estações determinou-se os valores de precipitação máxima diária, bem como os intervalos de confiança, para os tempos de retorno de 2, 5, 10, 50, 100, 1000 e 10000 anos. A tabela 2 apresenta os resultados referentes ao ajuste às respectivas distribuições Lognormal.

Tabela 2: Valores de precipitação máxima diária ajustados relativos aos tempos de retorno

Estação	Precipitação (mm)											
	2247185			2247196			2247197			2247008		
TR (anos)	10%	Ajustada	90%	10%	Ajustada	90%	10%	Ajustada	90%	10%	Ajustada	90%
10000	211,4	176,0	154,1	204,8	171,4	150,7	209,4	176,9	156,6	216,6	189,6	170,4
1000	178,0	152,3	135,9	174,2	149,7	134,1	179,2	155,3	139,8	180,9	161,6	147,4
100	144,5	127,7	116,5	143,2	127,0	116,2	148,4	132,5	121,7	145,6	133,0	123,6
50	134,2	119,9	110,2	133,6	119,8	110,4	138,8	125,2	115,8	134,7	124,1	116,0
10	109,1	100,4	93,9	110,0	101,5	95,2	115,1	106,6	100,3	108,4	101,9	96,7
5	97,3	90,7	85,5	98,8	92,3	87,2	103,7	97,3	92,2	96,0	91,1	87,0
2	78,9	74,7	70,7	81,2	77,0	73,1	85,9	81,7	77,7	76,7	73,6	70,5

Para estimar as curvas IDF foram estabelecidas as durações de 5, 10, 15, 20, 25, 30, 60, 360, 480, 600, 720 e 1440 minutos.

Para desagregar a chuva diária mediante o método das relações, as precipitações máximas diárias, para os períodos de retorno estabelecidos, foram multiplicadas pelos coeficientes apresentados na tabela 3, o que permitiu gerar pontos suficientes para definir as curvas IDF, a partir de registros pluviométricos.



Tabela 3: Coeficientes de desagregação (CETESB, 1979)

<b>Relação de Duração</b>	24 h / 1 dia	12 h / 24 h	10 h / 24 h	8 h / 24 h	6 h / 24 h	1 h / 24 h
<b>Coefficiente de Desagregação</b>	1,14	0,85	0,82	0,78	0,72	0,42
<b>Relação de Duração</b>	30 min / 1 h	25 min / 1 h	20 min / 1 h	15 min / 1 h	10 min / 1 h	5 min / 1 h
<b>Coefficiente de Desagregação</b>	0,74	0,91	0,81	0,7	0,54	0,34

A combinação de 12 durações distintas com os 7 tempos de retornos adotados permite gerar para cada estação 84 valores de precipitação, totalizando assim 252 observações, que darão origem a 252 equações de observação. As tabelas 4 a 6 apresentam os valores de precipitação para cada estação.

Tabela 4: Precipitações adotadas como observações para a estação 2247185

<b>2245185</b>	Tr (anos)	10000	1000	100	50	10	5	2
CD	Diária	176,0	152,3	127,7	119,9	100,4	90,7	74,7
1,14	24 h	200,7	173,6	145,6	136,7	114,4	103,4	85,2
0,85	12 h	170,6	147,6	123,8	116,2	97,3	87,9	72,4
0,82	10 h	164,6	142,4	119,4	112,1	93,8	84,8	69,8
0,78	8 h	156,5	135,4	113,6	106,6	89,3	80,7	66,4
0,72	6 h	144,5	125,0	104,8	98,4	82,4	74,4	61,3
0,42	1 h	84,3	72,9	61,1	57,4	48,1	43,4	35,8
0,74	30 min	62,4	54,0	45,2	42,5	35,6	32,1	26,5
0,91	25 min	56,8	49,1	41,2	38,7	32,4	29,2	24,1
0,81	20 min	50,5	43,7	36,7	34,4	28,8	26,0	21,4
0,7	15 min	43,7	37,8	31,7	29,7	24,9	22,5	18,5
0,54	10 min	33,7	29,1	24,4	22,9	19,2	17,4	14,3
0,34	5 min	21,2	18,3	15,4	14,4	12,1	10,9	9,0

CD: Coeficiente de desagregação

Tabela 5: Precipitações adotadas como observações para a estação 2247196

<b>2247196</b>	Tr (anos)	10000	1000	100	50	10	5	2
CD	Diária	171,4	149,7	127,0	119,8	101,5	92,3	77,0
1,14	24 h	195,3	170,6	144,8	136,5	115,7	105,2	87,8
0,85	12 h	166,0	145,0	123,1	116,1	98,3	89,4	74,6
0,82	10 h	160,2	139,9	118,7	112,0	94,8	86,3	72,0
0,78	8 h	152,4	133,1	112,9	106,5	90,2	82,1	68,5
0,72	6 h	140,6	122,9	104,3	98,3	83,3	75,8	63,2
0,42	1 h	82,0	71,7	60,8	57,4	48,6	44,2	36,9
0,74	30 min	60,7	53,0	45,0	42,4	35,9	32,7	27,3
0,91	25 min	55,2	48,3	41,0	38,6	32,7	29,8	24,8
0,81	20 min	49,2	43,0	36,5	34,4	29,1	26,5	22,1
0,7	15 min	42,5	37,1	31,5	29,7	25,2	22,9	19,1
0,54	10 min	32,8	28,6	24,3	22,9	19,4	17,7	14,7
0,34	5 min	20,6	18,0	15,3	14,4	12,2	11,1	9,3

