

Una experiencia de educación matemática mediante aprendizaje cooperativo e integración de competencias en Educación Primaria

A mathematical education experience through cooperative learning and integration of competences in primary education

Uma experiência de ensino de matemática através da aprendizagem cooperativa e integração de competências no ensino fundamental

Laura Muñiz-Rodríguez

Universidad de Oviedo, Estadística e I.O. y Didáctica de la Matemática
Oviedo, España

email: munizlaura@uniovi.es

ORCID: 0000-0001-7487-5588

Claudia Menéndez Fernández

Universidad de Oviedo, Estadística e I.O. y Didáctica de la Matemática
Oviedo, España

email: uo238099@uniovi.es

ORCID: 0000-0001-8802-8162

Luis J. Rodríguez-Muñiz

Universidad de Oviedo, Estadística e I.O. y Didáctica de la Matemática
Oviedo, España

email: luisj@uniovi.es

ORCID: 0000-0001-8702-8361

Enviado: 21/07/2020

Aceito: 25/09/2020

DOI: 10.30612/tangram.v3i3.12513

Resumen: La educación matemática debe abordarse desde una perspectiva global, que comprenda elementos de contextos interdisciplinarios, y que implique múltiples competencias. En este proceso, el papel del profesorado es fundamental para lograr un aprendizaje significativo. En este trabajo se presenta una innovación educativa orientada a la resolución de problemas matemáticos en el segundo curso de Educación Primaria, basada en un planteamiento integrador que relaciona la competencia matemática con el resto de las

competencias clave. Mediante técnicas de aprendizaje cooperativo y el planteamiento de diversas situaciones y contextos relacionados con otras áreas del currículo, se promueve la búsqueda de soluciones y su explicación. Los resultados constatan un aumento de la motivación del alumnado durante el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, además de una mejora en los razonamientos seguidos en el seno del grupo de alumnos y alumnas.

Palabras clave: Aprendizaje cooperativo. Competencias clave. Educación primaria. Integración de competencias. Resolución de problemas matemáticos.

Abstract: Mathematics education must be approached from a global perspective, including elements from interdisciplinary contexts and involving multiple competences. In this process, the role of the teacher is essential to achieve a significative learning. In this study, an educational innovation based on solving mathematical problems in the second year of Primary Education is presented, based on an integrative approach that relates the mathematical competence with other key competences. Through cooperative learning techniques and the use of different situations and contexts related to other areas of the curriculum, the search for solutions and their explanation is promoted. Results confirm an increase in student motivation during the mathematics teaching and learning process, as well as an improvement in the reasoning followed within the group of students.

Keywords: Cooperative learning. Key competences. Primary education. Integration of competences. Mathematical problem solving.

Resumo: A educação matemática deve ser abordada de uma perspectiva global, que inclui elementos de contextos interdisciplinares e envolve múltiplas competências. Nesse processo, o papel do professor é essencial no processo de obtenção de aprendizagem significativo. Este trabalho apresenta uma inovação educacional orientada para a resolução de problemas matemáticos no segundo ano do ensino fundamental, com base em uma abordagem integrativa que relaciona a competência matemática ao restante das competências-chave. Por meio de técnicas de aprendizagem cooperativa e abordagem de várias situações e contextos relacionados a outras áreas do currículo, é promovida a busca de soluções e suas explicações. Os resultados confirmam um aumento na motivação dos alunos durante o processo de ensino e aprendizagem de matemática, bem como uma melhoria no raciocínio seguido dentro do grupo de estudantes.

Palavras-chave: Aprendizagem cooperativa. Competências-chave. Educação primária. Integração de competências. Resolução de problemas matemáticos.

Introducción

Los procesos de resolución de problemas son considerados como uno de los ejes principales de la actividad matemática (Csapó y Funke, 2017; National Council of Teachers

of Mathematics, 2000; Ministerio de Educación, Cultura y Deporte, 2014), focalizándose en la Educación Primaria en la utilización del razonamiento matemático en la resolución de problemas contextualizados en el ámbito cotidiano del alumnado. A este respecto se ha de tener presente la influencia que ejerce la motivación del alumnado en el éxito en la resolución de problemas matemáticos (Solaz-Portolés, Sanjosé, y Gómez, 2011).

Asumiendo el planteamiento anterior, un reto para los y las docentes es conseguir que su alumnado esté motivado, porque sin motivación no hay aprendizaje (Glasser, 1981). Motivar al alumnado en el área de matemáticas puede ser aún más complicado pues “el temor o el disgusto por la matemática tiene como uno de sus pilares un mito: el de la materia aburrida, difícil y reservada para unos pocos” (Torres, 2001, p.23). Esta concepción se refuerza cuando la metodología docente en la Educación Primaria es meramente deductiva y se acompaña de tareas mecánicas y repetitivas.

El presente trabajo, mediante una innovación educativa implementada y evaluada con alumnado de segundo curso de Educación Primaria, ilustra una posible forma de resolver estas dificultades, planteando la resolución de problemas matemáticos en el marco del aprendizaje cooperativo y en contextos y situaciones relacionados con otras materias del currículo, en particular, con lengua castellana y literatura, educación física, educación artística y ciencias naturales.

Marco teórico

Dentro de las aportaciones realizadas por distintos autores sobre el significado de problema de matemáticas, este trabajo se sustenta en la definición propuesta por Blanco (1993), quien expone que un problema matemático es “una situación en la que se formula una tarea que debe ser desarrollada, y en la que en un ambiente de discusión, de incertidumbre y de comunicación se pretende alcanzar unos objetivos” (Blanco, 1993, p. 23). Además, Blanco añade que para que la situación sea considerada un problema “el proceso a seguir no debe ser conocido inmediata y fácilmente” (Blanco, 1993, p. 23), y se precisa de cierta motivación o necesidad por llegar a su solución. Conscientes de la

naturaleza polisémica de este término (Pino, 2013), es preciso distinguir entre ejercicios y problemas matemáticos. De las diferencias descritas en investigaciones previas (Blanco, Cárdenas y Caballero, 2015; Echenique, 2006), destacamos que el propósito de los problemas es profundizar en los conocimientos y experiencias aplicados por el resolutor, quien goza de cierta implicación de naturaleza emocional por llegar a su solución o soluciones por alguna de las posibles vías, tras sobrepasar ciertas dificultades y bloqueos iniciales. Así, una situación puede resultar inicialmente un problema, pasando a ser considerado un mero ejercicio una vez asimilado su proceso de resolución (Blanco, Cárdenas y Caballero, 2015). A diferencia de los ejercicios, los problemas suelen requerir más tiempo para su resolución y su presencia en los libros de texto sigue siendo aún en la actualidad escasa (Rodríguez-Muñiz, Corte, y Muñiz-Rodríguez, 2020).

