Análise e dimensionamento de um nó de pórtico utilizando o método biela-painel e o método de biela e tirantes

Analysis and design of a port node using the connecting stringer-panel method and the strut-and-tie method

Thiago Marchi da Silva
Universidade Federal da Grande Dourados - FAEN
E-mail: thiagomarchim@gmail.com
OrcID: (https://orcid.org/0009-0004-2830-4740)

André Felipe Aparecido de Mello
Universidade Federal da Grande Dourados - FAEN
E-mail: andremello@ufgd.edu.br
OrcID: (https://orcid.org/0000-0003-0627-1904)

Recebido em: 2025-03-06
Aceito em: 2025-04-19
DOI: https://doi.org/10.30612/ipsum.v1i1.18912

RESUMO – A maioria dos elementos estruturais em concreto armado, no geral, são dimensionados conforme as hipóteses de Bernoulli, que, por sua vez é uma simplificação conceitual, onde são desprezadas as deformações causadas pelas forças cortantes além de assumir eu as seções se mantêm planas após as deformações, resultando em uma deformação distribuída linearmente ao longo da seção transversal. Entretanto, em elementos cujas tensões de cisalhamento são significativas e podem causar mudanças bruscas ao longo da seção transversal, as hipóteses de Bernoulli não devem ser consideradas. Essas regiões onde a hipótese de Bernoulli não pode ser considerada são conhecidas como regiões “D”. Sendo assim, para o dimensionamento e análise das regiões “D”, são considerados métodos alternativos, como o Método dos Elementos Finitos (MEF), Método Biela Tirante (MBT) e em menor escala, o Método Biela-Painel (MBP). Este trabalho consiste em explorar o Método Biela-Painel (MBP) utilizando ferramentas computacionais como *SPMTool*, elaborado por Mello (2022), a fim de estabelecer uma comparação com o dimensionamento do MBT, reconhecido pela norma

ABNT NBR 6118:2023. Para isso, foi desenvolvido um exemplo de nó de pórtico com pilar de seção 20 cm x 30 cm e viga de seção 20 cm x 40 cm. Esta estrutura é caracterizada por apresentar uma descontinuidade geométrica, ocorrida por uma mudança abrupta na geometria ao longo da seção do elemento estrutural. O resultado obtido pela análise entre os métodos demonstrou que o MBP é promissor para o dimensionamento das estruturas de regiões “D”, os quais proporcionaram taxa de armadura de 6,72% maior.
Palavras-chave: Método Biela Tirante; Método Biela-Painel; Nó de pórtico.

ABSTRACT – Most of the structural elements in reinforced concrete, in general, are dimensioned according to the hypotheses of Bernoulli, which is a conceptual simplification, where deformations caused by cutting forces are neglected in addition to assuming that the sections remain flat after deformation, resulting in a linear distributed deformation along the cross-section. However, in elements whose shear stresses are significant and can cause sudden changes along the cross-section, the Bernoulli hypotheses should not be considered. Those regions where the Bernoulli hypothesis cannot be considered are known as "D" regions. Therefore, for the dimensioning and analysis of "D" regions, alternative methods are considered, such as the Finite Element Method (FEM), Strut and Tie Method (STM) and, on a smaller scale, the Stringer-Panel Method (SPM). This work consists of exploring the Stringer-Panel Method (SPM) using computational tools such as *SPMTool*, developed by Mello (2022), in order to establish a comparison with the dimensioning of the MBT, recognized by the ABNT standard NBR 6118:2023. For this, an example of gantry node with pillar section 20 cm x 30 cm and beam section 20 cm x 40 cm was developed. This structure is characterized by presenting a geometric discontinuity, caused by an abrupt change in geometry along the structural element section. The result obtained by the analysis between the methods demonstrated that the MBP is promising for the design of the structures of "D" regions, which provided an armature rate of 6.72% higher.
Keywords: Strut and Tie Method; Stringer-Panel Method; Frame node.

1 INTRODUÇÃO

O concreto armado é um material constituído pela associação do concreto e da barra de aço disposta em seu interior. A união desses dois materiais se dá em razão de sua aderência entre as saliências da armadura e a rugosidade do material cimentício. Seus dois componentes garantem que o concreto armado trabalhe em conjunto: o aço assegura as áreas onde ocorrem as tensões de tração e o concreto, por sua vez, resiste aos esforços de compressão do elemento. Com tudo, devido à baixa resistência do concreto à tração, o mesmo não consegue acompanhar as grandes deformações do aço, havendo como resultado as fissurações nas áreas tracionadas, e consequentemente, os esforços de tração sejam resistidos totalmente pela armadura (Leonhardt; Mönning, 1988).

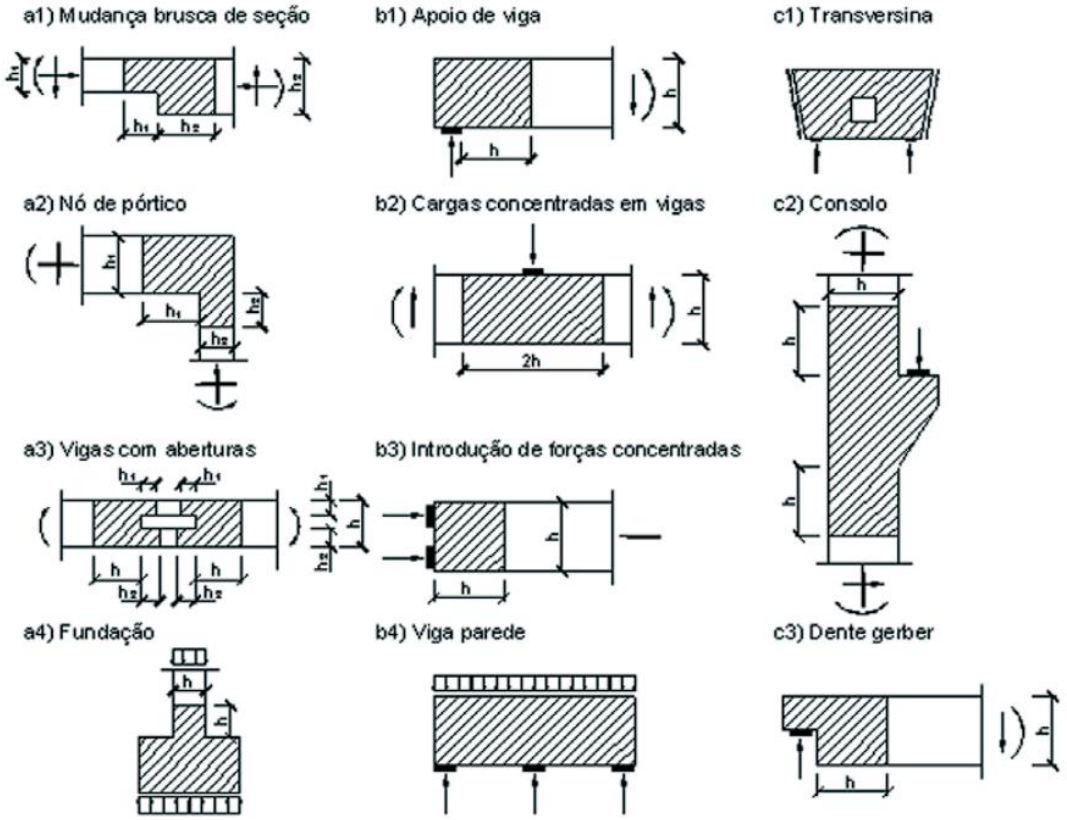
Em sua generalidade, elementos estruturais de concreto armado, podem ser dimensionados utilizando uma simplificação conceitual da hipótese de Bernoulli, onde, são desprezadas as deformações causadas pelas forças cortantes e as seções planas, após serem flexionadas, permanecerem planas ao longo do elemento estrutural. No entanto, em elementos em que a tensão de cisalhamento é significativa e essas tensões causam deformações não-planas ao longo da seção transversal, denominadas de região “D”, necessitam outros métodos de dimensionamentos (Souza, 2004).

Segundo Schlaich, Schafer e Jennewein (1987), os elementos estruturais em concreto armado se divide em dois tipos de regiões:

- Regiões “B”: regiões onde as hipóteses de Bernoulli-Euller são validadas, ou seja, regiões contínuas as quais possuem uma deformação distribuída linearmente ao longo da seção transversal. Dessa maneira, os esforços internos podem ser verificados através do equilíbrio da seção transversal, comumente dimensionada para flexões e cisalhamento, onde as tensões cisalhantes sejam uniformes e as seções permaneçam planas após a flexão.
- Região “D”: regiões de descontinuidades em que as deformações ao longo da seção transversal não possuem uma distribuição linear devido à mudança brusca em sua seção transversal, as descontinuidades geométricas, ou por efeito de aplicações de forças concentradas, descontinuidades estáticas. Portanto, para esses casos é propício que as seções não se permaneçam planas e as tensões de cisalhantes sejam uniformes.

Em um exemplo, a ABNT NBR 6118:2023 descreve situações típicas de regiões de deformações não lineares, representado pelas áreas hachuradas, de situação de descontinuidade geométrica (a), descontinuidade estática (b) e descontinuidade geométrica e estática (c), como ilustrado na Figura 1.

Figura 1 – Típicas situações de regiões “D.



Fonte: ABNT NBR 6118, 2023.