CD: Coeficiente de desagregação

Tabela 6: Precipitações adotadas como observações para a estação 2247197

<b>2247197</b>	Tr (anos)	10000	1000	100	50	10	5	2
CD	Diária	176,9	155,3	132,5	125,2	106,6	97,3	81,7
1,14	24 h	201,7	177,0	151,0	142,7	121,5	110,9	93,1
0,85	12 h	171,4	150,4	128,3	121,3	103,3	94,3	79,1
0,82	10 h	165,4	145,1	123,8	117,0	99,6	90,9	76,3
0,78	8 h	157,3	138,0	117,8	111,3	94,8	86,5	72,6
0,72	6 h	145,2	127,4	108,7	102,7	87,5	79,8	67,0
0,42	1 h	84,7	74,3	63,4	59,9	51,0	46,6	39,1
0,74	30 min	62,7	55,0	46,9	44,3	37,8	34,5	28,9
0,91	25 min	57,0	50,1	42,7	40,4	34,4	31,4	26,3
0,81	20 min	50,8	44,6	38,0	35,9	30,6	27,9	23,4
0,7	15 min	43,9	38,5	32,9	31,0	26,4	24,1	20,3
0,54	10 min	33,9	29,7	25,3	23,9	20,4	18,6	15,6
0,34	5 min	21,3	18,7	16,0	15,1	12,8	11,7	9,8

CD: Coeficiente de desagregação

Os valores de precipitação máxima diária são então transformados em valores de intensidade medidas em milímetros por hora. As tabelas 7 a 9 apresentam os valores de intensidade em milímetros por hora para cada estação.

Tabela 7: Intensidades adotadas para a estação 2247185

Tr (anos)	10000	1000	100	50	10	5	2
24 h	8,4	7,2	6,1	5,7	4,8	4,3	3,5
12 h	14,2	12,3	10,3	9,7	8,1	7,3	6,0
10 h	16,5	14,2	11,9	11,2	9,4	8,5	7,0
8 h	19,6	16,9	14,2	13,3	11,2	10,1	8,3
6 h	24,1	20,8	17,5	16,4	13,7	12,4	10,2
1 h	84,3	72,9	61,1	57,4	48,1	43,4	35,8
0.5 h	124,7	107,9	90,5	85,0	71,1	64,3	52,9
0.4166 h	136,2	117,8	98,8	92,8	77,7	70,2	57,8
0.333 h	151,6	131,1	110,0	103,3	86,4	78,1	64,3
0.25 h	174,6	151,1	126,7	119,0	99,6	90,0	74,1
0.1666 h	202,1	174,8	146,6	137,7	115,2	104,1	85,8
0.0833 h	254,5	220,1	184,6	173,4	145,1	131,1	108,0

Tabela 8: Intensidades adotadas para a estação 2247196

Tr (anos)	10000	1000	100	50	10	5	2
24 h	8,1	7,1	6,0	5,7	4,8	4,4	3,7
12 h	13,8	12,1	10,3	9,7	8,2	7,5	6,2
10 h	16,0	14,0	11,9	11,2	9,5	8,6	7,2
8 h	19,0	16,6	14,1	13,3	11,3	10,3	8,6
6 h	23,4	20,5	17,4	16,4	13,9	12,6	10,5
1 h	82,0	71,7	60,8	57,4	48,6	44,2	36,9
0.5 h	121,4	106,1	90,0	84,9	71,9	65,4	54,6

0.4166 h	132,6	115,8	98,3	92,7	78,5	71,4	59,6
0.333 h	147,5	128,9	109,4	103,1	87,4	79,5	66,3
0.25 h	170,0	148,5	126,0	118,8	100,7	91,6	76,4
0.1666 h	196,7	171,8	145,8	137,5	116,5	106,0	88,4
0.0833 h	247,7	216,4	183,6	173,2	146,7	133,4	111,4

Tabela 9: Intensidades adotadas para a estação 2247197

Tr (anos)	10000	1000	100	50	10	5	2
24 h	8,4	7,4	6,3	5,9	5,1	4,6	3,9
12 h	14,3	12,5	10,7	10,1	8,6	7,9	6,6
10 h	16,5	14,5	12,4	11,7	10,0	9,1	7,6
8 h	19,7	17,3	14,7	13,9	11,8	10,8	9,1
6 h	24,2	21,2	18,1	17,1	14,6	13,3	11,2
1 h	84,7	74,3	63,4	59,9	51,0	46,6	39,1
0.5 h	125,4	110,0	93,9	88,7	75,5	68,9	57,9
0.4166 h	136,9	120,1	102,5	96,9	82,5	75,3	63,2
0.333 h	152,3	133,7	114,0	107,8	91,8	83,8	70,3
0.25 h	175,5	154,0	131,4	124,2	105,8	96,5	81,0
0.1666 h	203,1	178,2	152,0	143,7	122,4	111,7	93,8
0.0833 h	255,8	224,4	191,5	180,9	154,1	140,6	118,1

A fim de se calcular os parâmetros da curva IDF realizou-se um ajustamento paramétrico, conforme descrito em Gemael (1994), às observações de intensidade.

O modelo matemático básico para o ajustamento paramétrico baseia-se na formulação das equações de observação. Para cada observação formula-se ao menos uma equação. Considerando-se que se tenha **n** observações e **u** parâmetros, então obtém-se um conjunto de **n** equações com **u** parâmetros com a seguinte representação matricial:

$$L_a = F(X_a) \tag{Eq 1}$$

Onde:

**L<sub>a</sub>**: vetor (n x 1) de observações ajustadas;

**X<sub>a</sub>**: vetor (u x 1) de parâmetros desconhecidos ajustados;

**F(X<sub>a</sub>)**: função representativa do modelo matemático que relaciona as observações ajustadas com os parâmetros ajustados.

O modelo matemático expressa explicitamente as relações entre as observações e os parâmetros ajustados. O objetivo primordial do método paramétrico é estimar os parâmetros desconhecidos que compõem o vetor **X**. Como veremos adiante, o vetor **X** é composto por valores das correções dos parâmetros aproximados **X<sub>0</sub>**. Uma vez estimado os valores das correções **X**, os parâmetros ajustados são obtidos por:

$$X_a = X_0 + X \tag{Eq 2}$$

Em que:

**X<sub>0</sub>**: vetor (u x 1) dos valores aproximados dos parâmetros desconhecidos;

**X**: vetor (u x 1) das correções dos parâmetros aproximados (**X<sub>0</sub>**).

Através do ajustamento pelo método dos mínimos quadrados, podemos obter as observações ajustadas:

$$L_a = L_b + V \tag{Eq 3}$$

Onde:

**L<sub>b</sub>**: vetor (n x 1) das observações brutas;

**V**: vetor (n x 1) dos resíduos (ou correções).

Substituindo a Eq. 1 na Eq. 3, temos:

$$\mathbf{F}(\mathbf{X}_a) = \mathbf{L}_b + \mathbf{V} \quad \text{Eq 4}$$

$$\mathbf{F}(\mathbf{X}_a) = \mathbf{L}_b + \mathbf{V} = \mathbf{F}(\mathbf{X}_0 + \mathbf{X}) = \mathbf{F}(\mathbf{X}_0) + \left. \frac{\partial F}{\partial X_a} \right|_{X_a=X_0} * \mathbf{X} \quad \text{Eq 5}$$

Substituindo alguns elementos da Eq. 5:

$$\mathbf{L}_0 = \mathbf{F}(\mathbf{X}_0) \quad \text{Eq 6}$$

Onde:

**L<sub>0</sub>**: vetor (n x 1) das observações aproximadas obtidas da aplicação das funções F aos valores aproximados dos parâmetros **X<sub>0</sub>**.

Chamando de **A** a matriz (n x u) das derivadas parciais da função **F**. A matriz **A** é calculada aplicando os valores aproximados dos parâmetros, **X<sub>0</sub>**, nas derivadas parciais:

$$\mathbf{A} = \left. \frac{\partial F}{\partial X_a} \right|_{X_a=X_0} \quad \text{Eq 7}$$

Assim, a Eq. 5 pode ser reescrita como:

$$\mathbf{L}_b + \mathbf{V} = \mathbf{A} \mathbf{X} + \mathbf{L}_0 \quad \text{Eq 8}$$

$$\mathbf{V} = \mathbf{A} \mathbf{X} - \mathbf{L}_b + \mathbf{L}_0 \quad \text{Eq 9}$$

E, finalmente, fazendo:

$$\mathbf{L} = \mathbf{L}_b - \mathbf{L}_0 \quad \text{Eq 10}$$

Obtém-se o modelo linearizado das equações das observações para o método dos parâmetros:

$${}_n \mathbf{V}_1 = {}_n \mathbf{A}_u * {}_u \mathbf{X}_1 - {}_n \mathbf{L}_1 \quad \text{Eq 11}$$

Esta última equação sintetiza matricialmente as **n** equações de observações, sob a forma dos resíduos.

Aplicando o princípio do método dos mínimos quadrados na equação matricial dos resíduos obtém-se, sucessivamente:

$$\mathbf{V}^T \mathbf{P} \mathbf{V} = (\mathbf{X}^T \mathbf{A}^T - \mathbf{L}^T) \mathbf{P} (\mathbf{A} \mathbf{X} - \mathbf{L}) \quad \text{Eq 11}$$

$$\mathbf{V}^T \mathbf{P} \mathbf{V} = \mathbf{X}^T \mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{A} \mathbf{X} - \mathbf{X}^T \mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{L} - \mathbf{L}^T \mathbf{P} \mathbf{A} \mathbf{X} + \mathbf{L}^T \mathbf{P} \mathbf{L} \quad \text{Eq 12}$$

$$\mathbf{X}^T \mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{L} = \mathbf{L}^T \mathbf{P} \mathbf{A} \mathbf{X} \quad \text{Eq 13}$$

Os dois termos da Eq. 13 são escalares, portanto eles são iguais.

$$\mathbf{V}^T \mathbf{P} \mathbf{V} = \mathbf{X}^T \mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{A} \mathbf{X} - 2 \mathbf{X}^T \mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{L} + \mathbf{L}^T \mathbf{P} \mathbf{L} \quad \text{Eq 14}$$

Derivando a Eq. 14, em função de **X** e igualando a zero, obtemos:

$$\frac{\partial (\mathbf{V}^T \mathbf{P} \mathbf{V})}{\partial \mathbf{X}} = 2 \mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{A} \mathbf{X} - 2 \mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{L} = \mathbf{0} \quad \text{Eq 15}$$

$$\mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{A} \mathbf{X} - \mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{L} = \mathbf{0} \quad \text{Eq 16}$$

Fazendo-se: **N = A<sup>T</sup> P A e u = A<sup>T</sup> P L = 0**, obtém-se:

$$\mathbf{N} \mathbf{X} = \mathbf{u} \Rightarrow \mathbf{X} = \mathbf{N}^{-1} \mathbf{u} \quad \text{Eq 17}$$

No caso da relação IDF o modelo matemático comumente adotado, segundo Vilela e Mattos (1977), pode ser representado pela forma analítica da Eq 18.

$$I = \frac{k T_r^m}{(T_d + t)^n} \quad \text{Eq 18}$$

Onde:

**I**: Intensidade em mm/h

**T<sub>r</sub>**: Tempo de retorno em anos

**T<sub>d</sub>**: Tempo de duração da precipitação em minutos  
**k, m, t e n**: São os parâmetros a serem ajustados

Aplicando logaritmo a Eq 18 temos que o modelo a ser adotado pode ser reescrito da seguinte forma:

$$\ln(I) = \ln(k) + m \ln(T_r) - n \ln(T_d + t) \tag{Eq 19}$$

Desta forma, e com os 252 valores de intensidades teremos o vetor **L<sub>b(1,252)</sub> = ln(I)** e 252 equações de observações. Para aplicar a Eq 6 de forma a calcular o vetor (1, 252) das observações aproximadas se faz necessário a adoção de um vetor de parâmetros aproximados. Para este caso, adotou-se os parâmetros da curva IDF (Eq 20) calculada para a cidade de São Carlos no Estado de São Paulo, região próxima as estações pluviométricas adotadas neste estudo. A Eq 20 foi apresentada por Barbassa (1991).

$$I_{(mm/h)} = \frac{1519 T_r^{0,236}}{(T_d+16)^{0,935}} \tag{Eq 20}$$

Assim o Vetor **X<sub>0</sub>** pode ser representado por:

$$\begin{vmatrix} k_0 \\ m_0 \\ t_0 \\ n_0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1519 \\ 0,236 \\ 0,935 \\ 16 \end{vmatrix}$$

A matriz (252 x 4) das derivadas parciais da função **F(x)** é formada pelas seguintes equações:

$$\frac{\partial F}{\partial k} = \frac{1}{k} \quad \frac{\partial F}{\partial m} = \ln(T_r) \quad \frac{\partial F}{\partial t} = -\frac{n}{T_d+t} \quad \frac{\partial F}{\partial n} = -\ln(T_d + t) \tag{Eq 21}$$

Normalmente, as observações não oferecem o mesmo “grau de confiança”, entretanto, pode-se “homogeneizá-las”, atribuindo-lhe “pesos”, tanto maior quanto maior for a confiança nas observações. Os valores dos pesos são inversamente proporcionais aos valores das variâncias.