La variedad de problemas matemáticos propios de ser abordados durante la Educación Primaria es rica, dando lugar a numerosas clasificaciones basadas en distintos criterios, tales como el contexto, la formulación, las soluciones o el método de resolución (Blanco, Cárdenas y Caballero, 2015). En particular, Echenique (2006) propone la siguiente tipología: problemas aritméticos (de primer, de segundo y de tercer nivel), geométricos, de razonamiento lógico, de recuento sistemático, de razonamiento inductivo, y de azar y probabilidad. La innovación educativa que aquí se presenta pone su foco de atención en los problemas aritméticos y geométricos. Basándonos en la definición de Echenique (2006), entendemos por problemas aritméticos aquellos que “presentan datos en forma de cantidades y establecen entre ellos relaciones de tipo cuantitativo, cuyas preguntas hacen referencia a la determinación de una o varias cantidades o a sus relaciones, y que necesitan la realización de operaciones aritméticas para su resolución” (Echenique, 2006, p. 30). Los problemas aritméticos pueden a su vez ser de primer nivel (requieren la aplicación de una única operación), de segundo nivel (requieren la aplicación de dos o más operaciones siguiendo un cierto orden), o de tercer nivel (los datos vienen dados en forma de números decimales, fraccionarios o porcentuales). Por otro lado, entendemos por problemas geométricos

aquellos con los que “se trabajan diversos contenidos y conceptos de ámbito geométrico, diferentes formas y elementos, figuras bidimensionales y tridimensionales, orientación y visión espacial, los giros...” (Echenique, 2006, p. 39).

En la literatura sobre modelos de resolución de problemas matemáticos podemos encontrar diversos aportes, si bien la gran mayoría se sustentan en el procedimiento propuesto por Pólya (1985) que abarca cuatro fases: comprender el problema, concebir un plan, ejecutar el plan y examinar los resultados. Blanco, Cárdenas y Caballero (2015) añaden la perspectiva afectiva mediante autoinstrucciones en cada una de estas etapas, y una quinta fase de valoración del dominio afectivo del resolutor.

Los trabajos realizados sobre resolución de problemas matemáticos argumentan que resulta necesario que los maestros y las maestras traten de potenciar en el alumnado diversas estrategias personales para la resolución de problemas, cuidando la variedad de procedimientos a la hora de enfrentarse a una misma situación, analizando y estudiando adecuadamente cada uno de ellos (Echenique, 2006). En este sentido, es de gran importancia que se planteen situaciones abiertas que permitan proponer múltiples soluciones, que el alumnado explique el proceso seguido para la resolución, justificando y argumentando su validez, propiciando tanto la reflexión personal como la discusión en grupo (Blanco, Cárdenas y Caballero, 2015). Además, utilizar metodologías activas y presentar el contenido de forma atractiva podrá contribuir a que los niños y las niñas muestren una actitud más positiva y se consiga así una mayor motivación (Solaz-Portolés, Sanjosé, y Gómez, 2011).

Sobre la base anterior, uno de los principales objetivos de los maestros y las maestras en el aula es el empleo de herramientas metodológicas que les permitan maximizar el aprendizaje del alumnado y, al mismo tiempo, formar personas capaces de gestionar las relaciones y de cooperar. Goikoetxea y Pascual (2002) señalan que el aprendizaje cooperativo puede ser una herramienta que permita la consecución de esas metas. El aprendizaje cooperativo se define como el empleo didáctico de grupos reducidos en los que el alumnado trabaja en equipo para así maximizar su propio aprendizaje y el del resto

(Johnson, Johnson y Holubec, 1999). De esta definición se desprende que los niños y las niñas que forman parte del equipo cooperativo tienen la responsabilidad de aprender y de contribuir a que el resto aprenda (Faus Boscà y García Puchades, 2019).

Además del aprendizaje cooperativo, otra orientación metodológica con un efecto positivo sobre la motivación del alumnado es la utilización del juego como recurso didáctico en el aprendizaje de las matemáticas, que permite ver las situaciones de aprendizaje como novedosas y promover la motivación. La literatura señala que el juego estimula el desarrollo social de los niños y las niñas, favoreciendo la colaboración entre iguales y el trabajo en equipo, la discusión de ideas, el reconocimiento de los éxitos del resto y la comprensión de los propios fallos (Chamoso, Durán, García, Martín, y Rodríguez, 2004; Corbalán y Deulofeu, 1996; de Guzmán, 2004; Edo, Baeza, Deulofeu, y Badillo, 2008; Muñiz-Rodríguez, Alonso, y Rodríguez-Muñiz, 2014). Esta concepción está siendo llevada en los últimos años a visiones más globales del juego, como la gamificación (Kapp, 2012), la cual impregna toda la acción docente con la estética, las normas y el pensamiento del juego.

Otro factor relevante que atañe a los maestros y las maestras de Educación Primaria en España es el reto de abordar la formación del alumnado desde un punto de vista integral a través de las denominadas competencias clave, a saber: competencia lingüística, competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología, competencia digital, aprender a aprender, competencias sociales y cívicas, sentido de la iniciativa y espíritu emprendedor, y conciencia y expresiones culturales (Jefatura del Estado, 2013). En ocasiones, resulta difícil conciliar esta visión con la tradicional distribución horaria de las asignaturas o con el tratamiento de problemas que permitan ser examinados desde más de una disciplina, si bien tales competencias aluden a conocimientos, habilidades y destrezas que son determinantes en la resolución de problemas matemáticos (Horch, 2008).

