HORIZONTES - REVISTA DE EDUCAÇÃO
e-ISSN: 2318-1540

CONCEPÇÕES E ENSINO DE INEQUAÇÕES: EMPREGO DAS TÉCNICAS DE RESOLUÇÃO DE EQUAÇÕES DO 1º GRAU OU POR MEIO DO ESTUDO DE FUNÇÕES AFIM?

CONCEPTIONS AND TEACHING OF INEQUACIES: EMPLOYMENT OF THE TECHNIQUES OF RESOLUTION OF EQUATIONS OF 1º DEGREE OR THROUGH THE STUDY OF AFIM FUNCTIONS?

Adiel Praseres CHAVES[1]

Resumo: conceber e ensinar inequações por meio do estudo de funções tem como objetivo auxiliar o professor de matemática em formação, a ter uma visão mais ampla do ensino de inequações fundamentado no estudo de funções. Por intermédio do estudo da Função Polinomial do 1º grau ou Função Afim, desde a sua representação gráfica conhecendo os pontos de intersecção da reta que a representa com os eixos das abscissas (x) e das ordenadas (y) no sistema de eixos cartesiano x0y, até o estudo dos sinais, determinar o conjunto solução de uma inequação por meio do estudo de funções afim, torna-se consciente, por não mais ser necessário se valer de regras para mudanças de sinais (> ou <) que justifique o conjunto solução e sim ter como fundamentação o estudo de funções afins.

Palavras-chave: Concepção. Ensino. Inequações. Funções Afins.

Abstract: designing and teaching inequalities through the study of functions aims to help the teacher of mathematics in formation, to have a broader view of the teaching of inequalities based on the study of functions. By means of the study of the Polynomial Function of the 1st degree or Function Afim, from its graphical representation knowing the points of intersection of the line that represents it with the axes of the abscissas (x) and of the ordinates (y) in the system of axes Cartesian x0y, until the study of the signals, to determine the solution set of an inequality by means of the study of related functions, becomes conscious, because it is no longer necessary to use rules for changes of signals (> or <) that justifies the solution set e but to have as foundation the study of related functions.

Keywords: Conception. Teaching. Inequations. Related Functions.

Introdução

Conceber e ensinar inequações por meio do estudo de funções está intimamente relacionado com as concepções sobre a Matemática e sobre o seu ensino. As concepções sobre

[1]Mestre em Educação Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP). Professor de Matemática do Instituto Federal do Maranhão (IFMA) Campus Zé Doca. E-mail: adiel.adielchaves@gmail.com

a Matemática e sobre o seu ensino, permeiam na construção da identidade profissional do professor de matemática, bem como em sua prática docente. Assim,

> As concepções que temos de um objeto podem ser vistas como almagamado de significados vários, produzidos no interior de atividades, que atribuímos ao referido objeto. Em particular, as concepções que um professor de matemática tem acerca da Matemática, seu ensino e sua aprendizagem, podem ser vistas como o amalgamento desses vários significados, produzidos durante sua formação, atribuídos por ela a essa ciência, determinantes de (e determinadas por) sua ação em sala de aula (FERNANDES; GARNICA, 2002, p. 24).

As concepções do professor, assim como suas experiências em sala de aula, segundo Santos (2009, p. 58), estão relacionadas "com as influências que recebem ao longo de suas vidas, principalmente enquanto estudantes da educação básica e superior, e posteriormente, como profissional docente". Tais concepções, segundo Ponte (1992), "tem uma natureza cognitiva, pois são elas que dão sentido a tudo que percebemos no mundo, inclusive limitando ou potencializando pensamentos e ações".

O professor de matemática se identifica com sua prática pedagógica, ela determina suas preferências sobre o conteúdo, suas concepções e ensino, que segundo Thompson (1997) precisa ser compreendida como forma de melhorar a qualidade do ensino de matemática nas escolas.

