

DOI: 10.30612/tangram.v5i1.15770

Aproximación al desarrollo de la competencia matemática resolver problemas: un aporte desde la función cuadrática

Approximation to the development of mathematical competence in solving problems: a contribution from the quadratic function

Abordagem para o desenvolvimento da competência matemática na resolução de problemas: uma contribuição da função quadrática

Edna Rocio Trujillo Alarcón

Facultad de Educación, Universidad Surcolombiana - USCO
Neiva, Huila, Colombia
E-mail: ednnatrujillo@gmail.com
Orcid: 0000-0002-3059-0131

Johnny Fernando Alvis Puentes

Facultad de Educación, Universidad Surcolombiana - USCO
Neiva, Huila, Colombia
E-mail: johnny.alvis@usco.edu.co
Orcid: 0000-0002-7747-1439

Mercy Lili Peña Morales

Facultad de Educación, Universidad Surcolombiana - USCO
Neiva, Huila, Colombia
E-mail: mercy.lili@usco.edu.co
Orcid: 0000-0001-6734-4113

Resumen: El desarrollo de competencias matemáticas en estudiantes requiere que se promueva en el aula de clase, la discusión, la reflexión y la crítica a través de situaciones cotidianas. En ese sentido, este artículo tiene como propósito, estimar mediante una situación problema, el sentido crítico-reflexivo de los estudiantes en el desarrollo de la competencia matemática resolver problemas. Así, la investigación fue orientada mediante un enfoque cualitativo a través del método del aprendizaje experimental-reflexivo, teniendo como población estudiantes del grado noveno de una Institución de Educación Básica Secundaria en el contexto Colombiano. Se concluye que no solo se desarrollan conocimientos netos de la matemática como disciplina, sino que permiten la construcción social del conocimiento matemático ligado a la solución de problemas en la vida cotidiana, como una forma de darle vida al desarrollo de competencias matemáticas.

Palabras Claves: Competencias matemáticas. Situaciones problema. Resolución de problemas.

Abstract: The development of mathematical competencies in students demands to promote classroom debates, reflection, and critical thinking through everyday situations. In this sense, the purpose of this article is to estimate, through a problem situation, the student's critical-reflective sense in the development of mathematical competence in problem-solving. Thus, the research was oriented based on a qualitative approach through the experimental-reflective learning method, having as population ninth-grade students of a Secondary Basic Education Institution in the Colombian context. It is concluded that not only specific mathematics knowledge is developed as a discipline, but it also allows the social construction of mathematical knowledge linked to the solution of problems in everyday life as a way of giving life to the development of mathematical competencies.

Keywords: Mathematical competencies. Problem situations. Solving problems.

Resumo: O desenvolvimento de competências matemáticas nos alunos requer a promoção na sala de aula, discussão, reflexão e crítica através de situações cotidianas. Neste sentido, o objetivo deste artigo é estimar, através de uma situação problemática, o sentido crítico-reflexivo dos estudantes no desenvolvimento da competência matemática na resolução de problemas. Assim, a investigação foi orientada por uma abordagem qualitativa através do método de aprendizagem experimental-reflexiva, tendo como população alunos do nono ano de uma Instituição de Ensino Básico Secundário no contexto colombiano. Conclui-se que não só se desenvolve o conhecimento líquido da matemática como disciplina, mas também permite a construção social do conhecimento matemático ligado à solução de problemas da vida cotidiana, como forma de dar vida ao desenvolvimento de competências matemáticas.

Palavras-chave: Competências matemáticas. Situações problemáticas. Resolução de problemas.

Recebido em (Liberation Sans em negrito , tamanho 11).
21/02/2020. (Liberation Sans, tamanho 11).

Aceito em
11/04/2020

INTRODUCCIÓN

Los cambios que se están presentando en nuestra sociedad en todos los aspectos, exigen la consolidación de una nueva realidad educativa y nos converge a replantear propuestas pedagógicas que respondan a las necesidades del ser humano que está emergiendo (Alvis, Aldana & Caicedo, 2019), permitiendo transformar la sociedad en la que emergen, construir lazos de tipo social y establecer una relación directa con su entorno y los demás individuos que forman parte de ella.

En este sentido, investigadores y comunidades académicas a nivel nacional e internacional han llevado a cabo trabajos de investigación relacionados con los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, con el propósito de contribuir y compartir teorías, metodologías y didácticas que permitan romper con los paradigmas tradicionales en los que se impone e imparte la educación centrada en la transmisión de conocimientos a una educación que conlleve al desarrollo del pensamiento crítico y reflexivo, dando sentido al uso de procesos matemáticos acordes a las necesidades y situaciones del contexto inmediato en el que se vive día a día. Como lo expone Skovsmose (1997),

Las matemáticas intervienen de verdad en la realidad, no sólo en el sentido de que una nueva visión puede dar lugar a un cambio en las interpretaciones, sino también en el sentido de que las matemáticas están inmersas en parte de la realidad y la reorganizan (p.202).

Así, uno de los retos actuales en el campo de la educación matemática se instala en el complejo proceso de la formación y el desarrollo de competencias matemáticas, en tanto, como propósito central de los sujetos que construyen y reconstruyen su propio saber (D'Amore, Godino & Fandiño, 2008). De esta manera, la forma de articular la formación integral de los individuos presenta retos importantes, los cuales han sido abordados por diversas investigaciones (Carrillo, Contreras & Zakaryan, 2013; Solar, García, Rojas & Coronado, 2014; Solar & Deulofeu, 2016), en donde se han enfatizado en desarrollar competencias matemáticas desde diferentes posturas

epistemológicas del aprendizaje, logrando vincular en esencia el carácter funcional de las matemáticas escolares.