Objetivos

Tomando como referente el marco teórico expuesto, la innovación educativa diseñada pretende lograr los siguientes objetivos: (1) mejorar la motivación del alumnado en el

proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, (2) familiarizar al alumnado con la metodología de aprendizaje cooperativo, (3) mejorar el razonamiento lógico e intuitivo para la elaboración de estrategias de resolución de problemas matemáticos y fomentar la capacidad de argumentación y de justificación de aquellas, (4) contribuir a la valoración de la importancia del conocimiento matemático en situaciones de la vida cotidiana, y (5) favorecer el reconocimiento del carácter instrumental de las matemáticas en otros campos de conocimiento.

Metodología

Contexto de aplicación

La innovación educativa que se presenta fue implementada en el Colegio Público de Lugo de Llanera, en la zona rural de Asturias (España). Se llevó a cabo con un grupo de alumnos y alumnas de segundo curso de Educación Primaria, compuesto por 14 niños y 9 niñas, de 7 a 8 años. El grupo era heterogéneo en cuanto a ritmos de aprendizaje en matemáticas y cinco de los alumnos o alumnas presentaban distintas necesidades específicas de apoyo educativo.

La experiencia utilizó una temática relacionada con Hawái y el carnaval, ya que, con motivo de la fiesta el alumnado había elaborado disfraces inspirados en este estado. El alumnado había comenzado embrionariamente a trabajar con las fases de Pólya (1985) para resolver problemas, introduciendo problemas en contexto mediante herramientas como utilizar los nombres de los niños y las niñas como protagonistas de los problemas o información relativa a sus aficiones, sus familiares, etc. Por el contrario, no se había trabajado mediante aprendizaje cooperativo con anterioridad.

Estudio y diagnóstico del grupo

Se realizó un estudio inicial de las características del alumnado y de sus afinidades, con el objetivo de formar equipos heterogéneos, como base de un buen aprendizaje cooperativo (Pujolàs, 2003). En primer lugar, con ayuda de la maestra-tutora, se clasificó al alumnado en tres grupos: el primero el de niños y niñas con mejores rendimientos académicos y más

motivación y capacidad de liderazgo, el segundo con los niños y las niñas con más dificultades de aprendizaje y más necesidad de apoyo, y el tercero con el resto. A continuación, mediante un test sociométrico se recogieron datos respecto a sus preferencias y sus antipatías para trabajar con el resto del alumnado. Teniendo en cuenta la clasificación inicial junto con los resultados del test sociométrico, se conformaron cinco equipos cooperativos, escogiendo un niño o una niña del primer grupo, otro u otra del segundo, y uno o dos del tercero (así hasta agrupar a los 23).

Durante el desarrollo de la innovación, se combinaron estos equipos, denominados equipos base (Pujolàs, 2003) con equipos esporádicos, creados al azar y con una duración máxima de una sesión. El objetivo de esta combinación es que el alumnado se relacione en su conjunto y no sólo con los miembros de su equipo.

Por último, con el fin de conocer el nivel inicial de gusto por las matemáticas, se les pidió que señalaran las tres asignaturas favoritas y las dos que menos les gustaban. Doce de los veintitrés alumnos y alumnas señalaron matemáticas como favorita, y solo cinco como una de las menos preferidas. Es habitual que el agrado por las matemáticas sea mayor en los primeros cursos de Educación Primaria y vaya disminuyendo con el paso de los cursos, hasta cuarto de Educación Secundaria Obligatoria (Amorim, 2004; Mato, Espiñeira, y Chao, 2014; Ruiz de Gauna, Arteaga García, y Sarasua, 2013).

Desarrollo de la innovación

La innovación se desarrolló durante 12 sesiones, pertenecientes a las áreas de matemáticas, lengua castellana y literatura, educación física, educación artística y ciencias naturales.

Sesión 1: Introducción a la cooperación

Esta sesión estuvo dedicada a explicar al alumnado qué significa cooperar, aspecto elemental para la adquisición de las competencias clave, y al desarrollo de esta capacidad mediante la resolución conjunta de un problema aritmético de primer nivel mediante la

técnica cooperativa “1-2-4”, con el objetivo de promover principalmente las competencias matemática, lingüística y sociales y cívicas.

A través de un vídeo motivador, con una situación extraída de la película “Buscando a Nemo 2”, se propició la reflexión sobre la necesidad de cooperar para lograr objetivos comunes. A continuación, se planteó una actividad cooperativa para observar el funcionamiento de los equipos base, mediante el siguiente problema relacionado con la temática global de la experiencia: “Para el carnaval del colegio los niños y las niñas de 2ºA han encargado 21 faldas hawaianas, en 2ºB, 23 y en 2ºC, 24. Además, han encargado 52 collares de flores y 22 diademas. ¿Cuántas faldas hawaianas se han encargado en total?”

La resolución de este problema se llevó a cabo mediante la técnica cooperativa “1-2-4”, basada en la resolución individual del problema para posteriormente intercambiar las respuestas, primero por parejas y después de forma grupal y decidir así cuál de las que se han dado es la más adecuada (Pujolàs, 2008), con el fin de poner en común las soluciones individuales y atender a las explicaciones del resto, lo que permitió el desarrollo de las competencias sociales y cívicas.

La mayor parte del alumnado resolvió correctamente el problema, y brotaron los primeros liderazgos, así como algunos conflictos, al no estar el alumnado acostumbrado a que sea el resto de iguales quien ejerza la labor de validación, que hasta el momento había ejercido solo la maestra. La comunicación de sus soluciones también generó dificultades, sin embargo, este proceso ha sido señalado por la literatura (Pugalee, 2001; Staples y King, 2017) como un elemento clave para la metacognición en matemáticas.