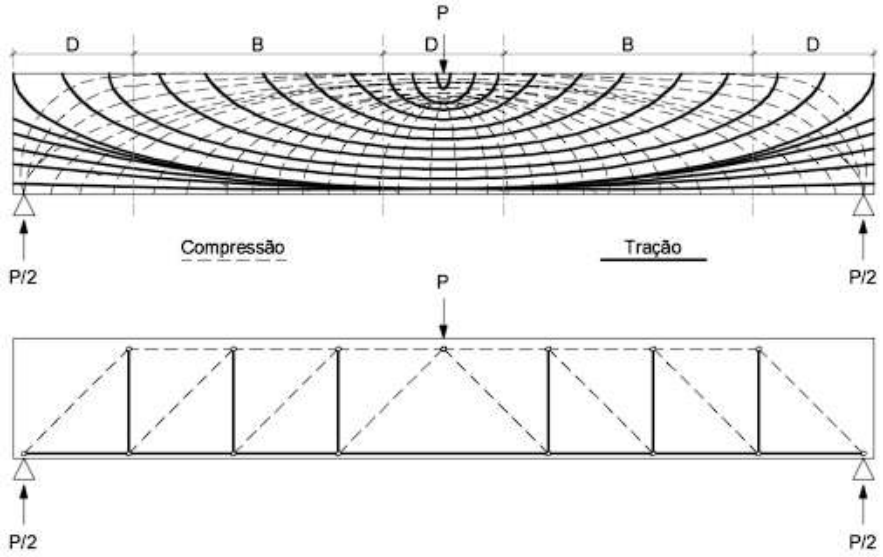
Para elementos estruturais da região “D” destacam-se os seguintes métodos de dimensionamento: Método dos Elementos Finitos, Método de Bielas e Tirantes e, em menor escala, o Método Biela-Painel (Mello, 2022). Dentre esses métodos, o trabalho abordará apenas o Método de Bielas e Tirantes (MBT) e o Método Biela-Painel (MBP).

O MBT é um método de dimensionamento e detalhamento das armaduras de elementos especiais de concreto armado. Sua origem permeia o século XX, onde Ritter e Mörsch, para o dimensionamento de vigas convencionais, basearam-se na observação do comportamento do concreto em ensaios experimentais, os quais proporão a “Analogia de Treliça” (Souza, 2004). Nesta analogia, supõe-se que a força aplicada sobre a viga de concreto armado percorre um caminho análogo ao de uma treliça até seu apoio (Aguiar, 2018).

Os trabalhos de Schlaich, Schäfer e Jennewein (1987) e Schäfer, Schlaich e Jennewein (1991) ampliaram a analogia para outros tipos de estruturas, principalmente para estruturas que possuem regiões de descontinuidade (Mello, 2015).

Silva e Giongo (2000), destacam o Modelo de Bielas e Tirantes sendo análogo a representações dos campos de tensão nos elementos estruturais de concreto armado, de modo que, os campos de tensões correspondente as compressões absorvidas pelo concreto são representadas pelas bielas e os campos de tensões de tração resistidas pelas armaduras são representados pelos tirantes. Os nós, por sua vez, correspondem ao volume de concreto que envolve as intersecções entre as bielas e o concreto. Dessa maneira, a estrutura deve se assemelhar a uma treliça, a qual satisfaz as hipóteses do teorema do limite inferior da plasticidade. A Figura 2 apresenta os campos de tensões associados ao conceito de bielas e tirantes.

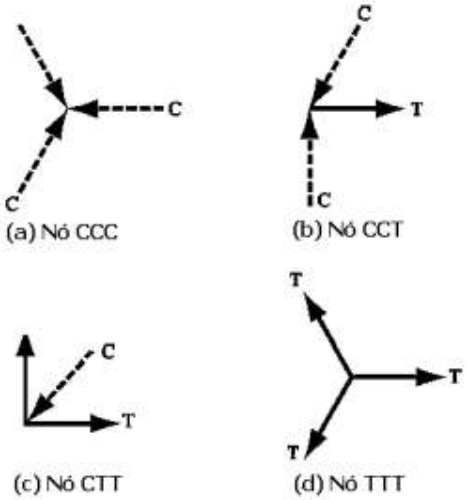
Figura 2 - Campo de tensão de compressão e tração em uma viga bi-apoiada com força centrada e o modelo equivalente a bielas e tirantes



Fonte: Aguiar, 2018.

As regiões nodais também podem ser classificadas em quatro tipos de acordo com os esforços que neles se encontram: CCC, CCT, CTT ou TTT, em que a letra “C” significa a representação de um esforço de compressão e “T” de um esforço de tração, conforme a Figura 3 ilustra (Schlaich; Schäfer; Jennewein, 1987).

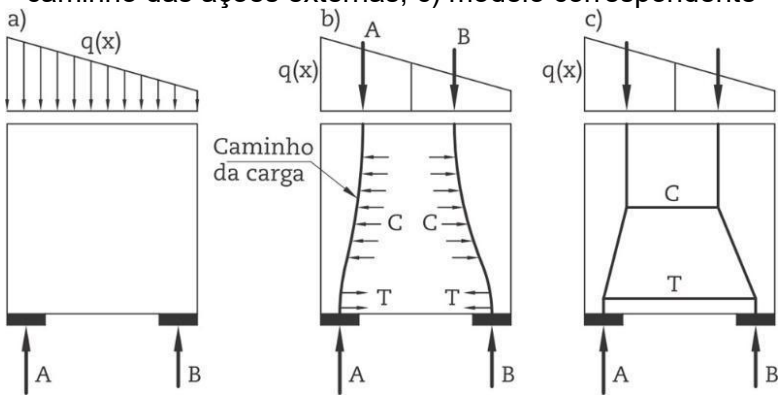
Figura 3 – Regiões nodais possíveis no MBT.



Fonte: Souza, 2004.

Silva e Giongo (2000) também destacam que os modelos de bielas e tirantes podem ser desenvolvidos por meio do fluxo de cargas no interior da estrutura através do caminho de carga. As ações distribuídas no contorno de uma região devem ser substituídas por forças concentradas equivalentes, de maneira que as cargas de um lado da estrutura, após percorrerem um caminho de carga, encontrem do outro lado ações que as equilibrem, de maneira que as duas cargas opostas se interceptam por um caminho mais curto possível. A Figura 4 ilustra um exemplo de aplicação do processo do caminho de carga.

Figura 4 – Método do caminho de carga em uma viga parede: a) a estrutura e suas ações; b) caminho das ações externas; c) modelo correspondente



Fonte: Adaptado de Schlaich, Schafer e Jennewein, 1991.

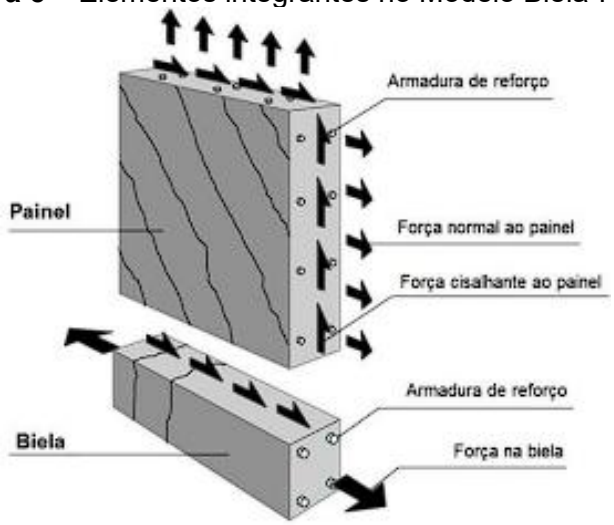
Atualmente o MBT é recomendado pela norma ABNT NBR 6118:2023, e seus parâmetros de resistência de cálculo serão apresentados na metodologia do trabalho.

Já o MBP foi empregado na década de 30 na engenharia mecânica e sendo aplicado na indústria aeronáutica na montagem de asas e fuselagem de aeronaves (Argyris; Kelsey, 1960). Já na engenharia civil, o modelo tridimensional para a análise de vigas solicitadas genericamente foi desenvolvido por Rabbat e Collins (1978) *apud* Simone, (1998), a qual, a viga era modelada por quatro bielas, representando a armadura longitudinal capaz de resistir aos momentos fletores e as forças normais, e quatro painéis que representavam o concreto responsável pela absorção dos momentos torsores e das forças cortantes (Souza, 2004).

De acordo com Nielsen e Hoang (2011), assim como o MTB, o MBP tem como base os princípios do Teorema do Limite Inferior da Teoria da Plasticidade, para isso o material não deve ser levado aos limites plásticos e o fluxo de tensão seja estável estaticamente.

O método consiste em modelar a estrutura bidimensional de concreto armado em bielas e painéis quadrangulares. Neste método, as bielas possuem o papel de transmitir os esforços normais de compressão (escoras) ou tração (tirantes) em um determinado trecho da estrutura, e os painéis são responsáveis por absorver as forças cortantes (Souza,2004). A Figura 5 apresenta os componentes do MBP.

Figura 5 – Elementos integrantes no Modelo Biela-Painel



Fonte: Adaptado de Blaauwendraad e Hoogenboom, 1997.

Ao final da década de 1990, Blaauwedraad e Hoogenbom (1997,2002) e Hoogenbom (1998), desenvolveram um programa baseado nas análises elásticas e não-lineares, *SPanCAD*, que visa dimensionar elementos de Região “D” através do MBP (Mello, 2022).