Por tanto, este trabajo resulta pertinente al aspirar a contribuir en los cambios y desafíos que se han dado en la educación matemática a nivel nacional y especialmente regional, debido a que el aprendizaje basado en competencias es una oportunidad para una educación más integral, que permita la formación de nuevas generaciones capaces de asumir los retos del mundo actual.

En particular, para este estudio queremos destacar la competencia matemática resolver problemas. Para ello, fue pertinente considerar como foco investigativo el modelo de competencias matemáticas establecido por Solar (2009), constituido por tres componentes fundamentales: procesos matemáticos, tareas matemáticas y niveles de complejidad, los cuales se relacionan entre sí permitiendo su implementación como instrumento didáctico para el desarrollo de competencias matemáticas.

Aun, cuando existen investigaciones relacionadas con la competencia matemática resolver problemas, como objeto de estudio, no se ha considerado ampliamente la importancia que tiene el diseñar y validar situaciones problema, para mejorar el nivel de desempeño de los estudiantes en el desarrollo de la competencia matemática, teniendo en cuenta el contexto real en el que están inmersos tanto el docente, como los estudiantes.

Al considerar que es fundamental guiar una educación que brinde a los estudiantes la posibilidad de desarrollar competencias matemáticas, con el propósito de que sean sujetos pensantes y autónomos, con la capacidad de enfrentar y dar soluciones a las situaciones reales de su propio contexto, el objetivo de este artículo consiste en estimar a través de la situación problema “*La Portada*”, el sentido crítico y reflexivo de los estudiantes en el desarrollo de la competencia matemática resolver problemas.

FUNDAMENTOS TEÓRICOS

COMPETENCIA MATEMÁTICA

Considerando los diversos cambios, eventos y retos que se generan en la actualidad, asumir una formación integral que respondan a las exigencias de los complejos y cambiantes escenarios contemporáneos, el concepto de competencias se ha relacionado particularmente con la formación de sujetos críticos, reflexivos, donde el uso social del conocimiento en la solución de problemas de su contexto sociocultural le debe permite participar activamente en la transformación de su comunidad (Pérez, 2007). Ligado a esto, aun cuando las competencias matemáticas han sido objeto de estudios teóricos, desde diversos escenarios, Zakaryan (2011) establece que la noción de competencia matemática no es unánimemente convergente. En este sentido, la competencia matemática es compleja, polisémica y moviliza una serie de recursos tales como destrezas, habilidades y capacidades que van más allá de una conducta o ejecución, y que permite ponerlos en uso en un determinado contexto (personal, social, profesional, científico, etc.).

En este orden de ideas, de las diferentes nociones de competencias matemáticas circundantes, se evidencian unos componentes comunes: el cognitivo y el uso. Al referirnos al componente cognitivo se puede establecer que “los conocimientos están en el núcleo de las competencias” (Rico & Lupiañez, 2008, p.151). Y, en cuanto el componente de uso incluye el saber hacer y las habilidades para poner en acción los conocimientos frente a diferentes situaciones que implican un reto para el sujeto. En este componente se ponen en juego aspectos cognitivos y el contexto que enmarca la situación, en donde según Rico (2006) la consideración de las matemáticas como modo de hacer responden a un modelo funcional sobre el aprendizaje de las matemáticas, en el cual se postulan unas tareas contextualizadas, unas herramientas conceptuales y un sujeto. Por tanto, estas tareas contextualizadas deben activar de alguna manera las capacidades de los estudiantes.

De acuerdo con lo anterior, el desarrollo de competencias matemáticas en los estudiantes permite reconocer y enfatizar en la forma en que ellos actúan en el momento en que ponen en juego sus conocimientos matemáticos en actividades o

situaciones reales dentro del contexto en el cual están inmersos. En otras palabras, más que los saberes que los estudiantes tienen con respecto a la matemática, es importante fijar la atención en como ellos hacen uso de esos conocimientos en circunstancias o eventos cotidianos, permitiendo transformar la sociedad a partir de una matemática funcional y no procedimental. De modo que, “la potenciación del individuo no se conecta con una habilidad aislada para efectuar cálculos matemáticos como tal, sino con la comprensión de como las matemáticas se aplican y funcionan” (Skovsmose, 1997, p.213).

Es así como se asume la competencia matemática resolver problemas, entendida como la capacidad de un individuo para participar en el procesamiento cognitivo para comprender y resolver situaciones problemáticas en las que un método de solución no es inmediatamente obvio. Incluye la voluntad de comprometerse con este tipo de situaciones con el fin de desarrollar su potencial como ciudadano constructivo y reflexivo (PISA, 2012).

Un aspecto fundamental que comporta esta noción es la aptitud para formular y resolver e interpretar problemas a través de las matemáticas en diferentes situaciones y contextos, en donde las actitudes y emociones relacionadas con las matemáticas, tales como la confianza en uno mismo, la curiosidad, la percepción de su interés e importancia y el deseo de hacer o comprender las cosas, forman parte activa de la misma. En otras palabras, se centra en las habilidades cognitivas necesarias para resolver problemas desconocidos, que son encontrados en la vida y que se encuentran fuera de los dominios curriculares tradicionales.

MODELO DE COMPETENCIA MATEMÁTICA

Siguiendo la línea de competencias matemáticas, Solar (2009) manifiesta que el desarrollo de competencias matemáticas se hace desde un contenido matemático. Por lo tanto, en este componente se sitúan los contenidos disciplinares considerados como la base cognitiva para el desarrollo de las competencias, sin desconocer que, por su carácter transversal, las competencias matemáticas desbordan la disciplina en

tanto que hace uso de otras disciplinas para asumir situaciones problema de forma holística.