Sesión 2: Decoración de los equipos base y explicación de los roles

El primer objetivo de la segunda sesión fue la elección consensuada de un nombre y un icono para el equipo base, introduciendo al alumnado uno de los elementos clave del aprendizaje cooperativo: la distribución de roles (Pujolàs, 2003). Con el propósito de integrar las matemáticas, en particular los problemas geométricos, con la educación artística, cada equipo base eligió su nombre y su icono, de entre un conjunto de figuras planas (rectángulo,

triángulo, círculo, trapecio o pentágono). Haciendo uso de su respectiva forma geométrica, decoraron sus mesas y cuadernos de equipo, así como las etiquetas del rol que cada uno asumió dentro del equipo: responsable, ayudante de responsable, secretario/a, ayudante de secretario/a, y responsable de material. Lo anterior permitió al alumnado el desarrollo específico de la competencia en relación con la conciencia y las expresiones culturales, además de la competencia matemática al tener que asociar cada forma geométrica con sus elementos y propiedades.

El segundo objetivo de esta sesión consistió en la explicación de las tareas asignadas a cada rol, poniendo de este modo en juego el desarrollo del sentido de la iniciativa y espíritu emprendedor y de la competencia lingüística, con un planteamiento integrador desde el área de lengua castellana y literatura. Se advirtió que los roles rotarían cada 3 o 4 días y que diariamente se repasarían las tareas, para fomentar su interiorización.

Sesión 3: Mensaje en una botella

La finalidad de la tercera sesión fue presentar la temática de la experiencia al alumnado a partir de un supuesto mensaje encontrado en una botella. En el mensaje un personaje procedente de Hawái narra una historia sobre una isla inhabitada en el archipiélago, en la cual se esconde un tesoro. Encontrarlo fue el reto que se planteó al alumnado. La presentación del mensaje se dramatizó y se apoyó con soporte audiovisual, promoviendo así la competencia en comunicación lingüística.

A continuación, se dio paso a la primera prueba, es decir, la resolución mediante la técnica de aprendizaje cooperativo “1-2-4” del siguiente problema aritmético de primer nivel que integra conocimientos sobre grandes clasificaciones de animales que el alumnado había trabajado anteriormente en ciencias naturales: “En la isla de Oahu se encuentran diferentes animales protegidos por estar en peligro de extinción: 9 gansos nene, 87 focas monje, 57 murciélagos cano, 8 tortugas hembra carey y 25 peces gobio. Pregunta 1: ¿Cuántos mamíferos hay en total? Pregunta 2: ¿Y vertebrados? Pregunta 3: ¿Hay más patas de gansos o peces? Pregunta 4: ¿Cuántos murciélagos hay menos que focas?” La resolución conjunta

de dicha prueba promovió en gran medida el desarrollo de las competencias lingüística, matemática y en ciencia y tecnología, así como las competencias sociales y cívicas.

Pese a que el alumnado era capaz de explicar las características de un mamífero, surgieron dificultades al clasificar animales como el murciélago o el delfín. Los equipos cooperativos comenzaron a funcionar y unos miembros apoyaron a otros, aunque algún alumno mostró aún dificultades para integrarse. Finalmente, todos los equipos respondieron correctamente, aunque todavía pocos miembros eran capaces de argumentar sus respuestas.

Sesión 4: Las tortugas Carey

El planteamiento de la cuarta sesión fue similar al de la anterior, es decir, el alumnado debía resolver de manera cooperativa un problema aritmético de primer nivel contextualizado en el área de ciencias naturales, fomentando el desarrollo de las competencias lingüística, matemática y en ciencia y tecnología, y sociales y cívicas. Se proyectó un vídeo sobre el nacimiento de las tortugas Carey y se planteó el siguiente problema matemático: “Cada tortuga Carey puede poner hasta 200 huevos a la vez, pero solo una pequeña parte consiguen nacer después de dos meses incubados. Si han conseguido nacer 10 tortuguitas de cada una de las 8 tortugas madre que había en la isla de Oahu, ¿cuántas tortugas han nacido en total?”

Todo el alumnado lo resolvió correctamente, pero la mayor parte realizó una suma y solo unos pocos lo resolvieron en forma de multiplicación. Pese a que el libro de texto con el que trabajaban de manera habitual tenía muchos problemas similares, en ellos los niños y las niñas solamente tenían que rellenar huecos concretos, en los que no tenía cabida una suma. Esto nos hizo ver que, a pesar de que sabían multiplicar, no habían apprehendido su significado como suma reiterada.

Sesión 5: Carnaval

Esta sesión estuvo dedicada a la resolución de manera cooperativa de problemas matemáticos contextualizados en el carnaval, celebración de naturaleza histórica, artística y cultural, que permitió integrar las matemáticas, la educación artística y las competencias

relacionadas con la conciencia y expresiones culturales, así como la lingüística y la matemática. Además, para fomentar la competencia digital del alumnado, los problemas se alojaron en un cuestionario diseñado con Google Forms (disponible en <https://goo.gl/forms/n6p3bWjnnsf0Gm2u2>), distribuyendo al alumnado en equipos esporádicos de dos personas. Como se puede apreciar, se combinan respuestas cerradas con respuestas abiertas, proponiendo problemas aritméticos de primer nivel contextualizados, que requieren discriminar información innecesaria, seleccionar información relevante, controlar la información utilizada, seleccionar la operación relevante para resolver un problema o representar pictóricamente una situación-problema. Esta variedad de estrategias permite en particular el desarrollo de la competencia aprender a aprender.

Se detectó un comportamiento inverso al descrito en la sesión 4, ya que la mayoría de las parejas seleccionó la multiplicación como única operación relevante, cuando también era posible la suma reiterada, quizá porque, en este caso, al ofrecer esa alternativa, el alumnado desechó la suma, y porque la sesión anterior les hizo reflexionar sobre este significado de la multiplicación. También se apreció que casi un tercio de las parejas seleccionó información no relevante para responder a una pregunta, posiblemente por sentir la necesidad de utilizar toda la información del enunciado en algún momento de la resolución, aspecto contemplado en el modelo de clasificación de errores de Radatz (1979).

Sesión 6: Isla del Tangram I

El objetivo de esta sesión fue desarrollar la habilidad espacial del alumnado mediante la resolución de problemas geométricos utilizando un Tangram (Godino y Ruiz, 2002), combinando así las matemáticas y la educación artística, y fomentando el desarrollo de las competencias matemática, sociales y cívicas, así como de la conciencia y expresiones culturales.