Mello (2022) ainda desenvolveu o programa *SPMTool* (*Stringert-Panel Modelling*). O programa serve como um complemento para as versões mais recentes do *AutoCAD* e possui o intuito de ser uma alternativa para o dimensionamento e verificação de elementos isolados de concreto armado. O programa realiza uma análise elástica linear, auxiliando o dimensionamento dos elementos isolados de concreto armado, e uma análise não-linear, para simular as aberturas das fissuras, deslocamento e capacidade de carga. As principais melhorias do programa em relação ao *SPanCAD* são: capacidade de dividir elementos; escolher o modelo constitutivo do concreto entre Teoria do Campo de Compressão Modificado, Modelo de Campo de Tensão Perturbado e Modelo de Membrana Atenuado; usar diferentes tipos de aço em cada elemento; modificar os parâmetros de análise não-linear; e visualizar resultados de elementos isolados.

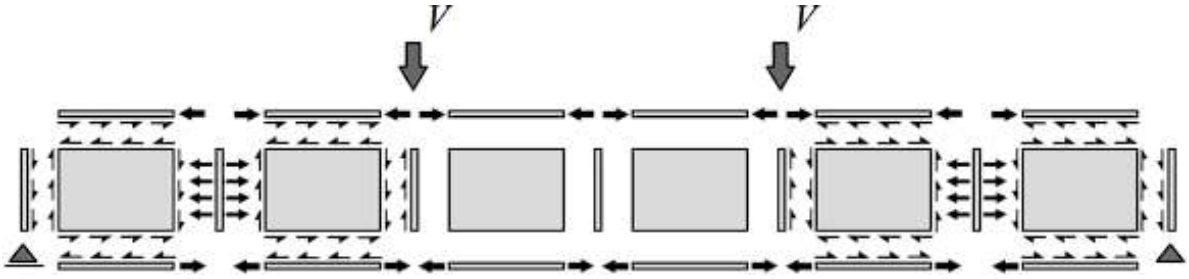
A justificativa desse trabalho se dá ao pouco acolhimento que o Método Biela-Painel recebe no Brasil, havendo destaque apenas para os trabalhos de Souza (2004, 2011, 2012), Mello (2015, 2022), Mello e Souza (2016) e Silva (2004). Além disso, Mello (2022) dimensiona com sucesso estruturas de vigas-parede, consolos curtos e vigas com furo, através do programa *SPMTool*. No entanto, o programa ainda depende da análise de resultados de outros tipos de estruturas, como sapatas, pilares e nós de pórticos.

Este trabalho tem como objetivo explorar exemplos de aplicação do programa *SPMTool* em elementos de concreto armado, segundo as diretrizes da norma ABNT NBR 6118:2023, e comparar os resultados com o MBT recomendado pela norma brasileira.

2 METODOLOGIA

Os elementos no modelo do MBP dispõem de bielas e painéis. As bielas, por sua vez, podem ser dispostas em sentido vertical ou horizontal. No entanto, em casos em que a estrutura possui seção transversal variável, elas também podem estar assentadas em sentido inclinado, como é o caso de estruturas do tipo sapata. Já os painéis devem estar localizados entre quatro bielas, trabalhando em regime de cisalhamento puro em intensidade uniforme, com malhas ortogonais de armaduras capazes de absorver as forças cortantes do elemento, conforme ilustrado na Figura 6.

Figura 6 – Viga biapoiada em condições de equilíbrio no Modelo Biela-painel

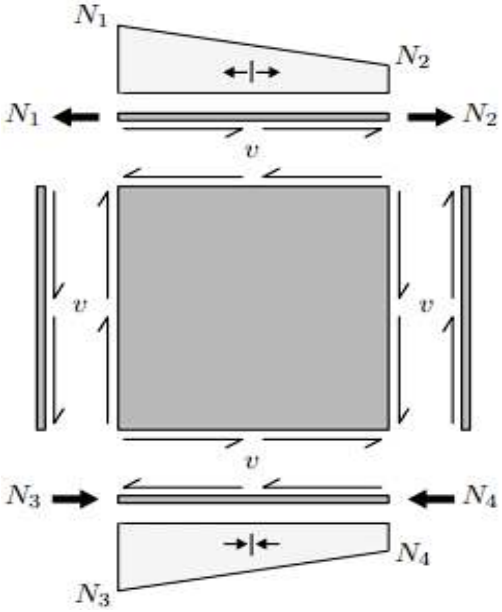


Fonte: Blaauwendraad e Hoogenboom, 1997.

Souza (2004) afirma que, para os casos em que as bielas estiverem sendo comprimidas, a tensão presente no concreto deve ser verificada e, caso seja ultrapassada, a biela necessitará de uma armadura de confinamento, fim de aumentar sua resistência à compressão. Porém, para os casos em que a biela estiver sendo tracionada, a resistência à tração do concreto deve ser desprezada e, com isso, a quantidade de armadura necessária para combater a força normal deve ser determinada.

Para Blaauwendraad e Hoogenboom (1997) as forças cortantes possuem o mesmo valor por unidade de comprimento em qualquer posição e trabalham entre as bielas e os painéis, assim como representado na Figura 7. Hoogenboom (1998) ainda determina que, na análise linear os painéis absorvem somente as forças cisalhante, porém, no modelo não linear, os painéis absorvem esforços normais e cisalhantes, o que torna uma situação mais próxima da real.

Figura 7 – Comportamento linear das forças normais nas bielas

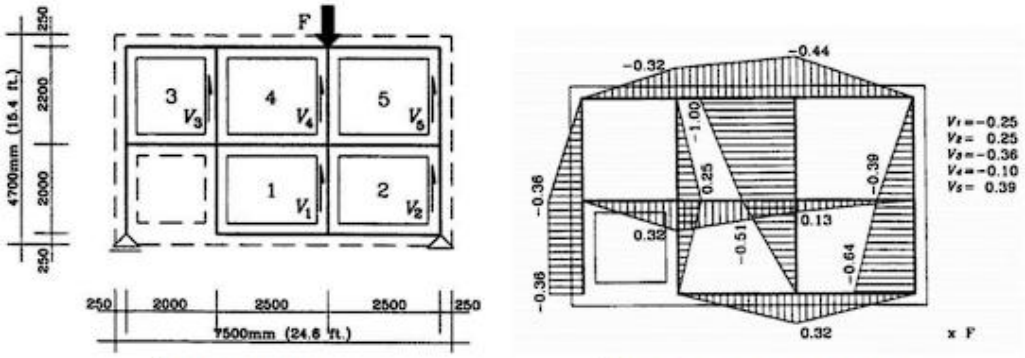


Fonte: Adaptado de Hoogenboom, 1993.

Uma vez definido o MBP, deve-se realizar uma análise linear da estrutura, sem levar em conta a perda de rigidez, ou seja, verificando se os materiais aço e concreto, que compõem as bielas e os painéis, possuem comportamento elástico linear. Em seguida, o dimensionamento da armadura é realizado de maneira que a estrutura possa resistir aos esforços solicitados e as tensões de compressão no concreto possam ser verificadas. Ao término do dimensionamento, a análise não-linear é realizada uma simulação do comportamento de carga e deslocamento, a fim de observar a fissuração do concreto e escoamento das armaduras (Silva, 2004).

A Figura 8 representa a geometria do Modelo Biela-Painel para uma viga parede com um furo em sua alma e os esforços atuantes no modelo linear na mesma.

Figura 8 – Geometria (a) e Esforços no modelo linear de uma Viga-Parede analisada pelo MBP (b)



(a) Geometria (b) Esforços no modelo linear

Fonte: Hoogenboom, 1993.

Para o efetivo dimensionamento do MBP, é necessário a delimitação das bielas e dos painéis. Um modelo viga-parede genérica biapoiada está apresentado na Figura 9. O modelo está sujeito a um carregamento (PP) situado a uma distância (xx) dos apoios, comprimento (ll), largura ($b_w b_w$) e altura (hh). A distância em que a força de cisalhamento atua é determinada pelo espaço entre os eixos das bielas superiores e inferiores, ou seja, a altura efetiva ($h_e h_e$) e o comprimento efetivo ($l_e l_e$) dados, conforme Mello (2015), pela a Equação 1 a seguir:

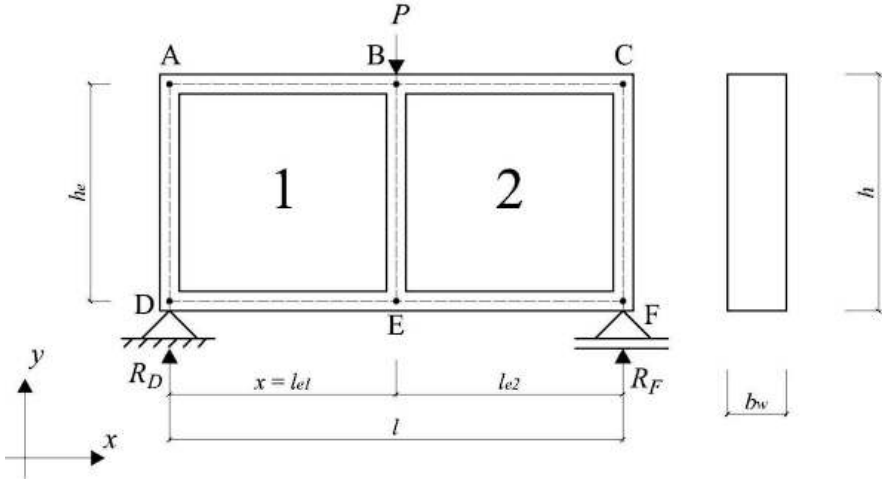
$$h_e = h - \left(\frac{h_{bs} + h_{bi}}{2}\right) \quad (1)$$

em que:

$h_{bs} h_{bs}$: altura da biela superior;

$h_{bi}h_{bi}$: altura da biela inferior.