A matriz peso **P** para o ajustamento, neste caso, deriva dos intervalos de confiança calculados no ajuste dos dados à distribuição de probabilidades na análise de frequências. Assim considerou-se como variância a metade do intervalo de confiança calculado para cada tempo de retorno. Sendo então, para cada uma das observações, desagregados pelo método das relações conforme os coeficientes já utilizados anteriormente e assim mantendo-se as proporcionalidades.

Resolvendo-se o sistema de equações normais da Eq 17 para solucionar o vetor **X** pode se calcular os parâmetros ajustados por meio da Eq 22.

$$\mathbf{X}_a = \mathbf{X}_0 + \mathbf{X} \tag{Eq 22}$$

Os parâmetros calculados podem agora ser utilizados como novos valores do vetor **X<sub>0</sub>** e em um processo iterativo ir calculando novos parâmetros ajustados com o intuito de minimizar o vetor de resíduos.

Com estas premissas foi ajustada uma curva IDF denominada de “Geral” que levou em consideração todas as 252 observações. Adicionalmente, esta curva foi separada em outras duas curvas, uma para tempos de duração até 60

minutos ( $T_d \leq 60$ ) e outras para tempos de duração superiores a 60 minutos ( $T_d > 60$ ), sendo que em cada caso o ajustamento considerou apenas as observações relativas aos tempos de duração que se enquadrassem na característica da curva.

Estas curvas foram comparadas em relação a curva apresentada por Barbassa (1991) e com as intensidades derivadas das observações da estação pluviométrica Usina do Lobo (2247008).

O erro médio quadrático (*RMS*), calculado de acordo com a Eq 23, foi utilizado como forma de indicar o grau de precisão de cada curva a fim de realizar as comparações propostas.

$$RMS = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \left(\frac{I_{aj}-I}{I}\right)^2}{n}} \quad \text{Eq 23}$$

Onde:

**I**: Intensidade observada

**I<sub>aj</sub>**: Intensidade calculada

**n**: Número de observações

### 3. RESULTADOS

Após os cálculos realizados de acordo com a metodologia proposta foram obtidos os parâmetros ajustados para a curva IDF. Inicialmente, o ajustamento foi realizado com todas as observações conjuntamente, totalizando 252 equações de observações. Foram necessárias 3 iterações para alcançar um valor aceitável para o *V<sup>T</sup>PV*. O vetor dos parâmetros ajustados para a curva IDF Geral constam da tabela 10, a equação 24 representa a curva IDF Geral e na figura 11 apresenta-se o gráfico da Curva IDF Geral para os  $T_r$  2, 5, 10, 50, 100 e 1000 anos.

Tabela 10: Vetor dos parâmetros ajustados para a curva IDF Geral

Parâmetro	Valor Ajustado
<b>K</b>	1315,36007019
<b>m</b>	0,08428997
<b>n</b>	0,79399203
<b>t</b>	20,33022284

$$I_{(mm/h)} = \frac{1315,36007019 T_r^{0,08428997}}{(T_d+20,33022284)^{0,79399203}} \quad \text{Eq 24}$$

O *V<sup>T</sup>PV* para este ajustamento foi de **10,99**. O *RMS* foi de **0,08571**.

Pode-se considerar que a curva IDF teve boa aderência aos dados como pode-se verificar no gráfico (figura 12) entre as intensidades desagregadas e as intensidades ajustadas ( $I \times I_{aj}$ ). O coeficiente de determinação foi de **0,9828**.

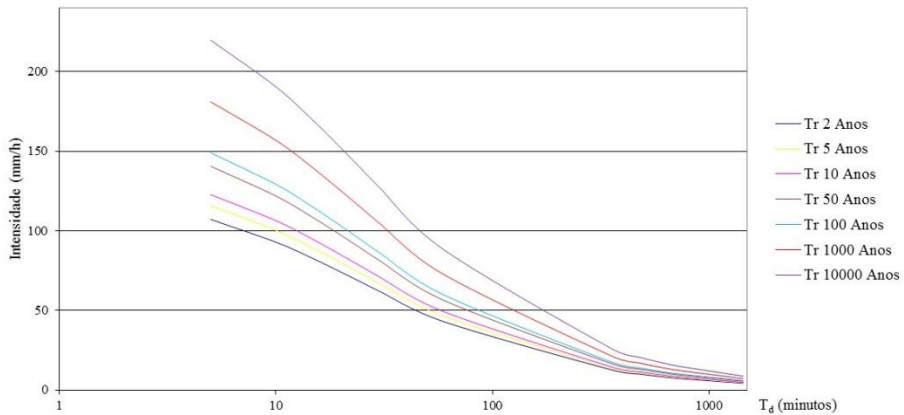


Figura 11 – Curva IDF Geral

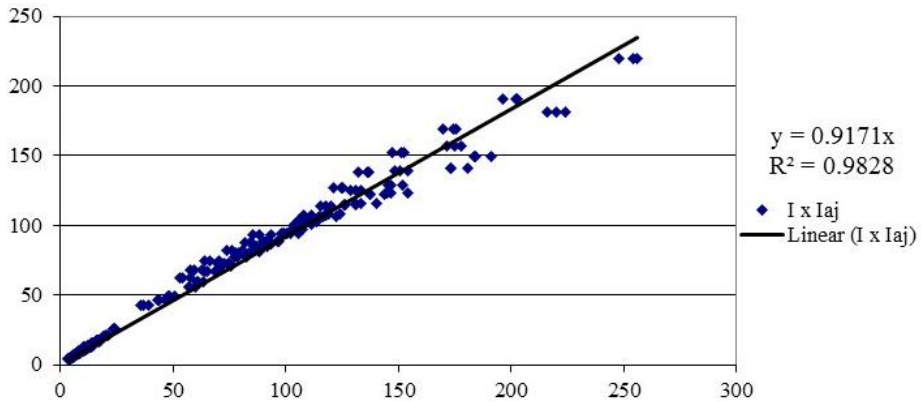


Figura 12 – Gráfico entre as intensidades desagregadas e as intensidades ajustadas para a curva IDF Geral

A média dos erros (diferença entre os valores calculados para a intensidade com base nos valores ajustados e o valor de intensidade tomado como observado) foi de 1,65 com desvio padrão de 8,82. Entretanto, averiguou-se que os maiores erros estavam associados aos valores de  $T_d$  maiores.