En esta ocasión, se pidió a cada equipo base que replicara de manera cooperativa y con ayuda de un Tangram un conjunto de figuras predeterminado. A continuación, se repartieron

las figuras entre los miembros del equipo, puesto que cada uno debía plasmarla y colorearla haciendo uso de una cartulina.

Esta actividad no planteó mayores inconvenientes, más allá de la gestión del tiempo, ya que algún alumno quería realizar la tarea rápidamente pero el apresuramiento le llevaba a no hacerlo correctamente.

Sesión 7: Centro Océánico de Maui

El planteamiento de esta sesión fue similar al de las sesiones 3 y 4, es decir, el alumnado debía resolver de manera cooperativa un problema matemático contextualizado en el área de ciencias naturales, fomentando así el desarrollo de las competencias lingüística, matemática y en ciencia y tecnología, y sociales y cívicas. La principal diferencia con respecto a las sesiones anteriores fue la introducción de un problema de segundo nivel.

Así, tras proyectar un vídeo sobre el Centro Océánico de Maui, se les planteó un problema matemático, que se abordó con la técnica “1-2-4”, nuevamente, para fomentar la argumentación y la comunicación. Se proporcionó información sobre el número de grupos y el tamaño de cada grupo que recibía a cada hora el Centro Océánico, planteando un problema de primer nivel para averiguar el número de visitantes en cada franja horaria, y un problema de segundo nivel consistente en averiguar el número total de visitantes en el conjunto de franjas horarias. Curiosamente, la mayoría de los alumnos volvieron a recurrir a la suma reiterada en lugar de a la multiplicación para los problemas de primer nivel, tal y como se ilustra en la Figura 1.

El Maui Ocean Center es visitado por muchas personas durante el día. Estas son las visitas registradas ayer por la mañana:

10:00	➡	7 grupos de 5 personas	12:00	➡	3 grupos de 10 personas
11:00	➡	2 grupos de 8 personas	13:00	➡	7 grupos de 5 personas

Pregunta 1: ¿Cuántas personas han visitado el acuario a las 10:00h?

57 Visitaron 35 personas.

$$\begin{array}{r}
 5 \\
 + 5 \\
 + 5 \\
 + 5 \\
 + 5 \\
 + 5 \\
 + 5 \\
 \hline
 35
 \end{array}$$

Figura 1 - Producción del alumnado en la sesión 7

Fuente: Elaboración propia

Sesión 8: Explorando Hawái

En esta sesión el objetivo fue integrar las áreas de matemáticas y educación física (en la línea propuesta en Rodríguez-Muñiz y Sánchez Díaz, 2017) mediante la realización de una serie de juegos cooperativos, favoreciendo así el desarrollo de todas las competencias clave (a excepción de la digital).

La actividad fue desarrollada en una de las canchas deportivas del colegio. Se realizó el “Juego de los números”, que consiste en que todo el alumnado corre hasta que se diga un número y, entonces, los niños y las niñas deben formar grupos cuyo tamaño ha de ser ese número. Se incrementó progresivamente la dificultad, formulando multiplicaciones de las tablas que conocía el alumnado, cuyo resultado era el número de miembros del grupo que debían formar.

También se realizó el juego “Barcas en el mar”, adaptado de Vázquez (2016), en el que unos aros, repartidos por toda la pista, hacían la función de barcas y unos conos, distribuidos por el suelo, representaban tesoros. Los niños y las niñas debían recoger todos los tesoros y

volver a su base sin pisar fuera de los aros. Algunos grupos se dieron cuenta de que haciendo, por ejemplo, cadenas para pasarse los tesoros, obtenían mejores resultados.

Por último, se realizó el juego “Salto del río de lava del volcán Kilauea”, tras haberles contado la historia sobre este río y el volcán, situados ambos en Hawái, proporcionando nuevamente un acercamiento al mundo físico. Se colocaron dos cuerdas con una distancia de 50 centímetros y los niños y las niñas fueron saltando, procurando no pisar en el medio de ese río figurado. La distancia iba aumentando a medida que la superaba todo el alumnado.

Sesión 9: Isla del Tangram II

Similar al planteamiento de la sesión 6, el objetivo de la sesión 9 fue desarrollar la habilidad espacial del alumnado mediante la utilización de un Tangram (Godino y Ruiz, 2002), integrando las matemáticas y la educación artística, y fomentando el desarrollo de las competencias matemática y en ciencia y tecnología, sociales y cívicas, y de la conciencia y expresiones culturales. De manera colaborativa y mediante un nuevo acercamiento al mundo físico, el alumnado coloreó un mural que representaba una isla deshabitada y, sobre ella, fueron colocando las piezas del Tangram, trabajando así contenidos propios de los problemas geométricos.

Sesión 10: Construyendo problemas

El objetivo de esta sesión fue trabajar al tiempo las competencias lingüística (propia del área de lengua castellana y literatura) y matemática y en ciencia y tecnología, mediante la construcción de manera cooperativa por parte del alumnado de un problema aritmético ambientado en el mundo físico.

Tras contextualizar con un vídeo sobre las olas de Hawái y unas imágenes de la playa de Papakolea, se planteó a cada equipo base un conjunto de seis palabras, un enunciado con huecos que debían rellenar con algunas de esas palabras y una pregunta que debían completar. Con todo ello, cada equipo base elaboró un problema aritmético, que resolvió posteriormente, explicando la solución, tal y como se ilustra en la Figura 2.

A pesar de que cada grupo era libre de completar la pregunta del problema, resultó llamativo cómo en algunos casos la pregunta y la solución no se correspondían. Por ejemplo, en la Figura 2, se observa una producción coherente. Sin embargo, inicialmente, respondían utilizando información irrelevante, calculando el número total de visitantes.

Se observó, asimismo, una evolución muy positiva en el intercambio de exposiciones y razonamientos en el seno de cada equipo, admitiendo las explicaciones entre iguales sin los inconvenientes que había al comienzo, lo que evidenció un notable desarrollo de las competencias sociales y cívicas del alumnado.