De acuerdo con esto, Solar (2009) establece un modelo de competencias matemáticas, el cual converge aspectos fundamentales para el desarrollo de una competencia en específico; el modelo se centra en tres componentes a saber: las tareas matemáticas, los procesos matemáticos y los niveles de complejidad creciente.

En este orden de ideas, los procesos matemáticos son un aspecto fundamental dentro del desarrollo de competencia en la educación matemática, así que, “cada competencia matemática se compone de procesos matemáticos” (Solar, 2009, p. 56). Estos procesos son consustanciales con la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas y han estado siempre en los currículos de matemáticas. Con relación al segundo componente, las tareas matemáticas se asumen como los propósitos matemáticos que se encuentran en una situación a resolver, problema, o actividad matemática. Es decir, las tareas matemáticas propuestas por el profesor tienen una relación directa un contenido como unas actuaciones del estudiante sobre un contenido matemático concreto. En cuanto al tercer componente, los niveles de complejidad (reproducción, conexión, reflexión) de una actividad se determinan con elementos comunes, ya que dichos niveles están en función de las tareas matemáticas y sus condiciones de realización (variables didácticas), y de los procesos específicos que conforman una competencia matemática.

En este sentido, los tres componentes del modelo de competencias propuesto por Solar (2009) se relacionan estructuralmente, de modo que, las tareas matemáticas se diseñan por parte del profesor, formuladas para el desarrollo de procesos matemáticos que ponen en juego capacidades del estudiante. De esta manera, una complejidad creciente de las tareas requiere de procesos matemáticos de mayor nivel de complejidad para resolverlas por parte del estudiante, permitiendo el desarrollo de competencias.

De todo lo expuesto anteriormente, cabe resaltar que la educación matemática cumple un papel fundamental debido a que su enseñanza ya no se basa en abordar

procedimientos y memorizarlos, sino que es vista desde otra perspectiva. Si bien, el proceso de enseñanza y aprendizaje se basa en situaciones problema, las cuales permiten tener un contacto directo con los diversos fenómenos que se generan en el mundo real en los diferentes contextos, ya sean de tipo sociocultural, económico, personal, profesional, entre otros, genera en los estudiantes la construcción de nuevos conocimientos.

Por lo cual, el contexto juega un rol determinante en el desarrollo de competencias matemáticas por parte del estudiante. Pues, este rol, permite hacer énfasis en el carácter funcional del conocimiento matemático y en la posibilidad de aplicarlo de forma variada, reflexiva y perspicaz a una multiplicidad de situaciones de los más diversos tipos. En este sentido, desarrollar actividades en contexto permite a los estudiantes atribuir significado a las nociones matemáticas en juego (Solar, 2009).

PENSAMIENTO CRÍTICO

La idea de consolidar un pensamiento crítico y reflexivo en los estudiantes dentro del marco social en que se vive hoy en día es una de las expectativas centrales en la cual se encuentra los fines de la educación en general y de las matemáticas escolares. En ese sentido, cobra importancia lo establecido por Skovsmose (1999, pp. 25-26) por cuanto,

Los aspectos críticos de la sociedad hacen parte de la vida de la escuela. Una educación crítica debe buscar responder a esta situación. [...] Si la educación pretende ser crítica, tiene que tener en cuenta el contexto crítico de la escolaridad y tratar de desarrollar posibilidades para crear una consciencia acerca de los conflictos, al igual que proporcionar las competencias que sean importantes para manejar tales situaciones críticas.

Siguiendo esta línea, el pensamiento crítico brinda a los estudiantes la capacidad de interpretar, analizar, evaluar, inferir, explicar y esclarecer los diversos significados que pueden ser emitidos por ellos mismos y por los demás a partir de situaciones o sucesos que se generan a raíz de los cambios y factores que intervienen en la sociedad. Partiendo de esta mirada, la noción de “crítica puede definirse como una actividad de pensamiento y de reacción ante una situación de crisis. Esta actividad

pone en relación un sujeto crítico y un objeto de crítica” (Skovsmose, 1999, p.14). Es por esto, que es necesario enseñar a través de una educación crítica que conlleve tanto a docentes como a estudiantes a entender que las diferentes disciplinas que comprenden la educación cumplen un rol esencial en la vida del sujeto en formación, debido a que integrarlas entre si les brinda un horizonte más amplio de ver, comprender, accionar y transformar el contexto inmediato en que viven. Por tanto, para nuestros intereses ser crítico significa prestarle atención a una situación crítica, identificarla, tratar de captarla, comprenderla y reaccionar frente a ella.

METODOLOGÍA

Los cambios Al considerar que los objetivos de una investigación determinan la estrategia o paradigma que se adopte (Husén, 1988), el estudio se basó en una metodología cualitativa (Hernández, Fernández, Baptista, 2014), mediante el método de aprendizaje experimental o de reflexión entendido como “un método pedagógico con un gran potencial, ya que contribuye al desarrollo de las habilidades de pensamiento crítico y creativo” (Montoya et al., 2007, p. 1) lo cual brindó la oportunidad de describir, interpretar, y estimar el significado de las posiciones de los de 10 estudiantes del grado noveno de la una Institución Educativa Rural del municipio de Campoalegre Huila, Colombia, quienes conformaron la población de estudio, en la solución de la situación problema denominada La Portada enmarcada en un contexto económico.