> Se os padrões característicos de comportamento dos professores são realmente uma função dos seus pontos de vista, crenças e preferências sobre o conteúdo e seu ensino, então qualquer esforço para melhorar a qualidade do ensino de Matemática deve começar por uma compreensão das concepções sustentadas pelos professores e pelo modo como estas estão relacionadas com sua prática pedagógica. A falha em reconhecer o papel que as concepções dos professores podem exercer na determinação de seu comportamento pode, provavelmente, resultar em esforços mal direcionados para melhorar a qualidade do ensino de matemática nas escolas (THOMPSON, 1997, p. 14).

Quanto ao estudo de inequações, ele é apresentado inicialmente nos livros didáticos de matemática do 8º ano do Ensino Fundamental, nesse nível de ensino, a determinação do conjunto solução ou conjunto verdade de uma inequação se dá tendo como base as técnicas de resolução de equações do primeiro grau. Como resolver uma equação (ou igualdade) é ir ao encontro de um único valor (número) desconhecido que satisfaça a igualdade, determinar o conjunto solução de uma inequação (desigualdade) é ir ao encontro de vários (números) que satisfaça a desigualdade. Para tal, nesse nível de ensino, se usa regras para mudança de desigualdade (> ou <) quando necessário que justifique o conjunto solução da inequação em estudo. O estudo de inequação é retomado nos livros didáticos de matemática do Ensino Médio, geralmente no final dos capítulos das funções: Afim, Quadrática, Exponencial, Logarítmicas e Trigonométricas. Neste, nos limitaremos à determinação do conjunto solução de uma inequação por meio de funções afins. Apresentamos inicialmente o estudo matemático da Função Polinomial do 1º grau ou Afim, em seguida, tendo como base referido estudo, a determinação do conjunto solução de uma inequação por meio de funções afins.

Estudo matemático da Função Afim

A Função Polinomial do 1º grau ou Afim se apresenta nas abordagens de livros didáticos do Ensino Médio como uma função do tipo f(x)=ax+b com a e b números reais. O número real a representa o coeficiente da variável x e o número real b representa o termo independente da Função Afim. O nome Polinomial do 1º grau origina-se da sua semelhança com um polinômio de grau 1, ou seja, o polinômio cujo expoente de sua variável x é 1.

Fazendo um parêntese, comentamos que quando no estudo de Geometria Analítica, o estudo analítico da reta se apresenta de forma parecida com a apresentação da Função Afim. No entanto, não se deve confundir o estudo analítico da reta com o estudo da Função Afim.

A representação gráfica de uma Função Afim

A Função Afim f(x)=ax+b, é representada graficamente por uma reta. Fundamentado no axioma da Geometria Euclidiana de que “por um ponto passam infinitas retas e por dois pontos distintos passam uma e somente uma reta”, procuraremos esboçar o gráfico da Função Afim tendo como base o sistema de eixos cartesiano x0y e a representação dos dois pontos necessários para a construção da reta que a representa. Poderíamos obter os dois pontos necessários para a construção da reta que representa a Função Afim, atribuindo dois número reais qualquer para x, diferentes, na função f(x)=ax+b, e ao efetuar as operações indicadas, determinar valores correspondentes para f(x) e assim obter os dois pares ordenados (x, y) que ao serem representados geometricamente no sistema de eixos cartesiano x0y, teríamos dois pontos por onde a reta possa ser construída. No entanto, poderemos obter os dois pontos necessários para a construção da reta que representa a Função Afim f(x)=ax+b, determinando o ponto de intersecção da reta com o eixo das abscissas (x) (ou raiz ou zero da função) e o ponto de intersecção da reta com o eixo das ordenadas (y) no sistema de eixos cartesiano x0y. Para determinar o ponto de intersecção da reta com o eixo das abscissas (x), basta determinar o valor de x na função f(x)=ax+b, quando f(x)=0, isto é, ax+b=0, efetuando as operações indicadas, $x = -\frac{b}{a}$. O par ordenado $(-\frac{b}{a},0)$ ao ser representado geometricamente no sistema de eixos cartesiano x0y, teremos o ponto por onde a reta que representa a Função Afim intercepta o eixo das abscissas (x). O outro ponto necessário para a construção da reta que representa a Função Afim é o ponto de intersecção da reta com o eixo das ordenadas (y). Para obtenção de referido ponto, basta determinar o valor de f(x) na função f(x)=ax+b, quando x=0, isto é, f(0)= a.0+b, efetuando as operações indicadas, f(0)=b. O par ordenado (0,b) ao ser representado geometricamente no sistema de eixos cartesiano x0y, teremos o ponto por onde a reta que representa a Função Afim intercepta o eixo das ordenadas (y). Os pontos $(-\frac{b}{a},0)$ e (0, b) representados geometricamente no sistema de eixos cartesiano x0y, são os dois pontos necessários para a construção da reta que representa a Função Afim. Isto é, ao traçar a reta passando pelos pontos e (0, b) determinados e representados geometricamente no sistema de eixos cartesiano x0y, esta reta será a representação gráfica da Função Afim f(x)=ax+b.