Construimos un problema



- Islas
- 3 grupos de 8 personas
- 4 grupos de 6 personas
- Cuántas personas
- Surf
- Olas
- Acantilados

El enunciado del problema dice...

Las islas de Hawaii son muy conocidas por sus grandes olas. Por ello, muchas personas que practican surf viajan a las islas de vacaciones. En la tarde de ayer fueron 4 grupos de 6 personas a surfear y hoy han venido 3 grupos de 8 personas?

La pregunta del problema es...

¿Cuántas personas fueron ayer a Hawaii?

La pregunta del problema es...

¿Cuántas personas fueron ayer a Hawaii?

La solución del problema es...

En total fueron 24 personas.

Las operaciones del problema son...

$4 \times 6 = 24$

$$\begin{array}{r} \times 4 \\ 6 \\ \hline 24 \end{array}$$

Figura 2 - Producción del alumnado en la sesión 10

Fuente: Elaboración propia

Sesión 11: Resolviendo los problemas construidos

Esta sesión estuvo dedicada a la resolución de los problemas matemáticos construidos por los equipos en la sesión anterior mediante parejas esporádicas. Con el propósito de desarrollar, además de las competencias matemática, lingüística y sociales y cívicas, la competencia digital, la resolución de los problemas elaborados se planteó mediante un cuestionario de Google Forms (disponible en <https://goo.gl/forms/dRXQ49aGEuukzLPj1>),

lo que permitió añadir cuestiones que obligaban a tener que seleccionar datos relevantes, comprender el texto, apoyarse en representaciones gráficas, etc.

Sesión 12: La caza del tesoro

La última sesión se dedicó a la búsqueda del tesoro utilizando disfraces que representan los trajes típicos de los ciudadanos de Hawái con motivo de la celebración del carnaval. Esta actividad integra el desarrollo de la competencia matemática con el resto de las competencias clave.

Durante la realización de las actividades de las distintas sesiones, los equipos base recibían unas piezas a modo de puzle que, juntadas adecuadamente, formaban un mapa con forma del plano del colegio, donde se les indicaba dónde estaba el tesoro. Este consistía en un cofre escondido entre los árboles del patio, que contenía cinco paquetes con unas monedas de chocolate, y un diploma para cada participante. La reconstrucción del puzle y la interpretación del plano no generaron inconvenientes.

Evaluación

Para evaluar la consecución de los objetivos a lograr con esta innovación educativa, el alumnado realizó una encuesta en papel donde se le preguntaba por las dos actividades que más le había gustado y las dos que menos. Además, se incluyeron cuestiones orientadas al autoconcepto, poniendo en relación cómo se valoraban respecto a las matemáticas en función de trabajar o no en equipo. También se analizó su nivel de motivación y si preferían trabajar de forma cooperativa o individual. La Figura 3 muestra fragmentos de la escala utilizada.

¿Cómo te has sentido trabajando en grupo?		
		
Mal	Regular	Bien
¿Cómo te has sentido trabajando individualmente?		
		
Mal	Regular	Bien
¿Te gustaría trabajar en grupo en todas las asignaturas?		
		
No	Me da igual	Sí
Realizando las actividades de la búsqueda del tesoro...		
	...ise me pasaba el tiempo volando!	
	...a veces lo pasaba bien, pero otras me aburría.	
	...quería que acabase la hora porque me aburría.	
	...creo que se me dan mejor las matemáticas.	
	...creo que no se me dan ni mejor ni peor.	
	...creo que se me dan peor las matemáticas.	
Trabajando en grupo...		
	Trabajo mejor, me gusta más que individualmente.	
	Trabajo igual que individualmente.	
	Trabajo peor, prefiero individualmente.	

Figura 3 - Respuestas del alumnado a la encuesta de valoración

Fuente: Elaboración propia

Debido a la corta edad del alumnado (de 7 a 8 años) y a la necesidad de adaptar a su nivel las encuestas, estas se diseñaron combinando el texto con iconos que representaban caras sonrientes, indiferentes o tristes.

A la maestra-tutora se le realizó otra encuesta orientada al análisis, como docente, de la forma de trabajo que se había llevado a cabo. Se le pidió su opinión respecto a la metodología utilizada, así como su visión global sobre el proyecto.

A partir de los datos obtenidos se puede constatar un incremento de la motivación en el alumnado puesto que casi la totalidad afirma que cuando realizaba las actividades iba con ganas a clase y el tiempo “se pasaba volando”. En lo que respecta al autoconcepto, en torno al 70% del alumnado identifica una mejora de su autoconcepto matemático cuando realiza estas actividades (“creo que se me dan mejor las matemáticas”) y en torno al 80% asegura que trabaja mejor en grupo que individualmente. Alrededor del 80% señala como una de las dos actividades que más le ha gustado los juegos en educación física, y la totalidad del alumnado señala la propia búsqueda del tesoro como la otra actividad que más ha gustado. Resulta llamativo cómo las dos actividades que han tenido más aceptación por parte del alumnado son las que requerían movimiento, si bien este hecho concuerda con los resultados de investigaciones anteriores (González-Cutre, 2017; Vazou, Gavrilou, Mamalaki,

Papanastasiou, y Sioumala, 2012). Las dos actividades que menos les han gustado han sido las dos relacionadas con la resolución de problemas sobre animales y la del Centro Oceánico de Maui. Algunos autores señalan que los factores afectivos y emocionales influyen especialmente en los procesos cognitivos que intervienen en la resolución de problemas, causando un detrimento en la motivación y el autoconcepto del alumnado (Gil Ignacio, Blanco, y Guerrero, 2006). En este sentido, las expectativas del alumnado también se pronuncian como una posible causa, ya que en muchas ocasiones la actitud negativa se manifiesta por medio de comentarios poco favorables con anterioridad al inicio del proceso de resolución de problemas (Gómez-Chacón, 2000; Marshall, 1989).