El diseño metodológico supuso varios momentos de trabajo: en un primer lugar, se buscó que la elección del contexto (económico) para el diseño de la situación problema por parte del profesor, fuese producto de los intereses y experiencia de los estudiantes en los diferentes contextos en los cuales se desenvuelve la cotidianidad de éstos. Lograr este aspecto, nos llevó a desarrollar un grupo focal, en una sesión de aula, entendido como un grupo de discusión, guiado por un conjunto de preguntas diseñadas cuidadosamente con un objetivo particular (Escobar & Bonilla, 2009), en donde participaron todos los estudiantes del grado noveno; posterior a ello, se

procedió al diseño y configuración de la situación problema por parte del investigador, compuesta por tareas matemáticas desde diferentes niveles de complejidad (Solar, 2009), desde el ambiente de aprendizaje cinco (5) establecido por Skovsmose (2000), como un elemento que permite la conexión entre las matemáticas y la realidad. Un último momento, supuso una sesión para el trabajo en el aula, donde la gestión de la situación problema por parte del profesor se generó a través de la lectura del enunciado y el establecimiento de procesos matemáticos, para interpretar y solucionar el objetivo final de la situación, permitiendo así, instaurar un puente para formalizar algunos aspectos matemáticos desde posiciones críticas de los estudiantes.

Los instrumentos utilizados para la recolección de los datos fueron las producciones de los estudiantes en el tablero, y, las transcripciones de los episodios del trabajo del aula. Para el análisis respectivo de los datos que emergieron, se asumió las posiciones críticas que sustentan los procesos matemáticos generados al interior de la solución de la tarea matemática.

La situación problema diseñada por el profesor-investigador y gestionada en el aula de clase, se relacionó con la actividad económica de producción y comercialización de ladrillos, en este caso para el municipio de Campoalegre Huila, la cual se describe a continuación:

Ladrillera La Portada

En el municipio de Campoalegre Huila, dentro del sector industrial se reconocen las ladrilleras como una de las actividades que genera gran impacto para su economía, puesto que permite la producción de grandes cantidades de ladrillos y a su vez otorgan un alto grado de importancia dentro del contexto en el que habitan las personas de este pueblo. El Señor Maicol quien es dueño de la ladrillera “*La Portada*” en donde se producen 4 tipos de ladrillos (Tolete Común, Tolete Panelón, Número 4 y Número 5), desea ampliar su ladrillera, por tanto, quiere maximizar sus ganancias para este fin. Para ello, piensa aumentar el precio de venta por unidad de los ladrillos número 4, ya que considera que es uno de los productos más vendidos en el mercado y en su ladrillera.

Don Raúl, amigo del Señor Maicol y obrero de *La Portada*, considera que el realizar este aumento tendría consecuencias en la cantidad de este producto que vende la ladrillera, debido a que se reduciría en la misma cantidad en que aumente, el precio del producto. Ante esta consideración, el Señor Maicol manifiesta que invierte \$350 para producir un ladrillo de este tipo y que la utilidad que le queda es muy baja, puesto que su valor es de \$500 para la venta. A su vez, expresa los recursos requeridos para la producción de 1.100 ladrillos Número 4, los cuales se presentan en la siguiente tabla:

Cantidad	Recursos	Inversión
1	Volquetada de arena	70.000
1	Volquetada de arcilla	70.000
5	Obreros	43.000
Otros Servicios		

De igual manera, el señor Maicol aclara que el pago de los obreros depende de la cantidad de ladrillos que fabriquen en su jornada laboral que consta de ocho horas. Es decir que, para la elaboración de 1.100 Ladrillos Número 4, se necesitan 5 obreros, quienes producen esta cantidad en una hora. Por lo tanto, el Señor Maicol les cancela \$43 por cada ladrillo fabricado, pues manifiesta que es una forma de motivación para sus trabajadores.

Considerando todo lo anterior, el Señor Maicol decide llevar a cabo su plan para maximizar sus ganancias con respecto a la venta de los ladrillos número 4, sin importar que por cada peso que aumente el costo por ladrillo, un ladrillo no es vendido.

Por consiguiente, surgen las siguientes inquietudes:

1. Supongamos que el Señor Maicol propone que el aumento al costo del Ladrillo Número 4 sea de \$50,

a. ¿Qué consecuencias tendrían la cantidad de Ladrillos con respecto a su producción y venta? Argumente su respuesta.

b. ¿Cree usted que el realizar este incremento en el costo del ladrillo, afecta el ingreso económico que reciben los obreros por su trabajo? ¿Por qué?

2. Para contribuir a maximizar las ganancias de esta ladrillera, ¿Cuál sería el valor del aumento para que el Señor Maicol reciba la ganancia mayor? Describa y justifique los procedimientos utilizados.

3. Generalice su resultado, de tal manera que el sr. Maicol pueda aplicarlo aun y cuando el costo del Ladrillo Número 4 o el costo de producción del mismo cambie. Describa y justifique los procedimientos utilizados.

RESULTADOS

La estimación del sentido crítico y reflexivo de los estudiantes con relación al desarrollo de la competencia matemática resolver problemas, se realiza considerando las dinámicas que se generan al interior del aula de clase a la hora en que los estudiantes se enfrentan a la resolución del problema. Esta situación incentivó una participación activa permitiendo en ellos tener un aprendizaje significativo puesto que dieron sentido a los procesos matemáticos desarrollados al interior de la situación, dado que es una actividad del común con la cual muchas personas subsisten económicamente no solo en el Municipio de Campoalegre sino en diversas partes del mundo en general.

En concordancia con lo anterior, la gestión del aula inicialmente develó un espacio de interacción, participación y negociación de significados, lo cual llevó al grupo a debatir, familiarizarse, interpretar y comprender que el objetivo principal de la situación es aumentar el precio del ladrillo número 4 para tener mayores ganancias, pues la situación esta insertada en la cotidianidad de estos.