As particularidades da Função Afim.

Sendo a Função Afim f(x)=ax+b, com a e b números reais, ela se particulariza quando:

- Ao se apresentar por f(x)=ax, $a \neq 0$ e b=0. Neste, a função é tida como função linear. Ela é representada graficamente por uma reta que passa pela origem dos eixos cartesianos x0y;
- Ao se apresentar por f(x)=ax, a=1 e b=0 ou seja, f(x)=x. Neste, a função é tida como função identidade. Ela é representada graficamente por uma reta que passa pela origem e situada no primeiro e terceiro quadrante do sistema de eixos cartesianos x0y, na posição de uma bissetriz;

- Ao se apresentar por f(x)=b, a=0 e $b \neq 0$. Neste, a função é tida como função constante. Ela é representada graficamente por uma reta paralela ao eixo das abscissas do sistema de eixo cartesiano x0y

Analisando a Função Afim quando crescente ou decrescente

Quando a Função Afim f(x)=ax+b se apresenta crescente ou decrescente? Tal compreensão além de contribuir na resolução de situações-problemas que requer de tais conhecimentos, facilita no esboço da sua representação gráfica.

Conhecendo $(-\frac{b}{a},0)$ e (0,b) pontos de intersecção do gráfico com o eixo das abscissas e das ordenadas, respectivamente, quando em $(-\frac{b}{a},0)$, $-\frac{b}{a} > 0$ e quando em (0,b), b<0 ponto localizado no eixo das abscissas à direita e ponto localizado no eixo das ordenadas abaixo da origem do sistema de eixos cartesiano x0y respectivamente, assim como quando em $(-\frac{b}{a},0)$, $-\frac{b}{a} < 0$ e quando em (0,b), b>0 ponto localizado no eixo das abscissas à esquerda e ponto localizado no eixo das ordenadas acima da origem do sistema de eixos cartesiano x0y respectivamente, por tais pontos se projetam retas inclinadas à direita, representando Funções Afins crescentes; Também, quando em $(-\frac{b}{a},0)$, $-\frac{b}{a} > 0$ e quando em (0,b), (b>0) ponto localizado no eixo das abscissas à direita e ponto localizado no eixo das ordenadas a cima da origem dos eixos cartesiano x0y respectivamente, assim como quando em $(-\frac{b}{a},0)$, $-\frac{b}{a} < 0$ e em (0,b) b<0 ponto localizado no eixo das abscissas à esquerda e ponto localizado no eixo das ordenadas abaixo da origem do sistema de eixos cartesiano x0y respectivamente, por tais pontos se projetam retas inclinadas à esquerda, representando Funções Afins decrescentes.