La maestra-tutora, por su parte, afirma que este tipo de metodología, a pesar de que considera que genera un aprendizaje más significativo y holístico, requiere un trabajo extra fuera del horario lectivo. Además, señala que sería adecuada si se adoptase como estrategia metodológica por el conjunto del profesorado. En cuanto a su visión global sobre la experiencia destaca que le habría gustado una mayor duración, y subraya el incremento del interés y la motivación del alumnado.

Discusión y conclusiones

Los resultados obtenidos en el proceso de evaluación de la innovación educativa respaldan la consecución de los objetivos establecidos. No solo se constata un aumento de la motivación del alumnado durante el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, sino también una mejora en los razonamientos realizados en el seno de los equipos a medida que se fueron desarrollando las sesiones. Mediante un planteamiento integrador que relaciona las matemáticas con otras materias del currículo como son lengua castellana y literatura, educación física, educación artística y ciencias naturales, se ha logrado que el alumnado valore el carácter instrumental de las matemáticas en base a su importancia para resolver problemas característicos de situaciones reales y cercanas, poniendo en juego la valía del aprendizaje cooperativo.

En la actualidad, la enseñanza en resolución de problemas matemáticos sigue teniendo en muchos casos un enfoque tradicional, basado en la aplicación y evaluación de conceptos

matemáticos previamente estudiados, mediante el empleo de estrategias mecánicas y repetitivas (Rodríguez, 2005). Prueba de ello son, por ejemplo, los razonamientos realizados en la cuarta, quinta y sexta sesión de esta experiencia. A pesar de ser capaces de resolver los problemas, de tipo cerrado, planteados de forma habitual en el libro de texto, el alumnado muestra carencias a la hora de interpretar la multiplicación como una suma reiterada, lo que evidencia un déficit en la comprensión de las operaciones aritméticas básicas.

En este sentido, es preciso integrar metodologías que generen entornos de instrucción funcionales. Esta innovación educativa es acorde con anteriores estudios de investigación que demuestran la importancia del aprendizaje cooperativo en la mejora de la capacidad de resolución de problemas matemáticos del alumnado (Rodríguez, 2005). El intercambio de información en el seno de un grupo no solo fomenta la metacognición del alumnado, sino que le ayuda a reconocer los errores cometidos tanto en el planteamiento como en la resolución del problema.

A su vez, es importante señalar la importancia de trabajar estos aspectos en la formación inicial de maestros y maestras, para que estos sean capaces en su futura práctica docente de diseñar e implementar situaciones didácticas centradas en la resolución de problemas matemáticos integrando aquellos elementos que favorecen el desarrollo de la competencia matemática en consonancia con el resto de las competencias clave y áreas del currículo (Fonseca y Alfaro, 2010; García-Sampedro, 2019).

Agradecimientos

Los autores quieren agradecer la generosidad y disposición de la profesora Lucía Jalón, el claustro del Colegio Público Lugo de Llanera y de los niños y las niñas que participaron en la experiencia. También el apoyo del Ministerio de Ciencia e Innovación de España [Proyecto TIN2017-87600-P].

Referencias

Amorim, S. (2004). Improving student teachers' attitudes to mathematics. En M. Johnsen y A. Berit (Eds.), *The 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 2, pp. 25-32). Bergen: Universidad de Bergen.

- Blanco, L. J. (1993). *Consideraciones elementales sobre resolución de problemas*. Badajoz, España: Univérsitas.
- Blanco, L. J., Cárdenas, J. A., y Caballero, A. (2015). *La resolución de problemas de Matemáticas en la formación inicial de profesores de Primaria*. Cáceres, España: Universidad de Extremadura.
- Chamoso, J. M., Durán, J., García, J., Martín, J., y Rodríguez, M. (2004). Análisis y experimentación de juegos como instrumentos para enseñar matemáticas. *SUMA*, 47, 47-58.
- Corbalán, F., y Deulofeu, J. (1996). Juegos manipulativos en la enseñanza de las matemáticas. *Uno. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 7, 71-80.
- Csapó, B., y Funke, J. (2017). *The nature of problem solving: Using research to inspire 21st century learning*. Paris: OECD Publishing. doi: 10.1787/9789264273955-en
- Edo, M., Baeza, M., Deulofeu, J., y Badillo, E. (2008). Estudio del paralelismo entre las fases de resolución de un juego y las fases de resolución de un problema. *UNIÓN*, 14, 61-75.
- Echenique, I. (2006). *Matemáticas resolución de problemas*. Pamplona, España: Gobierno de Navarra.
- Faus Boscà, J., y García Puchades, W. (2019). Una proposta per prevenir l'assetjament escolar en les classes d'Educació Física basada en l'aprenentatge cooperatiu. *Didacticae*, 7, 150-164. doi: 10.1344/did.2020.7.150-164
- Fonseca, J. L., y Alfaro, C. (2010). Resolución de problemas como estrategia metodológica en la formación de docentes: Una propuesta. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, 5(6), 175-191.
- García-Sampedro, M. (2019). "Five senses in the museum": Una experiencia multidisciplinar en la formación del profesorado bilingüe (español-inglés). *Didacticae*, 5, 145-159. doi: 10.1344/did.2019.5.145-159
- Gil Ignacio, N., Blanco L. J., y Guerrero, E. (2006). El papel de la afectividad en la resolución de problemas matemáticos. *Revista de Educación*, 340, 551-569.
- Glasser, W. (1981). *Stations of the mind: New directions for reality therapy*. Nueva York: HarperCollins.