Al mismo tiempo, se puede describir e interpretar los argumentos de los estudiantes frente al segundo enunciado de la situación problema, relacionadas con

las consecuencias establecidas por Don Raúl, a partir de la propuesta establecidas por el señor Maicol.

E9: No, porque si le aumenta va a ganar más... aunque puede haber la posibilidad de que puedan comprar arto. O sea, hay que tener las dos posibilidades. Pues el que puede perder y puede ganar

E10: Yo digo que de pronto pues sería aumentar. O sea, si le aumenta el precio al ladrillo y el caso de que las ventas sean menos él no va a perder porque lo que le aumento al ladrillo... (Mueve las manos como balanza) va a poder, si va como a cubrir, o sea va a ser como nivelar.

P: Nivelar las ganancias. Bueno, ¿Cuál es la ganancia que recibe el Señor Maicol por la venta de un ladrillo? ¿Cuál es la ganancia?

E1: \$150

P: \$150 pesos por ladrillo. ¿Cuál es el costo de producción?

E1–E10: \$350

De este episodio se puede inferir que los estudiantes reconocen y cuestionan la postura que Don Raúl tiene con relación a lo visionado por el señor Maicol. A partir de la interacción surgieron dos perspectivas más por parte de los estudiantes, lo cual implicó que ellos explorarán la información consignada en la situación problema y asimismo lograrán descubrir más datos (Poyla, 1945; Mayer, 1991). Finalmente, a raíz de todo lo intuido, comprendido, discutido inicialmente en la clase, los estudiantes ofrecieron estrategias que permitieron abordar el problema desde otras miradas. Esto se demuestra en el siguiente episodio.

P: ¿Cuánto invierte para producir 1.100 ladrillos?

E8: Pues tocaría multiplicar 1.100 ladrillos por \$350 que es lo que invierte ¿no?

E9: Sí, es lo que está invirtiendo

(El estudiante 8 pasa al tablero hacer la respectiva operación, los demás estudiantes le ayudan dándole los valores)

E3: Da \$385.000

E8: Entonces también multiplico los 1100 por los \$500 pesos que es el valor de cada uno

P: O sea, ¿allá que está diciendo? ¿En la operación que esta allá?

E5: El costo de inversión

E2: Lo que gasta en producción

P: 1100 por \$350 es la forma de encontrar el costo de inversión?

E3: Ahora los resta. Si es el costo de inversión y el otro es el precio del ingreso total. Ahora, después se restan y saca las ganancias

De lo anterior, se evidencia que se realizó un trabajo colectivo, ya que se percibió la participación continua por parte de los estudiantes con el propósito de contribuir a efectuar los procedimientos matemáticos emergentes, que llevaron a obtener los resultados producto de la interacción de los datos, lo cual, se refleja en la figura 1.

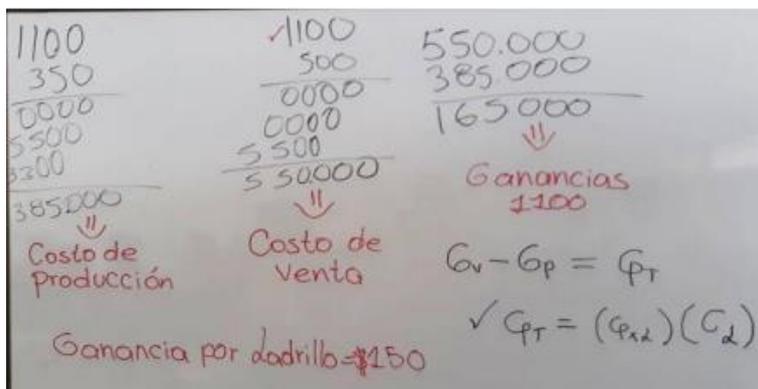


Figura 1. Procesos Matemáticos

Fuente: Sesión de aula, pizarra a partir de las intervenciones de los estudiantes

En esta imagen se reconoce el uso que los estudiantes hacen de las matemáticas para lograr encontrar valores que les permita reforzar y verificar ciertas afirmaciones emitidas anteriormente, lo cual conlleva asumir que “en el uso de las herramientas matemáticas en contextos cotidianos se manifiesta la competencia matemática de los

escolares” (Rico, 2006, p.50). Asimismo, es claro que los estudiantes hicieron uso de sus saberes previos los cuales les permitió tener dos miradas distintas de como hallar las ganancias totales. Esto generó discusión en el grupo hasta el punto de optar por las dos posibilidades en cierto momento, no obstante, interpretan y comprenden que una de las expresiones les otorga un camino procedimental más corto, pero con la misma veracidad que la otra expresión.

Dentro de este marco de ideas, se presenta las diversas intervenciones dadas por los estudiantes sobre el tercer fragmento expuesto de la situación problema, las cuales convergen de forma lineal a las apreciaciones anteriores.

P: Sigamos, íbamos en la tabla. ¿Esta tabla que nos representaba?

E6: La inversión que tuvo en la producción, y los materiales utilizados para los 1.100 ladrillos

P: ¿Cuánto gana cada obrero en la elaboración de los 1.100 ladrillos?

E3: Ahí dice que paga 43 pesos por ladrillo. Entonces para saber qué cantidad hace cada persona, yo me imagino que ellos hacen la misma cantidad de ladrillo, ¿no?

E8: No, porque si hay diferentes puestos de producción, eso depende ¿no?

E10: Sí, compañero. Hay diferentes labores que realizan los obreros en la producción de ladrillos, dónde sacan el barro, luego lo mete al horno, entonces el valor de la producción de los 1.100 ladrillos se reparte en artes iguales.