Justificando a Função Afim quando crescente ou decrescente

Consideremos um $x_1 = -\frac{b}{a}$ e um $x_2 = -\frac{b}{a}$, diferentes, tomando $x_1 < x_2$, e em f(x)=ax+b, resultar que $f(x_1) < f(x_2)$ assim como quando tomando $x_1 > x_2$, resultar que $f(x_1) > f(x_2)$, conclui-se que a função em estudo é crescente. Ou seja, a Função Afim f(x)=ax+b é crescente, quando a medida que x aumentar, y também aumentar na mesma proporção. Agora, tomando $x_1 < x_2$, e em f(x)=ax+b, resultar que $f(x_1) > f(x_2)$ assim como quando tomando $x_1 > x_2$, resultar que $f(x_1) < f(x_2)$, conclui-se que referida função é decrescente. Ou seja, a Função Afim f(x)=ax+b é decrescente, quando a medida que x aumentar, y diminuir na mesma proporção.

Estudo dos sinais da Função Afim

De acordo com o comentado sobre quando a Função Afim f(x)=ax+b se apresenta crescente ou decrescente de que retas inclinadas à direita no sistema de eixos cartesiano x0y representam funções afins crescentes e que retas inclinadas à esquerda, representam funções afins decrescentes, assim como $(-\frac{b}{a},0)$ é o ponto de intersecção de referidas retas com o eixo das abscissas. As funções afim f(x)=ax+b crescentes, são positivas [f(x)>0] à direita do ponto $(-\frac{b}{a},0)$ e são negativas [f(x)<0] à esquerda de referido ponto, enquanto que as funções decrescentes são negativas [f(x)<0] à direita do ponto $(-\frac{b}{a},0)$ e positivas [f(x)>0] à esquerda de supracitado ponto.

Resumindo, o estudo dos sinais da Função Afim f(x)=ax+b, ocorre quando:

f(x) for crescente, para $x > -\frac{b}{a}$, f(x)>0 e para $x < -\frac{b}{a}$, f(x)<0;

f(x) for decrescente, para $x > -\frac{b}{a}$, f(x)<0 e para $x < -\frac{b}{a}$, f(x)>0;

Independente de f(x) ser crescente ou decrescente, para $x = -\frac{b}{a}$, f(x)=0.

Conjunto domínio e imagem de uma função afim

O conjunto domínio da Função Afim f(x)=ax+b, os seus elementos são números reais que a variável x assume na função para que ela exista. Enquanto que o conjunto imagem de referida função, os seus elementos são números reais que a variável y assume quando determinados, ao aplicar em f(x), os elementos do conjunto domínio. Isto é, sendo um elemento do conjunto domínio de f(x), x=c, a imagem de c em f(x), será: f(c)=a.c+b. Por outro lado, considerando que a Função Afim é representada por uma reta, o conjunto domínio de referida função passa a ser visto pela projeção da reta sobre o eixo das abscissas (x), enquanto que o conjunto imagem passa a ser visto pela projeção da citada reta, sobre o eixo das ordenadas (y).

Quando a função f(x)=ax+b dada, for crescente ou decrescente e ela existir para qualquer que seja $x \in \Re$ $(\forall x \in \Re)$, a projeção da reta que a representa sobre o eixo das abscissas (x), determina o seu conjunto domínio, $D(f) = \Re$. Assim como a projeção da reta que a representa sobre o eixo das ordenadas (y), determina o seu conjunto imagem, $I(f) = \Re$.

Ao serem apresentadas Funções Afins f(x)=ax+b, crescentes, e sendo $\left(\frac{-b}{a}, 0\right)$ $\frac{-b}{a} \in R$, $\frac{-b}{a} > 0$ o ponto de intersecção da reta que a representa, com o eixo das abscissas x, podemos considerar:

i) Quando a função em estudo, só exista para qualquer que seja $x \geq \frac{-b}{a}$ $\left(\forall x \geq \frac{-b}{a}\right)$, neste caso, a projeção da reta que a representa sobre o eixo das abscissas (x), determina o seu conjunto domínio, $D(f) = \left\{x \in R \therefore x \geq \frac{-b}{a}\right\}$. De forma análoga, a projeção da reta que a representa sobre o eixo das ordenadas (y), para o conjunto domínio determinado, determina o conjunto imagem da função, $I(f) = \{y \in R \therefore y \geq 0\}$;