Figura 9 – Exemplo de viga-parede



Fonte: Mello, 2015.

As alturas das bielas superiores e inferiores são definidas a partir das recomendações da ABNT NBR 6118:2023. Para viga-parede, as armaduras de flexão devem ser distribuídas a 15% da altura total da viga. No entanto, para o modelo de nó de pórtico, foram adotados 10% de sua altura total ($0{,}10h0{,}10.h$) visto sua menor altura.

Os painéis, por sua vez, devem estar dispostos de maneira que trabalhem totalmente em regime de cisalhamento puro nos vazios das bielas já estabelecidas. Essa condição é atendida, segundo Mello (2015), quando a relação entre as dimensões efetiva dos painéis é de 1,0 a 1,5, conforme a Equação 2:

$$1{,}0 \leq \frac{h_e}{l_e} \leq 1{,}5 \tag{2}$$

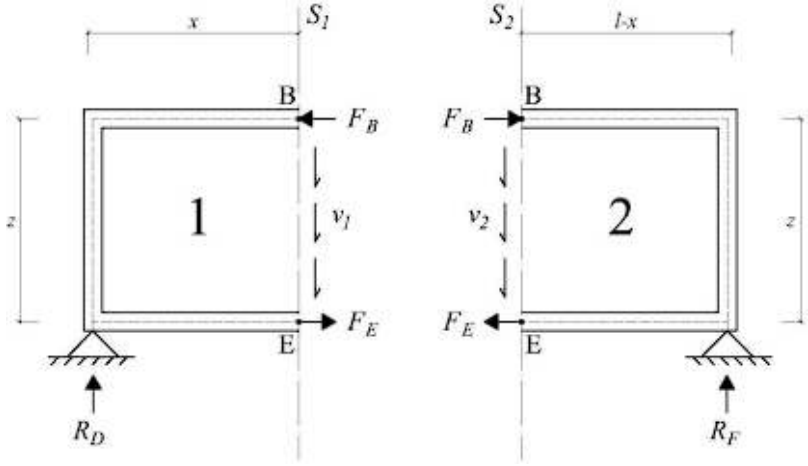
para:

$h_e > l_e h_e > l_e$.

Nesse caso, é possível determinar os esforços do elemento estrutural através da aplicação das equações de equilíbrio estáticas, separando a seção anterior e posterior do ponto de aplicação de carga (P). A Figura 10 apresenta a força normal de compressão

($F_B F_B$), que comprime a biela superior no ponto (B), e a força normal de tração ($F_E F_E$), que traciona a biela inferior no ponto (E). Além disso, (υ_1) e (υ_2) representa a força de cisalhamento que atua ao longo do comprimento do painel 1 e 2.

Figura 10 – Esforços atuantes no modelo biela-painel

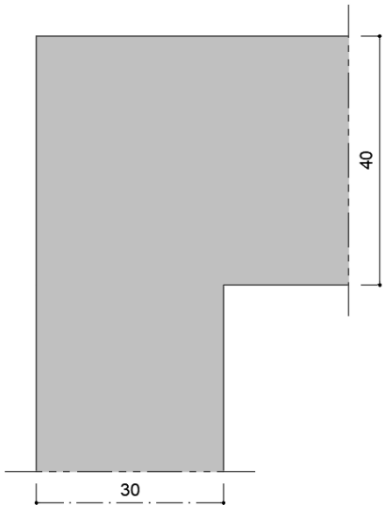


Fonte: Mello, 2015.

2.1 Modelo nó de pórtico

No dimensionamento da estrutura exemplo, serão considerados um pilar de canto de seção 20 cm x 30 cm e uma viga de 40 cm x 20 cm e comprimento de 5 m, ilustrada na Figura 11 a seguir:

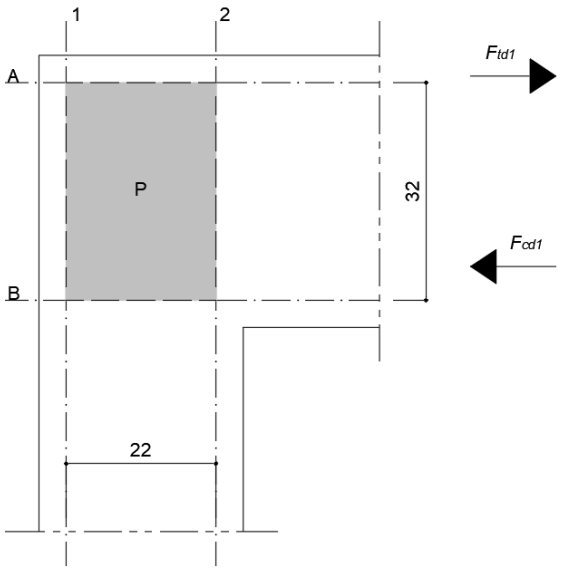
Figura 11 – Geometria da estrutura analisada



Fonte: Autor, 2024.

O dimensionamento através do MBP, com o elemento submetido a um momento negativo, e a decomposição do elemento em bielas e painéis, ocorreram com base em esforços internos, onde foram determinados os esforços de tração nas bielas inferiores, e compressão, nas bielas superiores. Sua configuração está disposta em 1 painel de 32 cm x 22 cm, onde se obedece às condições de cisalhamento puro, e 4 bielas de 8 cm x 20 cm, como a Figura 12 ilustra.

Figura 12 – Modelo nó de pórtico MBP

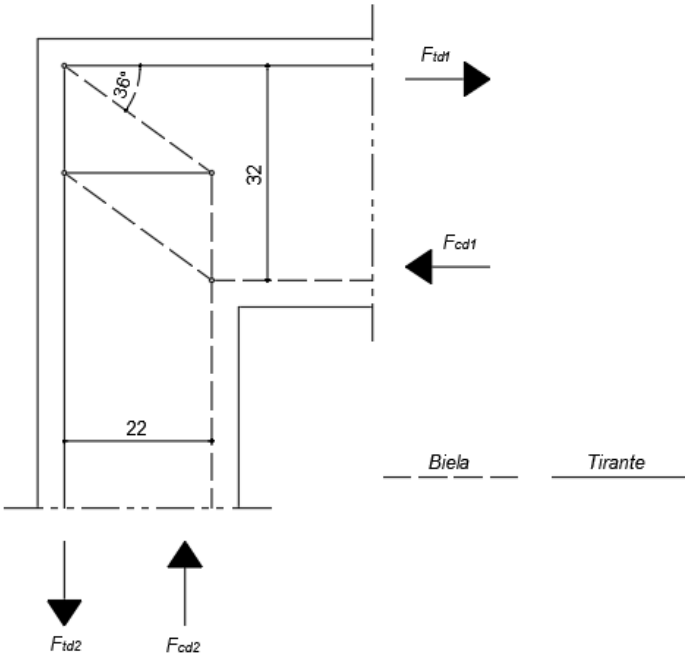


Fonte: Autor, 2024.

Já no desenvolvimento do MBT, visando manter um modelo próximo ao MBP, a distância entre a escora superior e o tirante inferior (zz) foi calculado utilizando a Equação 12. Para que a inclinação entre o eixo da biela e o eixo horizontal seja razoável, o ângulo

deve ser ajustado de uma maneira que não seja menor que 30° ou maior 45°, conforme Santos (2021). A Figura 13 demonstra o modelo desenvolvido nesse trabalho.

Figura 13 – Modelo nó de pórtico MBT



Fonte: Autor, 2024.

2.2 Dimensionamento dos tirantes

Os tirantes presentes no interior do elemento estrutural podem estar sujeitos a forças normais de tração ou de compressão. Admitindo-se que o concreto não possui resistência sob efeito de tração e que esses esforços são absorvidos apenas pelo aço, a área de aço ($A_S A_S$) necessário para resistir aos esforços de tração depende do esforço normal de cálculo tracionado ($N_{d,t} N_{d,t}$) e a tensão de escoamento de cálculo do aço ($f_{yd} f_{yd}$) é obtida pela Equação 3:

$$A_S = \frac{N_{d,t}}{f_{yd}} \tag{3}$$

Em casos de elementos de região “D” para o cálculo dos esforços em Estado Limite Último (ELU), as normas ABNT NBR 8681:2003 e NBR 6118:2023 recomendam a utilização de um coeficiente de ponderação adicional ($\gamma_n \gamma_n$) de 1,1 e o coeficiente de ponderação das ações de estado limite último ($\gamma_f \gamma_f$) de 1,4. A Equação 4 descreve o valor de cálculo normal ($N_d N_d$) em função do valor característico do esforço considerado ($N_k N_k$) é dada a seguir:

$$N_d = 1{,}54 \cdot N_k \tag{4}$$

2.3 Verificação da compressão nas bielas e regiões nodais

Para o caso de compressão da biela, a verificação da tensão na biela de concreto ($\sigma_b \sigma_b$) não ultrapasse a resistência de compressão do concreto utilizasse à Equação 5:

$$\sigma_b = \frac{N_{d,c}}{h_b b_w} \leq f'_{cd} \tag{5}$$

o qual:

$N_{d.c} N_{d.c}$: valor de cálculo dos esforços em compressão;

$h_b h_b$: altura da biela;

$b_w b_w$: largura da seção transversal do elemento estrutural;

$f'_{cd} f'_{cd}$: valor da resistência à compressão reduzida do concreto.