P: ¿cuánto gana cada obrero en la elaboración de esos 1100? ¿Cuál es el proceso?

E1: Se multiplica los 43 por los 1100 y se dividen en 5

E1-E10: Da, \$47.300, luego, se divide entre los 5

E9: Entonces cada obrero ganaría \$9.460 por hora

P: Exactamente por hora, porque está diciendo que esa es la elaboración de 1100 ladrillos en una hora. (su jornada laboral consta de 8 horas)

E1-E10: Entonces serían \$75.000 el día

E3: Profe, también se consideran otros servicios: la energía, el gas, la leña si la utilizan, el agua

P: ¿Cómo se halla ese valor, de otros servicios con los datos que nos han dado?

E7: Esos tres valores restándoselos al costo de producción (realiza la operación en el tablero)

Los estudiantes tras tener conocimiento de las ganancias totales que generan los ladrillos número 4, se tornan en una discusión con relación al tercer fragmento expuesto de la situación, el cual refiere al pago de los obreros, lo que conlleva a una nueva confrontación de ideas y conjeturas, puesto que los estudiantes presentaron inconformidades en hallar cuánto dinero recibían los obreros de acuerdo con el modo de pago que les planteaba el enunciado. Por otro lado, se refleja, desde el posicionamiento dado por la estudiante 10, una conexión entre el pago de los obreros con el proceso que ellos emplean para la producción de ladrillos, siendo este conocimiento fruto de la interacción de la estudiante con el contexto físico, social y culturalmente organizado. Esto, permite inferir que en un momento dado de la vida de la estudiante ha tenido la oportunidad de conocer, escuchar o apreciar sucesos con relación a la situación problema.

Lo anterior, implica apreciar que el posicionamiento de los estudiantes frente a la situación problema ha develado que el análisis situacional de los datos permitió identificar y construir estrategias para abordar el problema. A su vez, evocar restricciones y supuestos que afectan la solución dentro del contexto de la situación.

P: Si el señor Maicol llega a realizar este aumento ¿qué pasa con los obreros, les afecta el ingreso económico? ¿por qué?

E9: Si, porque baja la producción, van a necesitar menos obreros. O sea, van a producir menos ladrillos porque van a comprar menos ladrillos.

E6: Si no le aumentan el precio que se están ganando por producción de ladrillo, pues va a tener un efecto negativo a los que laboran en la empresa.

E3: Pero analizando mejor, el enunciado no dice: ladrillos vendidos, sino elaborados. Entonces, el dueño de la empresa es el que va a tener la pérdida por qué si aumenta el precio pueda ser que no venda los ladrillos.

E5: No porque si el no vende, obviamente no va a seguir haciendo ladrillos

P: Es decir que, como van a hacer menos ladrillos, entonces, iban a ganar menos, esa es en una de las posturas hasta el momento. Supongamos que le va bien al señor Maicol aumentando el costo a los ladrillos. sí a él le va bien aumentado y disminuye la cantidad de producción ya le empezarán hacer más ladrillos verdad, porque le está yendo bien, entonces ¿qué va a pasar con los obreros?

E7: Exactamente puede aumentar, es decir, si al señor Maicol le va súper bien en ese aumento y empieza a llegar mucha gente. Entonces tendrían que hacer más ladrillos los obreros, y así, se beneficiarían de eso.

E1: todo va a depender de las ventas

Con respecto a este episodio, se puede apreciar que los estudiantes reconocen que en el cuarto fragmento del enunciado hay una afirmación muy particular que es que “por cada peso que Don Maicol le suba al ladrillo número 4, va a vender un ladrillo menos”. Esta coyuntura hace que los estudiantes no solo reconozcan que al aumentar el precio de venta por ladrillo se disminuiría solo la cantidad de venta de este, en la misma cantidad en la que el señor Maicol realice el aumento. Sino que les permitió tener una postura crítica y reflexiva en cuanto divisaron las posibles consecuencias que se podrían presentar si Don Maicol lleva a cabalidad su plan. Al respecto Skovsmose (1997) manifiesta que “se da paso a un conocimiento reflexivo cuando buscamos consecuencias más amplias del uso de técnicas específicas para solucionar un problema” (p.211). Ahora bien, es importante resaltar que la figura 2 muestra como los estudiantes de forma colectiva hallaron y tabularon los respectivos valores de las ganancias totales que Don Maicol podría obtener al hacer el aumento respectivo.

Aumento peso	Precio ladrillo	Cantidad ladrillos	Ganancia por ladrillo	Ganancias Total
0	500	1100	150	165.000
50	550	1050	200	210.000
100	600	1000	250	250.000
150	650	950	300	285.000
200	700	900	350	315.000
250	750	850	400	340.000
300	800	800	450	360.000
350	850	750	500	375.000
400	900	700	550	390.000
450	950	650	600	390.000
500	1000	600	650	390.000
550	1.050	550	700	385.000
600	1.100	500	750	375.000

Figura 2. Representación numérica de la Función Cuadrática

Fuente: Sesión de aula, pizarra a partir de las intervenciones de los estudiantes

En la elaboración de la representación numérica de la función cuadrática el grupo identifica 5 variables (aumento del peso del ladrillo, precio del ladrillo, cantidad de ladrillos, ganancia por ladrillo y ganancia total) con las cuales realizaron la tabulación de valores, y reconoce que la relación que presenta es de uno a uno, por lo tanto, en común acuerdo deciden que el aumento del ladrillo número 4 sea de 50 en 50. Esto indica que los estudiantes, hacen aplicabilidad de reglas matemáticas, algoritmos y estructuras cuando buscan soluciones pertinentes de acuerdo con los valores dados y a su vez traducen la situación problema a un lenguaje matemático. Como lo manifiesta Huapaya (2012) “es necesario que el estudiante traduzca entre representaciones para poder interpretar la situación o fenómeno estudiado” (p.64).