ii) Quando a função em estudo, só exista para qualquer que seja $x \leq \frac{-b}{a}$ $\left(\forall x \leq \frac{-b}{a}\right)$, neste caso, a projeção da reta que a representa sobre o eixo das abscissas (x), determina o seu conjunto domínio, $D(f) = \left\{x \in R \therefore x \leq \frac{-b}{a}\right\}$. De forma análoga, a projeção da reta que a representa sobre o eixo das ordenadas (y), para o conjunto domínio determinado, determina o conjunto imagem da função $I(f) = \{y \in R \therefore y \leq 0\}$;

iii) Quando a função em estudo, só exista para qualquer que seja $x \geq 0$ $(\forall x \geq 0)$, neste caso, a projeção da reta que a representa sobre o eixo das abscissas (x), determina o seu conjunto domínio, $D(f) = \{x \in R \therefore x \geq 0\}$. De forma análoga, a projeção da reta que a representa sobre o eixo das ordenadas (y), para o conjunto domínio determinado, determina o conjunto imagem da função, $I(f) = \{y \in R \therefore y \geq b\}, b < 0$;

iv) Quando a função em estudo, só exista para qualquer que seja $x \leq 0$ $(\forall x \leq 0)$, neste caso, a projeção da reta que a representa sobre o eixo das abscissas (x), determina o seu conjunto domínio, $D(f) = \{x \in R \therefore x \leq 0\}$. De forma análoga, a projeção da reta que a representa sobre o eixo das ordenadas (y), para o conjunto domínio determinado, determina o conjunto imagem da função, $I(f) = \{y \in R \therefore y \leq b\}, b < 0$;

Ao serem apresentadas Funções Afins f(x)=ax+b, crescente, e sendo $\left(\frac{-b}{a}, 0\right)$ $\frac{-b}{a} \in R$, $\frac{-b}{a} < 0$ o ponto de intersecção da reta que a representa, com o eixo das abscissas x, podemos considerar:

i) Quando a função em estudo, só exista para qualquer que seja $x \geq \frac{-b}{a}$ $\left(\forall x \geq \frac{-b}{a}\right)$, neste caso, a projeção da reta que a representa sobre o eixo das abscissas (x), determina o seu conjunto domínio, $D(f) = \left\{x \in R \therefore x \geq \frac{-b}{a}\right\}$. De forma análoga, a projeção da reta que a representa sobre o eixo das ordenadas (y), para o conjunto domínio determinado, determina o conjunto imagem da função, $I(f) = \{y \in R \therefore y \geq 0\}$;

ii) Quando a função em estudo, só exista para qualquer que seja $x \leq \frac{-b}{a}$ $\left(\forall x \leq \frac{-b}{a}\right)$, neste caso, a projeção da reta que a representa sobre o eixo das abscissas (x), determina o seu conjunto domínio, $D(f) = \left\{x \in R \therefore x \leq \frac{-b}{a}\right\}$. De forma análoga, a projeção da reta que a representa sobre o eixo das ordenadas (y), para o conjunto

domínio determinado, determina o conjunto imagem da função $I(f) = \{y \in R \therefore y \leq 0\}$;

iii) Quando a função em estudo, só exista para qualquer que seja $x \geq 0$ $(\forall x \geq 0)$, neste caso, a projeção da reta que a representa sobre o eixo das abscissas (x), determina o seu conjunto domínio, $D(f) = \{x \in R \therefore x \geq 0\}$. De forma análoga, a projeção da reta que a representa sobre o eixo das ordenadas (y), para o conjunto domínio determinado, determina o conjunto imagem da função, $I(f) = \{y \in R \therefore y \geq b\}, b > 0$;

iv) Quando a função em estudo, só exista para qualquer que seja $x \leq 0$ $(\forall x \leq 0)$, neste caso, a projeção da reta que a representa sobre o eixo das abscissas (x), determina o seu conjunto domínio, $D(f) = \{x \in R \therefore x \leq 0\}$. De forma análoga, a projeção da reta que a representa sobre o eixo das ordenadas (y), para o conjunto domínio determinado, determina o conjunto imagem da função, $I(f) = \{y \in R \therefore y \leq b\}, b > 0$;