A média dos erros, levando-se em conta apenas os valores de intensidade para  $T_d$  maiores que 60 minutos foi de 9,30 com desvio padrão de 10,06, e a média dos erros, levando-se em conta apenas os valores de intensidades para  $T_d$  menores ou iguais a 60 minutos foi de 0,52 com desvio padrão de ,50. Desta forma, resolveu-se realizar dois ajustamentos distintos, dividindo-se a curva IDF em dois domínios, uma para  $T_d$  maiores que 60 minutos e outra para  $T_d$  menores ou iguais a 60 minutos.

O ajustamento da curva IDF para o domínio de  $T_d$  menor ou igual a 60 minutos foi realizado com as observações referentes aos  $T_d$  deste domínio, totalizando 147 equações de observações. Foram necessárias 3 iterações para alcançar um valor aceitável para o  $V^{TPV}$ . O vetor dos parâmetros ajustados para a curva IDF  $T_d \leq 60$  min constam da tabela 11, a equação 25 representa a curva IDF  $T_d \leq 60$  min e na figura 13 apresenta-se o gráfico da Curva IDF  $T_d \leq 60$  min para os  $T_r$  2, 5, 10, 50, 100 e 1000 anos.

Tabela 11: Vetor dos parâmetros ajustados para a curva IDF  $T_d \leq 60$  min

Parâmetro	Valor Ajustado
<b>K</b>	645,6933464
<b>m</b>	0,102951994
<b>n</b>	0,681033153
<b>t</b>	8,394060876

$$I_{(mm/h)} = \frac{645,6933464 T_r^{0,102951994}}{(T_d + 8,394060876)^{0,681033153}} \quad \text{Eq 25}$$

O  $V^T PV$  para este ajustamento foi de **0,184**. O **RMS** foi de **0,07062**

Pode-se considerar que a curva IDF teve boa aderência aos dados como pode-se verificar no gráfico (figura 14) entre as intensidades desagregadas e as intensidades ajustadas ( $I \times I_{aj}$ ). O coeficiente de determinação foi de 0.9656.

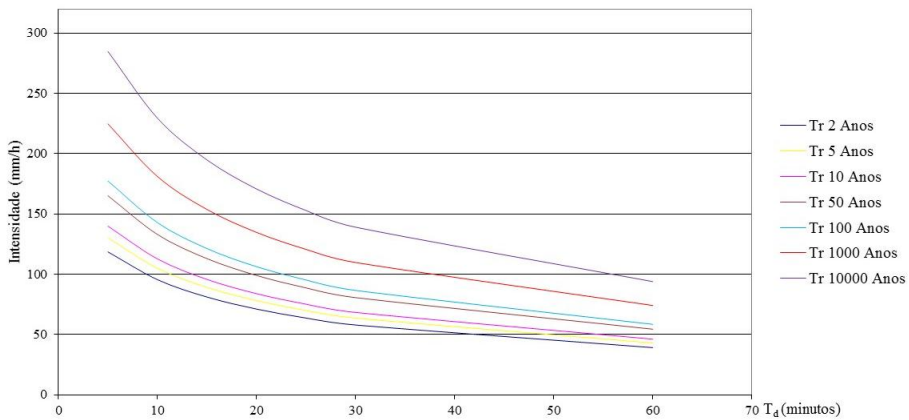


Figura 13 – Curva IDF  $T_d \leq 60$  min

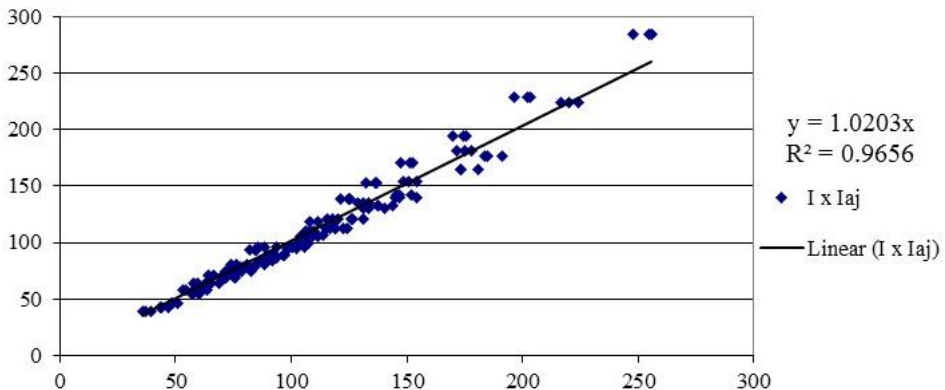


Figura 14 – Gráfico entre as intensidades desagregadas e as intensidades ajustadas para a curva IDF  $T_d \leq 60$  min

O ajustamento da curva IDF para o domínio de  $T_d$  maior que 60 minutos foi realizado com as observações referentes aos  $T_d$  deste domínio, totalizando 105 equações de observações. Foram necessárias 3 iterações para alcançar um valor aceitável para o  $V^T PV$ . O vetor dos parâmetros ajustados para a curva IDF  $T_d > 60$  min constam da tabela 12, a equação 26 representa a curva IDF  $T_d >$



60 min e na figura 15 apresenta-se o gráfico da Curva IDF  $T_d > 60$  min para os  $T_r$  2, 5, 10, 50, 100 e 1000 anos.