Por otro lado, el grupo asiente que mediante la representación numérica de la función cuadrática y los procedimientos que realizaron, reconocieron que al aumentar el ladrillo para la venta a \$450 y \$500, la ganancia total es la misma. Por tanto, dedujeron que el aumento máximo para obtener la mayor ganancia debe estar en ese intervalo (450,500). Razón por la cual, fue necesario generar la expresión general de los procesos que habían realizado a lo largo del desarrollo de la clase con respecto a la situación problema. Así, realizan una traducción del sistema de representación

numérico al sistema de representación algebraico, que se puede apreciar en la figura 3.

The image shows a whiteboard with handwritten mathematical work. At the top, the formula $C_p = (C_{p \times d})(C_d)$ is written. Below it, the equation $y = (150 + x)(1100 - x)$ is written. This is expanded to $y = 165.000 - 150x + 1100x - x^2$. The next line shows the simplified form $y = 165.000 + 950x - x^2$. The final equation, $y = -x^2 + 950x + 165.000$, is circled in red. At the bottom, there are definitions: $y = \text{Ganancia total}$ and $x = \text{Aumento del peso}$.

Figura 3. Representación algebraica de la Función Cuadrática

Fuente: Sesión de aula, pizarra a partir de las intervenciones de los estudiantes

Es fundamental resaltar que el transitar por los diversos sistemas de representación permite a los estudiantes tener una comprensión más amplia del objeto matemático dado, y más aún cuando se estudia a través de situaciones cotidianas. Por tanto, “lo que primero importa para la enseñanza de las matemáticas no es la acción del mejor sistema de representación sino lograr que los estudiantes sean capaces de relacionar muchas maneras de representar los contenidos matemáticos” (Duval, 2006, p.159). En este orden de ideas, una vez establecida la representación numérica de la función cuadrática, los estudiantes lograron establecer la representación algebraica de dicho objeto matemático.

Para ello, tomaron como referencia el proceso matemático que realizaban para hallar la ganancia total (El producto entre la ganancia por ladrillo y la cantidad de ladrillos), luego identificaron las variables dependiente e independiente, allí el grupo manifiesta que el aumento del peso del ladrillo corresponde a la variable independiente (x) y, por tanto, la variable dependiente (y) hace alusión a la ganancia total que tendría el señor Maicol, puesto que esta, depende del aumento del peso del

ladrillo. Posterior a ello, establecen la relación de proporcionalidad dada en la situación (por cada aumento del peso del ladrillo, disminuye un ladrillo) con el fin de obtener una expresión matemática. Para finalizar, los estudiantes realizan una transformación sintáctica invariante, puesto que llevan a cabo los respectivos procesos matemáticos estableciendo transformaciones que no cambian el objeto matemático (Función Cuadrática).

CONCLUSIONES

El aprendizaje bajo la perspectiva Sociocultural en Educación Matemática considera la coexistencia de principios cognitivos y socioculturales que permitan la comprensión de los fenómenos de aprendizaje de las matemáticas escolares. Así, el pensamiento y el conocimiento surgen cuando personas concretas se involucran en prácticas determinadas dentro de situaciones sociales específicas (Lave, 1988). Es decir, las ideas y conceptos que una persona construye siempre están circunscritos a la actividad y los escenarios sociales dentro de los cuales ellos tuvieron lugar.

Desde un perspectiva sociocultural en Educación Matemática, lo central de la visión de las Competencias Matemáticas es facilitar un aprendizaje que se conecte claramente con una capacidad de actuación en diversas situaciones con base en un conocimiento adquirido (Valero, 2006). En ese sentido, el aprendizaje de los estudiantes paso de ser una actividad cuyo propósito era almacenar conocimiento, a una actividad que les permitió desarrollar conocimientos netos de la matemática como disciplina y dar uso de ellos para satisfacer necesidades que se presentan dentro de su propio contexto. De igual manera, como sujetos pensantes tomaron posturas constructivas y acordes a sus propios pensamientos e ideales sin desligar que para ello es fundamental la utilidad de procesos matemáticos que de una u otra forman influyen significativamente en la comprensión de las realidades.

Asumir el desarrollo de competencias matemáticas desde una perspectiva funcional, considerando el modelo propuesto por Solar (2009), permitió una organización didáctica para evidenciar el aprendizaje como actuación. Por lo tanto, las

tareas matemáticas expuestas como “propuestas de acción que los profesores plantean a sus estudiantes” (Penalva & Llinares, 2011, p.28), desencadenaron una comprensión, posicionamiento y reflexión por parte de los estudiantes, así como la creatividad para identificar procedimientos matemáticos y configurarlos en estructuras matemáticas más amplias (función cuadrática) a partir de realidad emergente en la situación problema.

Ahora bien, aludiendo a la competencia matemática resolver problemas, se puede concluir que los estudiantes desarrollaron habilidades cognitivas y sociales para activar una serie de etapas asociadas a procesos matemáticos que permitió abordar la solución del problema de manera colectiva. En estos desarrollos, la participación generada por los estudiantes tiene gran importancia pues el compartir ideas y argumentos brindó la posibilidad de ir más allá de lo expuesto en el enunciado de la situación problema, a tal punto de establecer una conexión constante e inquebrantable de todo el proceso con la vida misma a través de sucesos y experiencias cotidianas de las personas.