- Godino, J. D., y Ruiz, F. (2002). *Geometría y su didáctica para maestros*. Recuperado de https://www.ugr.es/~jgodino/edumat-maestros/manual/4_Geometria.pdf
- Goikoetxea, E., y Pascual, G. (2002). Aprendizaje cooperativo: Bases teóricas y hallazgos empíricos que explican su eficacia. *Educación XXI*, 5, 227-247. doi: 10.5944/educxx1.5.1.392
- Gómez-Chacón, I. M. (2000). *Matemática emocional. Los afectos en el aprendizaje matemático*. Madrid: Narcea.
- González-Cutre, D. (2017). Estrategias didácticas y motivacionales en las clases de educación física desde la teoría de la autodeterminación. *e-Motion. Revista de Educación, Motricidad e Investigación*, 8, 44-62.
- De Guzmán, M. (2004). Juegos matemáticos en la enseñanza. *SUMA*, 59, 5-38.
- Horch, M. (2008). Educar en competencias. *Cuadernos de Pedagogía*, 376, 66-68.
- Jefatura del Estado. (2013). Ley Orgánica para la Mejora de la Calidad Educativa (LOMCE), Ley Orgánica 8/2013, de 9 de diciembre, para la mejora de la calidad educativa. *Boletín Oficial del Estado*, 295 (10-XII-2013), 97858-97921.
- Johnson, D. W., Johnson, R. T., y Holubec, E. J. (1999). *El aprendizaje cooperativo en el aula*. Buenos Aires: Paidós.
- Kapp, K. M. (2012). *The gamification of learning and instruction: Game-based methods and strategies for training and education*. Nueva Jersey: John Wiley & Sons.
- Marshall, S. (1989). Affect in schema knowledge: Source and impact. En D. B. Mcleod, y V. M. Adams (Eds.), *Affect and mathematical problem solving: A new perspective*. New York: Springer-Verlag.
- Mato, M. D., Espiñeira, E., y Chao, R. (2014). Dimensión afectiva hacia la matemática: Resultados de un análisis en Educación Primaria. *Revista de Investigación Educativa*, 32(1), 57-72. doi: 10.6018/rie.32.1.164921
- Ministerio de Educación, Cultura y Deporte. (2014). Real Decreto 126/2014, de 28 de febrero, por el que se establece el currículo básico de la Educación Primaria. *Boletín Oficial del Estado*, 52 (1-III-2014), 19349-19420.
- Muñiz-Rodríguez, L., Alonso, P., y Rodríguez-Muñiz, L. J. (2014). El uso de los juegos como recurso didáctico para la enseñanza y el aprendizaje de las Matemáticas: estudio

de una experiencia innovadora. *Unión. Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 39, 19-33.

National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston: NCTM.

Pino, J. A. (2013). *Concepciones y prácticas de los estudiantes de Pedagogía Media en Matemáticas con respecto a la Resolución de Problemas y, diseño e implementación de un curso para aprender a enseñar a resolver problemas* (Tesis doctoral). Universidad de Extremadura, Badajoz, España.

Pólya, G. (1985). *Cómo plantear y resolver problemas*. Trillas: México.

Pugalee, D. K. (2001). Writing, mathematics, and metacognition: Looking for connections through students' work in mathematical problem solving. *School Science and Mathematics*, 101(5), 236-245. doi: 10.1111/j.1949-8594.2001.tb18026.x

Pujolàs, P. (2003). *El aprendizaje cooperativo: algunas ideas prácticas*. Recuperado de https://www.orientacionandujar.es/wp-content/uploads/2014/07/El_aprendizaje_cooperativo_Algunas_ideas_pra%CC%81cticas.pdf

Pujolàs, P. (2008). El aprendizaje cooperativo como recurso y como contenido. *Aula de Innovación Educativa*, 170, 37-41.

Radatz, H. (1979): Error analysis in mathematics education. *Journal for Research in Mathematics Education*, 10(3), 163-172.

Rodríguez, E. (2005). *Metacognición, resolución de problemas y enseñanza de las matemáticas. Una propuesta integradora desde el enfoque antropológico* (Tesis doctoral). Universidad Complutense de Madrid, Madrid, España.

Rodríguez-Muñiz, L. J., Corte, Á., y Muñiz-Rodríguez, L. (2020). ¿Evolucionan los libros de texto de matemáticas con los cambios curriculares? Estudio de la regresión y la correlación lineal en la Educación Secundaria en España. *NÚMEROS*, 103, 65-79.

Rodríguez-Muñiz, L.J., y Sánchez-Díaz, I. (2017). Colaboración interdisciplinar entre matemáticas y educación física en Educación Primaria. En FESPM (Ed.), *Libro de Actas. VIII Congreso Iberoamericano de Educación Matemática*, CB-825, pp. 161-169. Madrid: FESPM.

- Ruiz de Gauna, J., Arteaga García, J., y Sarasua, J. (2013). Perspectiva de los alumnos de Grado de Educación Primaria sobre las Matemáticas y su enseñanza. *Números. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 82, 5-15.
- Solaz-Portolés, J. J., Sanjosé, V., y Gómez, C. B. (2011). La investigación sobre la influencia de las estrategias y la motivación en la resolución de problemas: Implicaciones para la enseñanza. *Latin-American Journal of Physics Education*, 5(4), 788-795.
- Staples, M., y King, S. (2017). Eliciting, supporting and guiding the math: Three key functions of the teacher's role in facilitating meaningful mathematical discourse. En D. A. Spangler y J. J. Wanko (Eds.), *Enhancing Classroom Practice with Research behind Principles to Actions* (pp. 25-36). Reston: NCTM.
- Torres, M. (2001). El juego en el aula: una experiencia de perfeccionamiento docente en Matemática a nivel institucional. *SUMA*, 38, 23-29.
- Vazou, S., Gavrilou, P., Mamalaki, E., Papanastasiou, A., y Sioumala, N. (2012). Does integrating physical activity in the elementary school classroom influence academic motivation? *International Journal of Sport and Exercise Psychology*, 10(4), 251-263. doi: 10.1080/1612197X.2012.682368
- Vázquez, K. (2016). *Cómo trabajar la creatividad y la resolución de problemas con aros. El valor de la Educación Física*. Recuperado de: <https://www.elvalordelaeducacionfisica.com/creatividad-y-resolucion-deproblemas-con-aros/>

Contribuições dos Autores

1ª autor: conceitualização; curadoria de dados; análise formal; investigação; metodologia; administração do projeto; supervisão; visualização; redação – rascunho original; redação – revisão e edição.

2º autor: conceitualização; curadoria de dados; análise formal; investigação; metodologia; administração do projeto; supervisão; visualização; redação – rascunho original; redação – revisão e edição.

3ª autor: conceitualização; curadoria de dados; análise formal; investigação; metodologia; administração do projeto; supervisão; visualização; redação – rascunho original; redação – revisão e edição.