Na comparação do dimensionamento das bielas para a verificação das tensões de compressão, será utilizado os critérios definidos na ABNT NBR 6118:2023. A qual estabelece um fator de efetividade do concreto (α_{v2}), calculado através da Equação 6:

$$\alpha_{v2} = 1 - \frac{f_{ck}}{250} \tag{6}$$

em que, (f_{ck}) representa a resistência característica do concreto.

A norma brasileira define os parâmetros para verificação de compressão máxima para a resistência à compressão do concreto ($f'_{cd} f'_{cd}$) nos seguintes tipos de bielas:

Em bielas prismáticas, ou nós CCC, Equação 7:

$$f_{cd1} = 0{,}85 \cdot \alpha_{v2} \cdot f_{cd} \tag{7}$$

Em bielas atravessadas por mais de um tirante, ou nós CTT ou TTT, Equação 8:

$$f_{cd2} = 0{,}60 \cdot \alpha_{v2} \cdot f_{cd} \tag{8}$$

Em bielas atravessadas por um único tirante, ou nós CCT, Equação 9:

$$f_{cd3} = 0{,}72 \cdot \alpha_{v2} \cdot f_{cd} \tag{9}$$

Para a verificação da resistência à compressão diagonais do concreto, é utilizado o modelo de vigas, modelo de cálculo II, apresentado no item 17.4.2.3 da NBR 6118:2023, afim de conferir sua estaticidade, dada pela seguinte Equação 10:

$$V_{sd} \leq V_{rd2} = 0{,}54 \cdot \alpha_{v2} \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot d \cdot sen^2\theta \cdot (cotg\alpha + cotg\theta) \tag{10}$$

onde V_{sd} V_{sd}é à força de cisalhamento de cálculo.

A armadura transversal resistente à força cortante no MBT é mais conservadora do que a NBR 6118:2023, por não considerar a parcela da força cortante resistida pelo concreto, por tanto, para o cálculo dos estribos é utilizado à Equação 11, Aguiar (2018):

$$\frac{A_{Sw}}{s} = \frac{V_{sd}}{z \cdot cotg\theta \cdot f_{yd}} \tag{11}$$

A determinação do braço de alavanca (z)da seção (z) mais solicitada a flexão, segue à Equação 12 e Equação 13, para determinar a profundidade do bloco comprimido $(x'x)$:

$$z = d - \frac{x'}{2} \tag{12}$$

$$x' = d - \sqrt{d^2 - \frac{2Md}{bw.fcd1}} \tag{13}$$

em que, (dd) é a altura útil do elemento e (M_dM_d) momento fletor máximo.

3.4 Dimensionamento dos painéis

Segundo Mello (2022), Devido ao estado de cisalhamento puro do painel e considerando as equações simplificadas da teoria modificada do campo de compressão, o elemento sujeito a tensão de cisalhamento $(\tau_{dxy}\tau_{dxy})$ necessitará de uma armadura distribuídas na direção longitudinal $(A_{Sx}A_{Sx})$ e transversal $(A_{Sy}A_{Sy})$. Sendo que os valores de cálculo das tensões de escoamento das armaduras na direção $x\ QUOTE\ x$ e na direção y, ou seja, respectivamente f_{ydx} e $f_{ydy}f_{ydy}$,deve obedecer a limitação da Equação 14:

$$\underline{\tau}_{cd} = \frac{\sqrt{f_{ck}}}{\gamma_c} \leq \frac{8}{\gamma_c} MPa \tag{14}$$

Por viés econômico, adota-se armaduras iguais nas duas direções, assim, a taxa de aço na direção $x\ x$é a mesma que da direção yy, isto é, $\rho_{sx} = \rho_{sy} = \rho_s\ \rho_{sx} = \rho_{sy} = \rho_s$e $f_{ydx} = f_{ydy} = f_{yd}f_{ydx} = f_{ydy} = f_{yd}$. Mello (2022) recomenda um processo interativo de dimensionamento, o qual considera as equações simplificadas da Teoria Modificada do Campo de Compressão para se obter a taxa de armadura $\rho_s\rho_s$.

Para isto, estima-se a deformação normal $\varepsilon_x\varepsilon_x$, na seção de momento máximo no modelo, Equação 15:

$$\varepsilon_x = \frac{1}{2\ E_S\ A_S}\left(\frac{M_d}{z} + V_d\right) \tag{15}$$

I. Determina-se a taxa inicial ρ_0 por meio do modelo plástico de treliça, Equação 16:

$$\rho_0 = \frac{\tau_{dxy}}{f_{yd}} \tag{16}$$

II. Calcular o distanciamento s_{xe}, o coeficiente β, a tensão τ_{ci} e o ângulo θ_{ci}, representada nas respectivas Equações 17,18,19 e 20:

$$s_{xe} = k_s\left(21 + 0{,}155\frac{\phi_{sx}}{\rho_{sx}}\right); \quad k_s = \frac{35}{\phi_a + 16} \tag{17}$$

$$\beta = \frac{0{,}4}{1 + 1500\varepsilon_x}\frac{1300}{1000 + s_{xe}} \tag{18}$$

$$\tau_{ci} = \beta\sqrt{f'_c} \tag{19}$$

$$\theta_{c_1} = 90° - (29° + 7000\varepsilon_x)\left(0{,}88 + \frac{s_{xe}}{2500}\right) \geq 25° \tag{20}$$

III. Encontrar a nova taxa ρ_{si}, Equação 21ρ_{si}:

$$\rho_{si} = \frac{\tau_{dxy} - \beta\underline{\tau}_{cd}}{f_{yd}} cotg(\theta_{c1}) \tag{21}$$

IV. Comparar ρ_{si} com a estimativa anteriorρ_{si-1}, ρ_{si-1} com um erro tolerável de 0,001%, Equação 22:

$$\left|\rho_{si} - \rho_{si-1}\right| \leq 0{,}001\% \tag{22}$$

Para o caso que a condição ser satisfeita, a nova taxa ρ_{si} é adotada para as duas direções. No caso da condição não for satisfeita, deve-se repetir o passo III até a condição V ser satisfeita.

A tensão de compressão do concreto pode ser determinada a partir do modelo plástico de treliça, desprezando a tensão de tração entre as fissuras. Essa tensão é dada pela Equação 23:

$$\sigma_{c2} = -\tau_{dxy}\left(tan\ tan\ \square_{c_1} + cot\theta_{c_1}\right) \tag{23}$$

Devido ao efeito abrandamento provocada pelas tensões transversais de tração, a tensão ($\sigma_{c2}\sigma_{c2}$) será limitada a um valor reduzido de resistência a compressão do concreto ($f_{cd2}f_{cd2}$), Equação 24:

$$\sigma_{c2} \leq f_{cd2} \tag{24}$$

2.5 Parâmetros de cálculo

A carga (F_dF_d) que será adotada pelo trabalho, seguirá as recomendações da ABNT NBR 6118:2023, no estado limite último (ELU) e as ações determinadas segundo a ABNT NBR 6120:2019. As cargas distribuídas na viga e seu diagrama de momento e da cortante podem ser vistas em Apêndice na Figura A.1.

A armadura mínima da seção longitudinal ($A_{S,min}A_{S,min}$) também será comparada com o dimensionamento conforma as recomendações da norma brasileira ABNT NBR 6118:2023, sendo 0,15% da seção da área de concreto do elemento, assim como à Equação 25 ilustra.

$$A_{S,min} = 0{,}15\%.\, b_w.\, h \tag{25}$$

A armadura mínima da seção transversal ($A_{Sw,min}A_{Sw,min}$) utilizada para verificação da armadura resistente à força cortante obedece à Equação 26 da NBR 6118:2023:

$$\frac{A_{Sw,min}}{s} = 0{,}06\frac{f_{ck}^{\frac{2}{3}}}{f_{yd}} b_w sen\alpha \tag{26}$$

ondeα α é o ângulo de inclinação do estribo.

A taxa de armadura adotada no painel ($\rho_{s,adot}\rho_{s,adot}$) dependerá do diâmetro da barra, do espaçamento entre elas, de forma que satisfaça à Equação 27:

$$\rho_{s,adot} = \frac{A_S}{b_w.\, 100} \tag{27}$$

Quanto às propriedades dos materiais, foram considerados: concreto classe C30 e aço CA-50 e os coeficientes de ponderação da resistência de cálculo do concreto ($\gamma_c f_{cd}$) e do aço ($\gamma_s f_{yd}$) respectivamente 1,4 e 1,15, conforme as recomendações da ABNT NBR 6118:2023. O Quadro 1 descreve os parâmetros utilizados para o experimento.