Ao serem apresentadas Funções Afins f(x)=ax+b, decrescente, e sendo $\left(\frac{-b}{a}, 0\right)$ $\frac{-b}{a} \in R$, $\frac{-b}{a} > 0$ o ponto de intersecção da reta que a representa, com o eixo das abscissas x, podemos considerar:

i) Quando a função em estudo, só exista para qualquer que seja $x \geq \frac{-b}{a}$ $\left(\forall x \geq \frac{-b}{a}\right)$, neste caso, a projeção da reta que a representa sobre o eixo das abscissas (x), determina o seu conjunto domínio, $D(f) = \left\{x \in R \therefore x \geq \frac{-b}{a}\right\}$. De forma análoga, a projeção da reta que a representa sobre o eixo das ordenadas (y), para o conjunto domínio determinado, determina o conjunto imagem da função, $I(f) = \{y \in R \therefore y \leq 0\}$;

ii) Quando a função em estudo, só exista para qualquer que seja $x \leq \frac{-b}{a}$ $\left(\forall x \leq \frac{-b}{a}\right)$, neste caso, a projeção da reta que a representa sobre o eixo das abscissas (x), determina o seu conjunto domínio, $D(f) = \left\{x \in R \therefore x \leq \frac{-b}{a}\right\}$. De forma análoga, a projeção da reta que a representa sobre o eixo das ordenadas (y), para o conjunto

domínio determinado, determina o conjunto imagem da função $I(f) = \{y \in R \therefore y \geq 0\}$;

iii) Quando a função em estudo, só exista para qualquer que seja $x \geq 0$ $(\forall x \geq 0)$, neste caso, a projeção da reta que a representa sobre o eixo das abscissas (x), determina o seu conjunto domínio, $D(f) = \{x \in R \therefore x \geq 0\}$. De forma análoga, a projeção da reta que a representa sobre o eixo das ordenadas (y), para o conjunto domínio determinado, determina o conjunto imagem da função, $I(f) = \{y \in R \therefore y \leq b\}, b > 0$;

iv) Quando a função em estudo, só exista para qualquer que seja $x \leq 0$ $(\forall x \leq 0)$, neste caso, a projeção da reta que a representa sobre o eixo das abscissas (x), determina o seu conjunto domínio, $D(f) = \{x \in R \therefore x \leq 0\}$. De forma análoga, a projeção da reta que a representa sobre o eixo das ordenadas (y), para o conjunto domínio determinado, determina o conjunto imagem da função, $I(f) = \{y \in R \therefore y \geq b\}, b > 0$;

Ao serem apresentadas Funções Afins f(x)=ax+b, decrescente, e sendo $\left(\frac{-b}{a}, 0\right)$ $\frac{-b}{a} \in R$, $\frac{-b}{a} < 0$ o ponto de intersecção da reta que a representa, com o eixo das abscissas x, podemos considerar:

i) Quando a função em estudo, só exista para qualquer que seja $x \geq \frac{-b}{a}$ $\left(\forall x \geq \frac{-b}{a}\right)$, neste caso, a projeção da reta que a representa sobre o eixo das abscissas (x), determina o seu conjunto domínio, $D(f) = \left\{x \in R \therefore x \geq \frac{-b}{a}\right\}$. De forma análoga, a projeção da reta que a representa sobre o eixo das ordenadas (y), para o conjunto domínio determinado, determina o conjunto imagem da função, $I(f) = \{y \in R \therefore y \leq 0\}$;

ii) Quando a função em estudo, só exista para qualquer que seja $x \leq \frac{-b}{a}$ $\left(\forall x \leq \frac{-b}{a}\right)$, neste caso, a projeção da reta que a representa sobre o eixo das abscissas (x), determina o seu conjunto domínio, $D(f) = \left\{x \in R \therefore x \leq \frac{-b}{a}\right\}$. De forma análoga, a projeção da reta que a representa sobre o eixo das ordenadas (y), para o conjunto