Esto refleja que la enseñanza de la matemática escolar no solo se basa en la transmisión de saberes propios de la disciplina, sino que ésta permita a los estudiantes despertar el sentido crítico y reflexivo con relación a los diversos eventos que se generan en la vida real con el fin de dar una verdadera importancia al uso de las matemáticas dentro de la realidad (Valero & Skovsmose, 2012).

REFERENTES BIBLIOGRÁFICOS

Alvis, J. F., Aldana, E., & Caicedo, S. J. (2019). Los ambientes de aprendizaje reales como estrategia pedagógica para el desarrollo de competencias matemáticas en estudiantes de básica secundaria. *Revista de Investigación, Desarrollo e Innovación*, 10(1), 135–147. <https://doi.org/10.19053/20278306.v10.n1.2019.10018>

- Carrillo, J., Contreras, L. C., & Zakaryan, D. (2013). Avance de un Modelo de Relaciones entre las Oportunidades de Aprendizaje y la Competencia Matemática. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 27(47), 779–804. <https://doi.org/10.1590/S0103-636X2013000400005>
- D'Amore, B., Godino, J. D., & Fandiño, M. I. (2008). *Competencias y matemática*. Bogotá: Cooperativa Editorial Magisterio.
- Duval, R. (2006). Un tema crucial en la educación matemática: La habilidad para cambiar el registro de representación. *La Gaceta de la Real Sociedad Matemática Española*, 9(1), 143–168.
- Escobar, J., & Bonilla, F. (2009). Grupos Focales: Una Guía Conceptual y Metodológica. *Cuadernos Hispanoamericanos de Psicología*, 9(1), 51–67.
- Hernández, R., Fernández, C., & Baptista, P. (2014). *Metodología de la investigación* (6a ed.). México: Mc Graw Hill.
- Huapaya, E. (2012). *Modelación Usando Función Cuadrática: Experimentos de Enseñanza con Estudiantes de 5to de Secundaria* (Tesis de Maestría). Pontificia Universidad Católica del Perú, Lima, Perú.
- Husén, T. (1988). Paradigmas de la investigación en educación: un informe del estado de la cuestión. En I. Dendaluce (Ed.), *Aspectos metodológicos de la investigación educativa* (pp. 46–59). Madrid: Narcea.
- Lave, J. (1988). *Cognition in practice: Mind, mathematics and culture in everyday life*. New York: Cambridge University Press.
- Mayer, R. E. (1991). *Thinking, problem solving, cognition*. New York: Freeman.

- Montoya, E., Lozano, P., Aparicio, R. M., Miñarro, M., Ticó, J. R., & Suñé, J. (2007). Aprendizaje experiencial y reflexivo: experiencia de aplicación en tecnología farmacéutica. *Edusfarm, revista d'educació superior en Farmàcia*, (2), 1–13.
- OCDE. (2013). PISA 2012 Assessment and Analytical Framework: Mathematics, Reading, Science, Problem Solving and Financial Literacy. <https://doi.org/10.1787/9789264190511-en>
- Penalva, M., & Llinares, S. (2011). Tareas Matemáticas en la Educación Secundaria. En J. Goñi (Ed.), *Didáctica de las Matemáticas*. (pp. 27–51). Barcelona: Grao.
- Pérez A. (2007). Las Competencias Básicas: su naturaleza e implicaciones pedagógicas. Cuadernos de Educación. https://www.educantabria.es/docs/info_institucional/publicaciones/2007/Cuadernos_Educacion_1.PDF
- Polya, G. (1945). *How to solve it*. Princeton: Princeton University Press.
- Rico, L. (2006). Marco teórico de Evaluación en PISA sobre Matemáticas y Resolución de Problemas. *Revista de Educación*, 275–294.
- Rico, L., & Lupiañez, J. L. (2008). *Competencias matemáticas desde una perspectiva curricular*. Madrid: Alianza Editorial.
- Skovsmose, O. (1997). Competencia Democrática y Conocimiento Reflexivo en Matemáticas. *Revista EMA*, 2(3), 191–216.
- Skovsmose, O. (1999). *Hacia una filosofía de la educación matemática crítica*. Bogotá: Una empresa docente.

- Skovsmose, O. (2000). Escenarios de investigación. *Revista EMA*, 6(1), 3–26.
- Solar, H. (2009). Competencias de modelización y Argumentación en Interpretación de Gráficas Funcionales: Propuesta de un modelo de Competencia Aplicado a un Estudio de un Caso (Tesis de Doctorado). Universitat Autònoma de Barcelona, Barcelona, España.
- Solar, H. S., & Deulofeu, J. (2016). Condiciones para promover el desarrollo de la competencia de argumentación en el aula de matemáticas. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 30(56), 1092–1112. <https://doi.org/10.1590/1980-4415v30n56a13>
- Solar, H., García, B., Rojas, F., & Coronado, A. (2014). Propuesta de un Modelo de Competencia Matemática como articulador entre el currículo, la formación de profesores y el aprendizaje de los estudiantes. *Educación Matemática*, 26(2), 33–67.
- Valero, P. (2006). ¿De carne y hueso? La vida social y política de la competencia matemática. *Memorias de Foro Educativo Nacional*. Bogotá: Ministerio de Educación Nacional.
- Valero, P., & Skovsmose, O. (comp). (2012). *Educación Matemática Crítica. Una visión sociopolítica del aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas*. Bogotá: Ediciones Uniandes.
- Zakaryan, D. (2011). Oportunidades de Aprendizaje y Competencias Matemáticas de Estudiantes de 15 años: Un Estudio de Casos (Tesis doctoral). Universidad de Huelva, Huelva, España.