Quadro 1 – característica dos materiais utilizado

Concreto C30			**Aço CA-50**		
Resistência característica (f_{ck})	30,00	MPa	Resistência característica (f_{yk})	500,00	MPa
Resistência de cálculo (f_{cd})	21,43	MPa	Resistência de cálculo (f_{yd})	434,78	MPa
α_{v2}	0,88		Módulo de Elasticidade (E_s)	210,00	GPa
Resistência reduzida (f_{cd1})	16,03	MPa	Deformação plástica (ε_y)	2,07	‰

Resistência reduzida (f_{cd2})	11,31	MPa	Deformação última (ε_{su})	10,00	‰
Resistência reduzida (f_{cd3})	13,58	MPa			
Resistência característica à tração (f_t')	2,02	MPa			
Módulo de Elasticidade (E_c)	25,92	GPa			
Deformação plástica (ε_c')	2,00	‰			
Deformação última (ε_{cu})	3,50	‰			

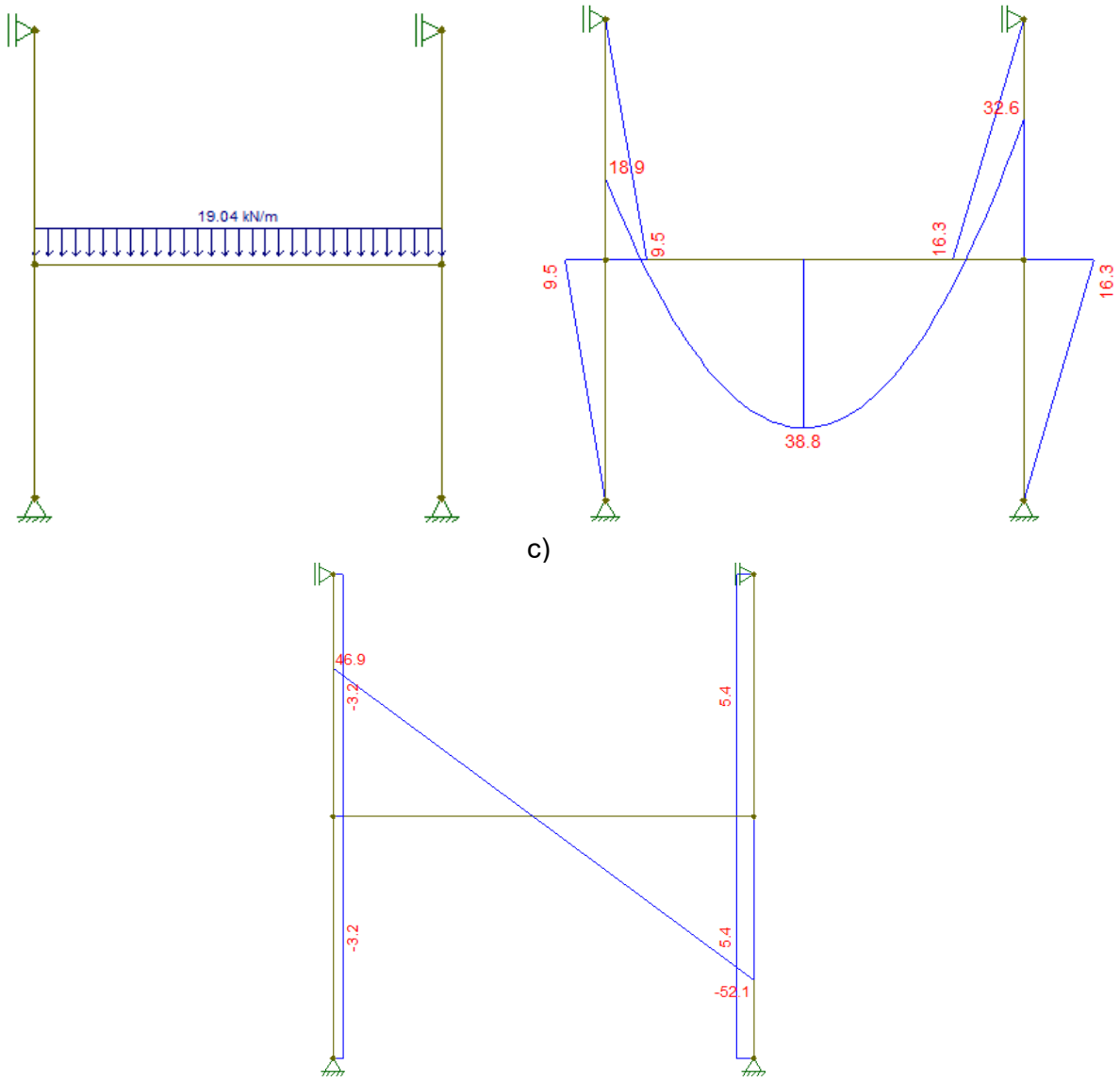
Fonte: Autor, 2024.

3 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Com base na geometria adotada e a análise dos diagramas de momento apresentados na Figura 14.b, o Quadro 2 apresenta o dimensionamento da armadura longitudinal através do MBP, levando em conta o momento presente na estrutura e as força máxima nas bielas (FF), calculada pela relação do momento fletor máximo ($M_d M_d$) e a altura efetiva da viga ($h_e h_e$) obtida pela Equação 1. A força de tração crítica na biela, já majorada pela Equação 4, é representada por ($N_{d,t}$) e as áreas de armadura transversais calculada ($A_{S,cal} A_{S,cal}$) e mínima ($A_{S,min} A_{S,min}$) são determinadas pelas respectivas Equações 3 e 25, seguindo os parâmetros apresentados no trabalho da Quadro 1.

Figura 14 – Cargas e diagrama de momento na Viga exemplo: a) Cargas distribuídas estimadas; b) Diagrama de momento e c) Diagrama de cortante

a) b)



c)

Fonte: Autor, 2024.

Quadro 2 - Dimensionamento das bielas pelo método MBP

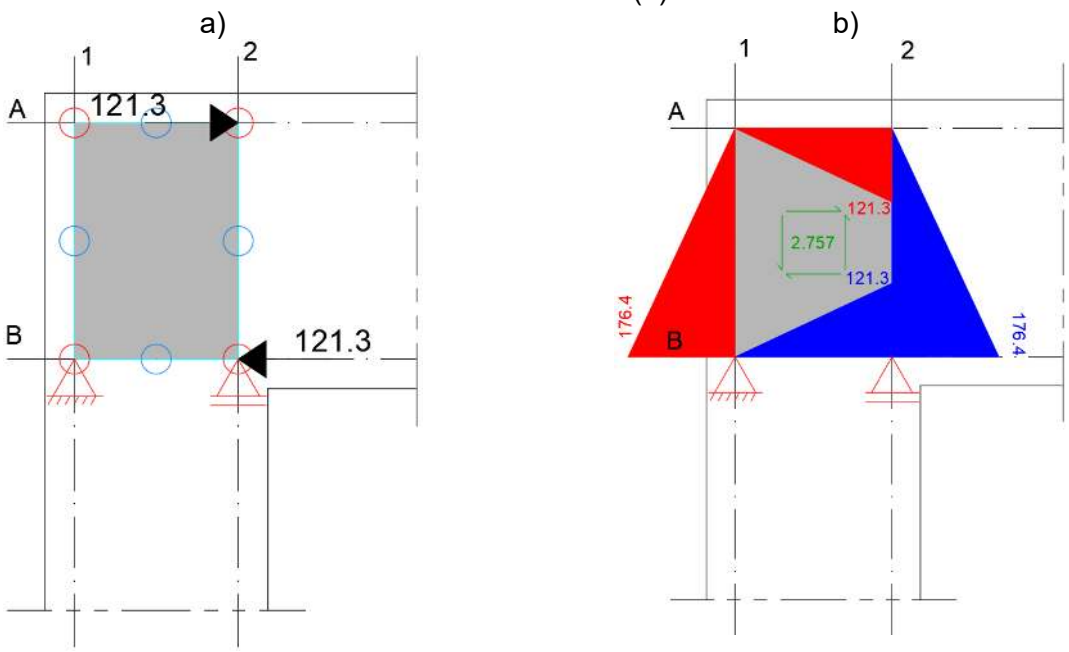
Biela	M_d $(kN.m)$	h_e (m)	F (kN)	$N_{d,t}$ (kN)	$A_{S,min}$ (cm^2)	$A_{S,cal}$ (cm^2)	$A_{S,adot}$ (cm^2)
Vertical no apoio	38,8	0,32	121,3	176,4	1,20	4,06	4,91 (4ø12,5 mm)

Fonte: Autor, 2024.

O programa *SPMTool* foi utilizado para determinar a tensão de cisalhamento no painel ($\tau_{dyx}\tau_{dyx}$) e determinar as forças de cada biela. O modelo utilizado está no programa está representado pela Figura 15.a. A análise linear, em ELU, pode ser conferida na Figura 15.b, a qual apresenta um diagrama de esforços no elemento, com as

forças de compressão em azul e as forças de tração em vermelho, além das tensões de cisalhamento localizadas no centro do painel.

Figura 15 – Modelo de dimensionamento do MBP no programa *SPMTool* (a) e Esforços no elemento no MBP (b)



Fonte: Autor, 2024.

Após encontrar a tensão de cisalhamento necessária para calcular a taxa de armadura inicial do painel no processo iterativo, com o intuito de diminuir a taxa de armadura calculada pelo modelo plástico de treliça, apresentado em 3.4. A iteração pode ser conferida resumidamente através do Quadro 3, onde no final do processo se obteve uma taxa 7,21% menor que a definida inicialmente.

Quadro 3 - Processo de iteração de dimensionamento do painel

i	ε_x	$\rho_{s_{i-1}}$	$s_{xe}\ (mm)$	β	$\tau_{ci}\ (MPa)$	θ_{c_1} (º)	ρ_{s_i}	**Erro**
1	2,35 (10^{-3})	0,634%	265,44	0,09	0,34	43,86	0,580%	-
2	2,35 (10^{-3})	0,580%	288,32	0,08	0,34	43,43	0,590%	0,010%
3	2,35 (10^{-3})	0,590%	283,71	0,08	0,34	43,52	0,588%	0,002%
4	2,35 (10^{-3})	0,588%	284,63	0,08	0,34	43,50	0,588%	0,000%

Fonte: Autor, 2024.