Tabela 12: Vetor dos parâmetros ajustados para a curva IDF  $T_d > 60$  min

Parâmetro	Valor Ajustado
<b>K</b>	2802,011142
<b>m</b>	0,089279397
<b>n</b>	0,896353887
<b>t</b>	95,2473294

$$I_{(mm/h)} = \frac{2802,011142 T_r^{0,089279397}}{(T_d + 95,2473294)^{0,896353887}} \quad \text{Eq 26}$$

O  $V^T PV$  para este ajustamento foi de **365,84**. O  $RMS$  foi de **0,078414**.

Pode-se considerar que a curva IDF teve boa aderência aos dados como pode-se verificar no gráfico (figura 16) de correlação entre as intensidades observadas e as intensidades ajustadas ( $I \times I_{aj}$ ). O coeficiente de correlação foi de **0,9811**.

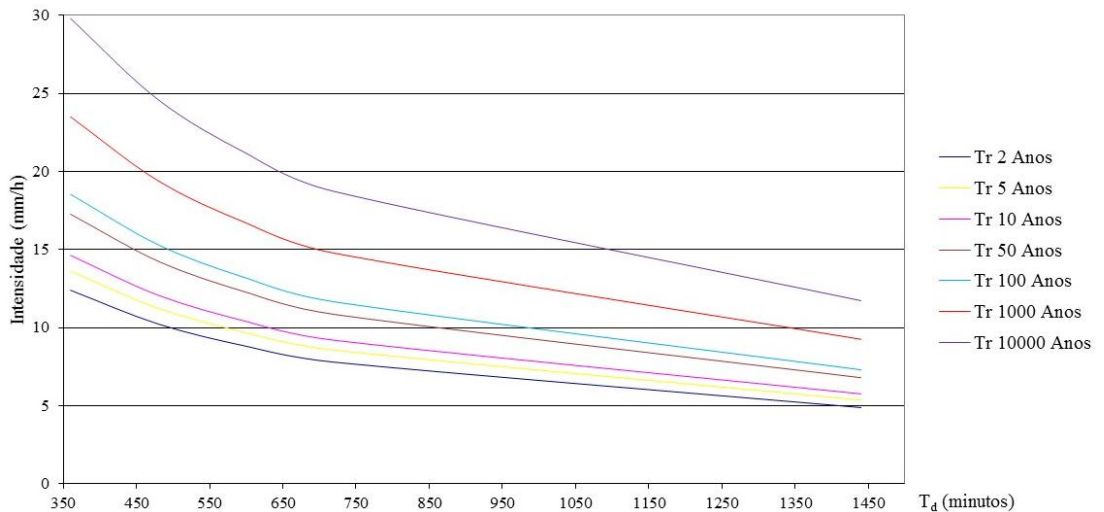
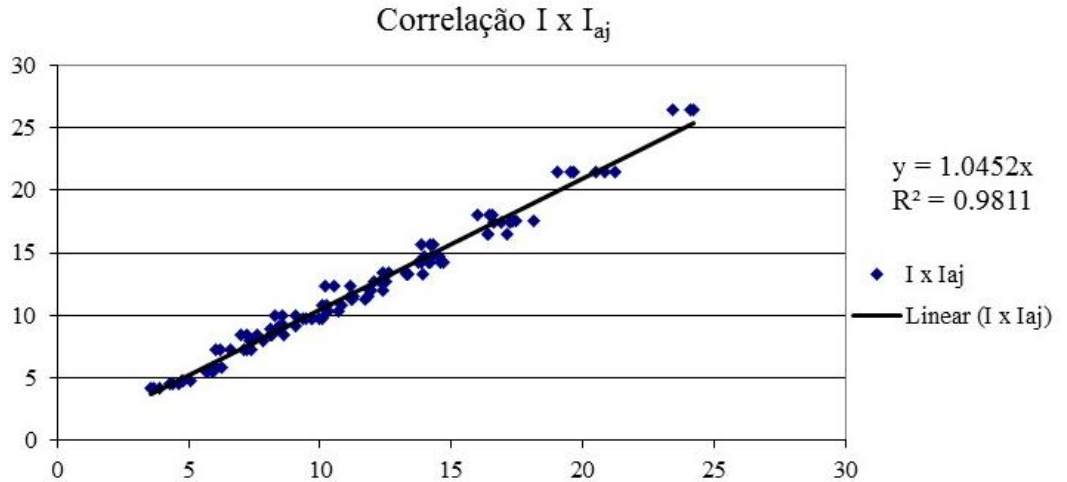


Figura 15 – Curva IDF  $T_d > 60$  min



**Figura 16** – Correlação entre as intensidades observadas e as intensidades ajustadas para a curva IDF  $T_d > 60$  min

A partir da série de máximas diárias anual da estação 2247008, foram calculadas a média e o desvio que caracterizam a série, assim para cada valor da série, aplicado o logaritmo, utilizou-se de uma distribuição Log-normal para calcular os correspondentes tempos de retorno. As precipitações diárias foram convertidas para os tempos de duração de 5, 10, 15, 20, 25, 30, 60, 360, 480, 600, 720 e 1440 minutos, e então convertidas para intensidade em milímetros por hora. Estes valores de intensidade foram confrontados com os gerados pelas curvas IDF ajustadas. O *RMS* entre as intensidades observadas na estação pluviométrica 2247008 e as intensidades calculadas para cada uma das curvas IDF, em cada um dos  $T_d$  adotados, são apresentados na tabela 13.