Com a taxa de armadura do painel ($\rho_s \rho_s$) determinada, o Quadro 4 apresenta a armadura transversal adotada, sendo que a taxa de armadura encontrada no método de iteração será utilizada para as duas direções de armadura do painel, já que a mesma se trata da situação economicamente viável.

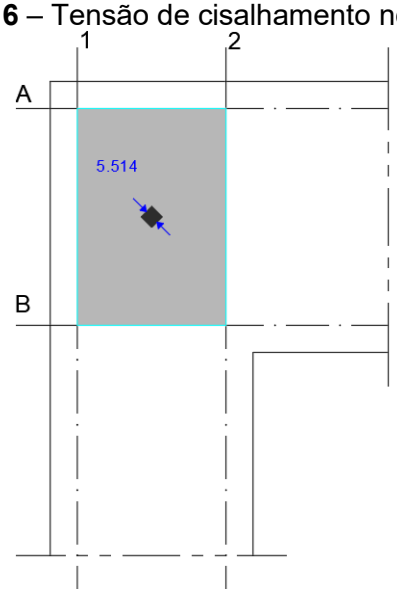
Quadro 4 – Dimensionamento da armadura no painel

Direção	Painel	$\tau_{dyx}\ (MPa)$	$\rho_{Sw,cal}$	$\rho_{Sw,adot}$
X	-	2,76	0,588%	0,604% 12,08 (ø10,0mm c/ 13cm)
Y	1	2,76	0,588%	0,604% 12,08 (ø10,0mm c/ 13cm)

Fonte: Autor, 2024.

Em seguida, é realizada uma segunda análise linear para a verificação das tensões do concreto, a qual depende da quantidade de barras adotadas em suas direções. Esta tensão pode ser conferida na Figura 16. A verificação de tensões do elemento estrutural está presente resumidamente no Quadro 5, de forma que apresenta o local da biela e do painel, a sua tensão respectiva ($\sigma_{cd,max} \sigma_{cd,max}$) definido pela relação da força atuante e a área da seção transversal e a tensão limite ($\sigma_{lim} \sigma_{lim}$), determinada a partir das Equação 8.

Figura 16 – Tensão de cisalhamento no concreto



Fonte: Autor, 2024.

Quadro 5 – Verificação das tensões do concreto

Elemento	Local	$\sigma_{cd,max}\ (MPa)$	$\sigma_{lim}\ (MPa)$	Verificação
Biela Horizontal (8 x 20)	B1-2	7,58	11,31 (f_{cd_2})	OK

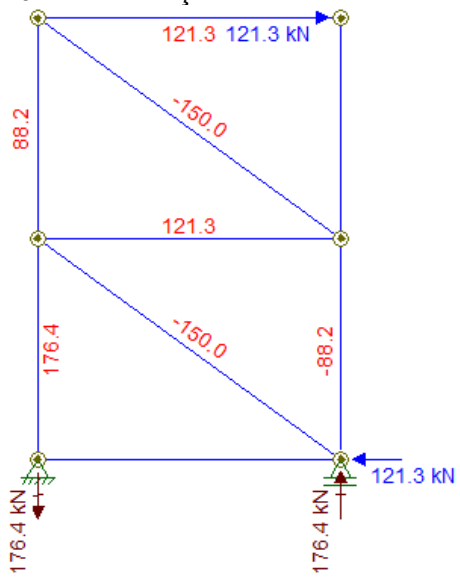
Bielas Vertical (8 x 20)	2A-B	11,03	11,31 (f_{cd_2})	OK
Painel	P1	5,51	11,31(f_{cd_2})	OK

Fonte: Autor, 2024.

A comparação da armadura é realizada a partir das recomendações da norma brasileira ABNT NBR 6118:2023 para regiões “D” através do método MBT. O modelo de treliças utilizado pode ser visualizado na Figura 13.

Após a elaboração do modelo, a análise da armadura seguiu o diagrama de força normal, através do software *FTool*, tendo em vista o ponto de maior intensidade de momento fletor na estrutura, dessa forma são obtidas as forças de tração determinada no tirante e compressão presentes nas bielas de forma semelhante ao MBP. O diagrama dos esforços nas bielas e nos tirantes é apresentado na Figura 17.

Figura 17 – Esforços no elemento no MBT



Fonte: Autor, 2024.

Finalizado o diagrama normal, é realizado o dimensionamento para o modelo de treliças adotados, utilizando a Equação 3, determina-se a área da armadura longitudinal dos tirantes. Já para determinar a armadura transversal, é utilizada a Equação 11, de dimensionamento de estribos do MTB para vigas. O Quadro 6 demonstra de forma simplificada os cálculos das armaduras adotadas para o MBT.

Quadro 6 – Dimensionamento da armadura pelo MBT

Armadura longitudinal			**Armadura transversal**		
$A_{S,min}$	$A_{S,cal}$	$A_{S,adot}$	$A_{Sw,min}$	$A_{Sw,cal}$	$A_{Sw,adot}$

(cm^2)	(cm^2)	(cm^2)	$\left(\frac{cm^2}{m}\right)$	$\left(\frac{cm^2}{m}\right)$	$\left(\frac{cm^2}{m}\right)$
1,20	4,64	4,91 (4 ø12,5 mm)	2,32	12,51	13,09 (ø10,0mm c/ 12 cm)

Fonte: Autor, 2024.

A barra de aço central do modelo MBT adotado é distribuída conforme a Equação 28. Dessa forma, a armadura adotada na horizontal satisfaz o equilíbrio estático do elemento estrutural. O Quadro 7 ilustra, de forma resumida, o dimensionamento da armadura horizontal.

$$\frac{A_{Sh,cal}}{z} = \frac{\left(\frac{N_{d,t}}{f_{yd}}\right)}{z} \leq \frac{A_{Sh,adot}}{s} \tag{28}$$

Quadro 7 – Dimensionamento da armadura horizontal pelo MTB

$N_{d,t}\ (kN)$	$z\ (m)$	$\frac{A_{Sh,cal}}{z}\left(\frac{cm^2}{m}\right)$	$\frac{A_{Sh,adot}}{s}\left(\frac{cm^2}{m}\right)$	**Verificação**
121,3	0,32	8,72	9,24 (ø10,0mm c/ 17 cm)	OK

Fonte: Autor, 2024.

O Quadro 8 apresenta a verificação da biela no apoio e a verificação da resistência à compressão diagonal do concreto, conforme o método das vigas Modelo de Cálculo II da norma brasileira, Equações 5 e 10 respectivamente. Em ambos os métodos de verificação, o modelo de dimensionamento do nó de pórtico foi atendido.

Quadro 8 – Verificações MBT

$\sigma_{cd3}\ (MPa)$	$\sigma_{lim}\ (MPa)$	$V_{Sd}\ (kN)$	$V_{rd2}\ (kN)$	**Verificações**
11,03	11,31 (f_{cd2})	150	338,96	OK

Fonte: Autor, 2024.

Após verificado e encontrado os resultados do dimensionamento pelo método MBT, é comparado com os resultados do dimensionamento realizado anteriormente, conforme o Quadro 9.

Quadro 9 – Armaduras do elemento utilizando os diferentes métodos

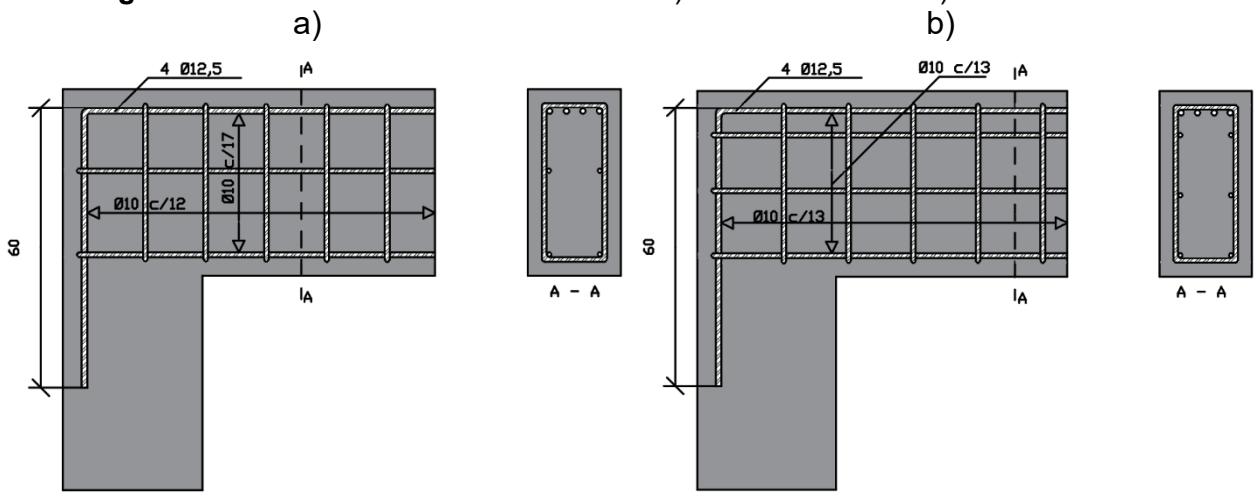
Método de cálculo	**Armadura longitudinal**	**Armadura distribuída na horizontal**	**Armadura transversal**
Método Biela-Painel	4,91 (4 ø12,5 mm)	12,08 (ø10,0mm c/ 13 cm)	12,08 (ø10,0mm c/ 13 cm)

Método Biela Tirante (NBR 6118 (2023)	4,91 (4 ø12,5 mm)	9,24 (ø10,0mm c/17 cm)	13,09 (ø10,0mm c/ 12 cm)

Fonte: Autor, 2024.

O Quadro 9 mostra que o modelo recomendado pela NBR 6118:2023, MBT, tem a mesma área de armadura longitudinal que o MBP, uma vez que ambos os métodos apresentaram no modelo adotado o mesmo esforço crítico de tração em seus tirantes, e consideram a mesma resistência característica do aço em seu dimensionamento. Além disso, o MBP apresentou um espaçamento maior entre os estribos, resultando em uma diferença de taxa de armadura transversal de 0,05% menor quando comparado com o MBT. Entretanto, a diferença entre a taxa de armadura horizontal adotada pelo MBP em comparação com a taxa de armadura distribuída horizontalmente no MBT é de 0,14% maior, o que consequentemente aumenta a taxa total de armadura dimensionada pelo MBP. Desta forma, a diferença entre taxa de armadura, no geral, do MBP, é de 0,09% maior em comparação com o MBT e seu detalhamento através do dimensionamento pelo MBP e pelo MBT são ilustrados na Figura 18.

Figura 18 – Detalhamento das armaduras: a) Armadura MBT e b) Armadura MBP



Fonte: Autor, 2024.

4 CONCLUSÃO

Neste trabalho, são explorados os procedimentos de métodos de dimensionamento, de modo a discutir sobre os resultados dos diferentes métodos encontrados em um elemento estrutural com regiões onde as tensões de cisalhamento

causadas pelas forças cortantes são significativas, conhecidas como regiões “D”. Dessa forma, as alternativas utilizadas para o dimensionamento foram o Método de Biela-Painel (MBP) e o Método de Biela Tirante (MBT), os conceitos e a fundamentação teórica foram apresentados, além da utilização de *softwares* como *FTool* e *SPMTool* para a realização do dimensionamento.

A aplicação do MBP neste trabalho se baseou no dimensionamento de um nó de pórtico com o pilar de seção 20 cm x 30 cm e viga de seção 20 cm x 40 cm. O método destacou-se por sua fácil elaboração do modelo geométrico, que, por sua vez, é mais simples quando comparado ao MBT, basta apenas dispor as bielas nas bordas do elemento e nas regiões onde serão aplicadas as cargas e, em seguida, locar o painel posicionado entre quatro bielas. Portanto, não há necessidade de experiência ao definir o caminho das cargas na estrutura, como é o caso do MBT.

O uso dos *softwares Ftool* e *SPMTool* no dimensionamento do elemento possibilitou a obtenção dos resultados de forma mais ágil e simples. Além disso, o programa *SPMTool*, desenvolvido por Mello (2022), faz com que o MBP se torne uma alternativa acessível para o dimensionamento e verificação de elementos estruturais isolados, uma vez que não estipula configurações de parâmetros avançados e contribui para a análise da estrutura.

Após a análise, pôde-se concluir que o MBP é um método prático, eficaz e seguro para o dimensionamento nos elementos similares ao trabalho. Entretanto, mesmo após o processo iterativo sugerido por Mello (2022), a taxa de armadura nos painéis de 12,08 ainda é 8,2% maior quando comparado com o MBT, e as armaduras longitudinais semelhantes, o que pode interferir na viabilidade econômica do método. Porém, para que se possa afirmar a viabilidade econômica do MBT é preciso mais estudos em diferentes aspectos e diferentes elementos estruturais.

Algumas sugestões para trabalhos futuros seriam a análise não-linear do elemento estrutural presente neste trabalho em questão, a comparação com outros métodos de dimensionamento de regiões “D”, como o Método dos Elementos Finitos (MEF) e o MBT segundo a ACI-318 (2022), e estudos experimentais de estruturas similares a partir do estudo elaborado.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem à Fundação de Apoio ao Desenvolvimento do Ensino, Ciência e Tecnologia do Estado de Mato Grosso do Sul (FUNDECT) pelo apoio fornecido por meio de bolsa de pesquisa.

REFERÊNCIAS

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (ABNT). **NBR 6118**: Projetos de estrutura de concreto – Procedimento. Rio de Janeiro, 2023.

_____. **NBR 6120**: Ações para cálculo de estruturas de edificações. Rio de Janeiro, 2019.

_____. **NBR 8681**: Ações e segurança nas estruturas - procedimento. Rio de Janeiro, 2003.

AGUIAR, C. C. P.; **Dimensionamento de Estruturas Especiais de Concreto Armado pelo Método de Bielas e Tirantes**. Rio de Janeiro. 2018. Dissertação (Mestrado) – Programa de Projeto de Estruturas, Escola Politécnica, Universidade Federal do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro. 2018.

ARGYRIS, J. H.; KELSEY, S. Part I: ***General Theory. In: Energy theorems and structural analysis***. 1. ed. Londres: Butterworths, 1960.

BLAAUWENDRAAD, J.; HOOGENBOOM, P. C. J. ***Design Instrument SPanCAD for Shear Walls and D-Regions***. In: FIB CONGRESS, 1., 2002, Osaka. Osaka: International Federation for Structural Concrete, 2002.

BLAAUWENDRAAD, J.; HOOGENBOOM, P. C. J. ***Discrete elements in structural concrete design***. Heron, v. 42, n. 3, p. 159–168, 1997.

***FTOOL* - Um programa gráfico-interativo para ensino de comportamento de estruturas**. Versão educacional 4.00.04, Rio de Janeiro, janeiro de 2018. gráfica interativa. Dissertação de mestrado – PUC-Rio, setembro de 1993.

HOOGENBOOM, P. C. J. ***Discrete elements and nonlinearity in design of structural concrete walls***. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) — Universidade Tecnológica de Delft, Delft, 1998.

HOOGENBOOM, P. C. J. ***Het staaf-paneel-model***. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) — Universidade Tecnológica de Delft, Delft, 1993.

LEONHARDT, F.; MöNNIG, E. ***Estructuras de hormigon armado. 3***. ed. Buenos Aires: El Ateneo, 1988. v. 1.

MELLO, A. F. A. **Análise e dimensionamento de vigas-parede em concreto armado utilizando o Método Biela-Painel**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) — Universidade Estadual de Maringá, Maringá, 2015.

MELLO, A. F. A. ***SPMTool*: uma ferramenta computacional para análise de estruturas de concreto armado pelo Método Biela Painel**. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) - Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2022.

MELLO, A. F. A.; SOUZA, R. A. **Analysis and Design of Reinforced Concrete Deep Beams by a Manual Approach of Stringer-Panel Method**. Latin American Journal of Solids and Structures, v. 13, n. 6, p. 1126– 1151, jun. 2016. ISSN 1679-7825. Disponível em: <doi:10.1590/1679-78252623>.

NIELSEN, M. P.; HOANG, L. C. ***Limit analysis and concrete plasticity***. 3. ed. Boca Raton: CRC Press, 2011.

RABBAT, B. G.; COLLINS, M. P. "***A Variable Angle Space Truss Model for Structural Concrete Members Subjected to Complex Loading***", Douglas McHenry International Symposium on Concrete Structures, American Concrete Institute, Publication SP55, Detroit,1978.

SANTOS, D. M.; **Projeto estrutural por bielas e tirantes**. Oficina de texto 2021.

SCHÄFER, K.; SCHLAICH, J.; JENNEWEIN, M. ***Strut-and-tie modelling of structural concrete***. In: IABSE COLLOQUIUM ON PLASTICITY IN REINFORCED CONCRETE, 62., 1991.

SCHLAICH, J.; SCHÄFER, K.; JENNEWEIN, M. ***Toward a consistent design of structural concrete***. PCI journal, p. 74–92, 1987.

SILVA, J. G. T. **Contribuição ao projeto de elementos estruturais de concreto armado com descontinuidade através do modelo de painéis enrijecidos**. 2004. 127f. Dissertação (mestrado em Engenharia Civil) – Universidade Federal de Alagoas, Maceió, 2004.

SILVA, R. C.; GIONGO, J. S. **Modelos de Bielas e Tirantes Aplicados a Estruturas de Concreto Armado**. São Carlos: EESC-USP, 2000.

SIMONE, A. ***Progetto di strutture in C. A. con un Modello a Pannelli e Correnti***. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) — Politécnico de Milão, Milão, 1998.

SOUZA, R. A. **Concreto estrutural: análise e dimensionamento de elementos com descontinuidades**. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) — Universidade de São Paulo, São Paulo, 2004.

SOUZA, R. A. Relatório de estágios de pós-doutorado de curta duração realizados na *École Polytechnique Fédérale* de Lausanne (Suíça) e na *Tecnology University of Delft* (Holanda). Lausanne, 2011.

SOUZA, R. A. **Abordagem manual e computacional do "*Stringer and Panel Method*" para análise e dimensionamento de paredes em concreto estrutural**. In: CONGRESSO BRASILEIRO DO CONCRETO, 54., 2012, Maceió. Anais... Maceió: Instituto Brasileiro do Concreto, 2012.

SPMTool: Stringer-Panel Method. Version 1.0.1. André Mello, 2022. Disponível em

https://github.com/andrefmello91/SPMTool/releases/download/v1.0.1-l/SPMTool_v1.0.1.zip. Acesso em: 27/06/2024.