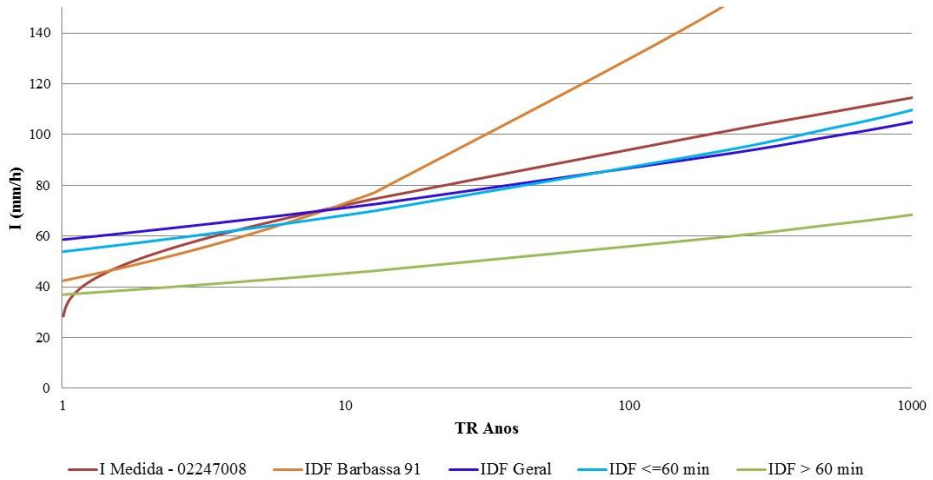
Tabela 13: *RMS* entre as intensidades observadas na estação pluviométrica 2247008 e as intensidades calculadas

<b>Td (min)</b>	<b>IDF Geral</b>	<b>IDF Td ≤ 60 Min</b>	<b>IDF Td &gt; 60 Min</b>	<b>Barbassa (1991)</b>
5	0,278	0,213	0,659	0,277
10	0,234	0,206	0,590	0,266
15	0,223	0,214	0,546	0,272
20	0,210	0,210	0,499	0,272
25	0,206	0,211	0,466	0,277
30	0,337	0,261	0,269	0,289
60	0,359	0,260	0,193	0,256
360	0,379	0,365	0,366	0,293
480	0,368	0,383	0,364	0,316
600	0,370	0,411	0,367	0,331
720	0,377	0,441	0,371	0,341
1440	0,367	0,524	0,332	0,396

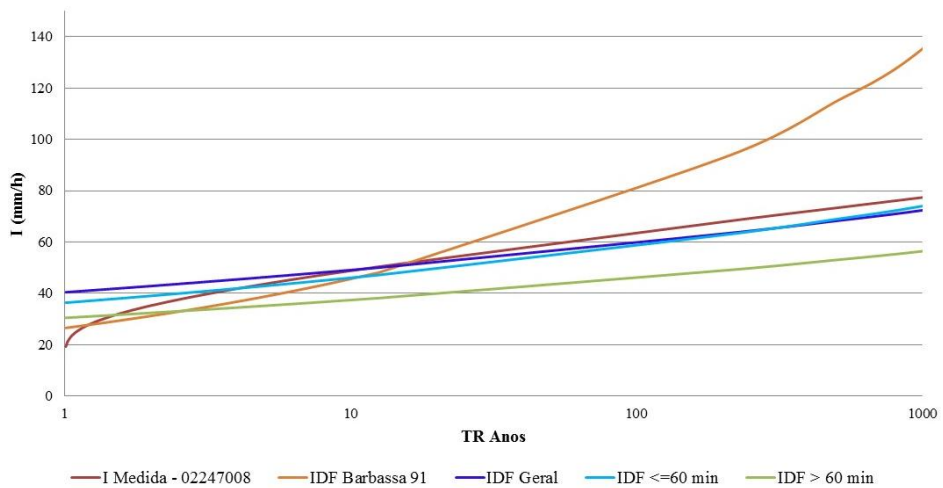
Em vermelho os menores *RMS* para cada  $T_d$ ;

Em azul, apesar de calculados os *RMS*, estes  $T_d$  estão fora do domínio da curva analisada;

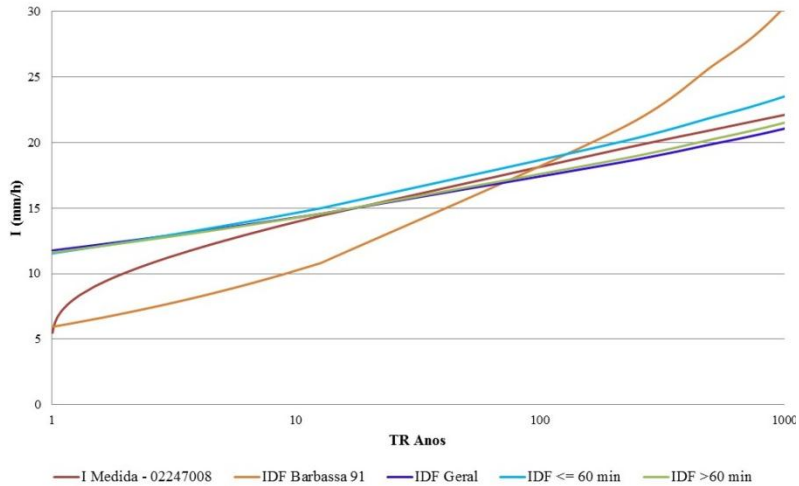
Os gráficos das figuras 17 a 20 apresentam as comparações realizadas para os  $T_d$  de 30, 60, 360 e 1440 minutos como forma de ilustração dos resultados.



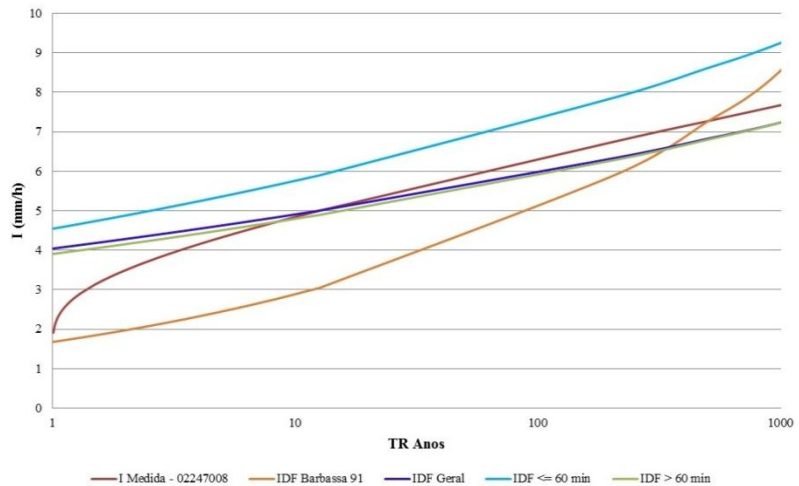
**Figura 17** – Comparação entre os resultados encontrados para o  $T_d$  de 30 minutos



**Figura 18** – Comparação entre os resultados encontrados para o  $T_d$  de 60 minutos



**Figura 19** – Comparação entre os resultados encontrados para o  $T_d$  de 360 minutos



**Figura 20** – Comparação entre os resultados encontrados para o  $T_d$  de 1440 minutos

#### 4. CONCLUSÕES

A partir da abordagem adotada neste estudo para determinação da relação IDF para a região da Bacia Hidrográfica do Ribeirão da Onça pode-se estabelecer uma curva IDF Geral que engloba os tempos de duração até 24 horas, para períodos de retorno de 2, 5, 10, 50, 100, 1000 e 10000. Esta curva foi dividida em dois domínios distintos em termos de tempos de duração da precipitação, sendo o limite entre os domínios o  $T_d$  de 60 minutos.

Dos testes realizados confrontando-se os valores calculados para estas três curvas IDF com os obtidos de uma estação pluviométrica e com outra curva IDF de uma região próxima à do estudo pode-se analisar os aspectos qualitativos das respectivas curvas IDF calculadas.

Os erros médios quadráticos entre os valores de intensidade ajustadas e os valores de intensidades tomados como observações foram baixos, bem como os valores de  $V^T PV$ , o que demonstra a qualidade dos ajustamentos realizados.

Com base na análise dos erros médios quadráticos verifica-se que um melhor ajuste para a curva IDF se dá pela divisão desta em duas curvas para domínios de tempos de duração de até 60 minutos e acima de 60 minutos.

Ainda que a curva IDF Geral, tenha apresentado baixos valores de *RMS*, a curva IDF apresentada por Barbassa (1991) apresentou erro médio quadrático menor para os tempos de duração superiores a 60 minutos, enquanto que a curva IDF  $T_d \leq 60$  min apresentou a maior parte dos menores *RMS* para os tempos de duração inferiores a 60 minutos.

O método de desagregação da precipitação máxima diária em diferentes tempos de retorno, como o proposto por CETESB (1979), é um método de fácil emprego e que permite utilizar-se de dados de pluviômetros, na falta de dados pluviográficos, para a determinação de relações IDF.

O método paramétrico de ajustamento de observações se mostrou adequado e facilitou a obtenção de parâmetros ajustados para as curvas IDF, em um processo iterativo que procura minimizar o vetor de resíduos. Também permitiu integrar dados de diferentes postos pluviométricos para calcular a IDF para uma área de abrangência. Adicionalmente, permite adicionar ao processo de cálculo e ajustamento a ponderação das observações em virtude da variância apresentada por cada observação quando do ajuste à distribuição de probabilidades.

## 5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AGÊNCIA NACIONAL DE ÁGUAS (Brasil), *HidroWeb: Sistemas de informações hidrológicas*. Disponível em: <<http://hidroweb.ana.gov.br/>>. Acesso em: 31 maio 2015

BARBASSA, A. P. Simulação do efeito da urbanização sobre a drenagem pluvial na cidade de São Carlos, SP. 1991, *Tese* (Doutorado em Engenharia Hidráulica e Saneamento) - Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo. São Carlos, 1991. 312 p.

BRUSA, L. C. Aprimoramento estatístico da regionalização de vazões máximas e médias: aplicação a bacias hidrográficas do Rio Grande do Sul e Santa Catarina. 2004. *Tese* (Doutorado em Engenharia de Recursos Hídricos e Saneamento Ambiental) - Instituto de Pesquisas Hidráulicas, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2004. 188 p.

CETESB. Companhia de Tecnologia de Saneamento Ambiental. *Drenagem Urbana: manual de projeto*. São Paulo, 1979. 476p.

DAMÉ, R. C. F. Desagregação de Precipitação Diária para Estimativa de Curvas Intensidade-Duração-Frequência. 2001. 131f. *Tese* (Doutorado em Engenharia  
Ano 12 - Vol. 19 - JUL/DEZ 2016

de Recursos Hídricos e Saneamento Ambiental) – Instituto de Pesquisas Hidráulicas, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2001.

DAMÉ, R. C. F. et al. Comparação entre curvas intensidade-duração-frequência de ocorrência de precipitação obtidas a partir de dados pluviográficos com aquelas estimadas por técnicas de desagregação de chuva diária. *Revista Brasileira de Agrociência*, Vol. 12, n. 4, 2006, p. 505-509

GEMAEL, C. *Introdução ao ajustamento de observações: aplicações geodésicas*. Curitiba: Editora da UFPR, 1994. 319 p.

GLASBEY, C. A.; COOPER, G.; MCGECHAN, M. B. Disaggregation of daily rainfall by conditional simulation from a point-process model. *Journal of Hydrology*, Amsterdam, v. 185, p. 1-9, 1995

KOUTSOYIANNIS, D., XANTHOPOULOS, T. A dynamic model for short-scale rainfall disaggregation. *Hydrological Sciences Journal*, Wallingford, v35, n.3, p303-322. 1990.

ROBAINA, A. D.; PEITER, M. X. Modelo de desagregação e de geração de chuvas intensas no RS. In: Congresso Brasileiro de Engenharia Agrícola, 21º Simpósio de Engenharia Agrícola do Cone Sul, 1, 1992, Santa Maria. *Anais...* Santa Maria: Sociedade Brasileira de Engenharia Agrícola, 1992. p. 746- 753.

RODRIGUEZ-ITURBE, I.; COX, D. R.; ISHAM, V. *Some models for rainfall based on stochastic point process*. Proceedings of the Royal Society of London, London, Series A, v.410, n.1839, p. 269-288, 1987

VILLELA, S. M.; MATOS, A. *Hidrologia aplicada*. 1 ed. São Paulo: McGraw-Hill do Brasil, 1975. 245 p.

Texto submetido à RBCLima em 26/11/2015