domínio determinado, determina o conjunto imagem da função $I(f) = \{y \in R \therefore y \geq 0\}$;

iii) Quando a função em estudo, só exista para qualquer que seja $x \geq 0$ $(\forall x \geq 0)$, neste caso, a projeção da reta que a representa sobre o eixo das abscissas (x), determina o seu conjunto domínio, $D(f) = \{x \in R \therefore x \geq 0\}$. De forma análoga, a projeção da reta que a representa sobre o eixo das ordenadas (y), para o conjunto domínio determinado, determina o conjunto imagem da função, $I(f) = \{y \in R \therefore y \leq b\}, b < 0$;

iv) Quando a função em estudo, só exista para qualquer que seja $x \leq 0$ $(\forall x \leq 0)$, neste caso, a projeção da reta que a representa sobre o eixo das abscissas (x), determina o seu conjunto domínio, $D(f) = \{x \in R \therefore x \leq 0\}$. De forma análoga, a projeção da reta que a representa sobre o eixo das ordenadas (y), para o conjunto domínio determinado, determina o conjunto imagem da função, $I(f) = \{y \in R \therefore y \geq b\}, b < 0$;

Conjunto solução de uma inequação do 1º grau

Alguns livros didáticos de matemática do Ensino Fundamental, após ter apresentado o estudo de equação do 1º grau, apresentam em suas abordagens, o estudo de inequação do 1º grau. Para referido estudo, na determinação do conjunto solução de uma inequação do 1º grau, são empregadas as técnicas de resolução de equação do 1º grau, e, quando necessário troca de sinais, inverte a desigualdade $> ou <$ sem uma justificativa matemática. Quando o aluno chega no Ensino Médio e depara com o mesmo estudo de inequação, e que para referido estudo, agora requer de conhecimentos do estudo de funções, citado aluno, encontra dificuldades de aprendizagens, pois aquele estudo visto no Ensino Fundamental que agora deveria tê-lo como conhecimentos prévios à outros estudos, referidos conhecimentos prévios apresentam-se descontextualizados. Parece que o comentado, merece uma discussão mais aprofundada por parte dos educadores matemáticos, visto que o estudo de inequação no Ensino Fundamental deveria ser uma iniciação ao estudo de inequação a ser estudado no Ensino Médio, no entanto, referido estudo, não permite a sua continuidade, a partir de tal nível de ensino.

Determinar o conjunto solução ou verdade de uma inequação por meio de funções afins do tipo $ax+b \geq 0$ ou $ax+b \leq 0$ ou $ax+b > 0$ ou $ax+b < 0$, requer primeiro considerar ax+b uma função f, ou seja, f(x)=ax+b. Segundo, estudar os sinais da função f(x). De posse do estudo dos sinais da função f(x) e seguindo as orientações contidas no estudo do conjunto domínio e imagem de uma função afim, dependendo do(s) valor(es) (se houver) em que a variável x deva assumir na inequação para que a satisfaça, se defini o conjunto solução da inequação em estudo, escrevendo-o.

Como exemplos, determinemos o conjunto solução das inequações: $x+2 \geq 0$, $x+2 \leq 0$, $x+2 > 0$, $x+2 < 0$, $-x+3 \geq 0$ e $-x+3 \leq 0$.

Para as inequações $x+2 \geq 0$, $x+2 \leq 0$, $x+2 > 0$ e $x+2 < 0$, seguindo as orientações acima, considerar x+2 uma função f, ou seja, f(x)=x+2. A função f(x) é crescente, pois a sua representação gráfica é uma reta que se projeta passando pelo ponto (-2,0) em direção ao ponto (0,2) inclinada à direita no sistema de eixos cartesiano x0y. Estudando os sinais da função f(x), para x>-2, f(x)>0, para x<-2, f(x)<0 e para x=-2, f(x)=0.

Qual conjunto de valores (números) x satisfaz as inequações?

Para a inequação $x+2 \geq 0$, como no estudo dos sinais da função f(x)=x+2, para x>-2, f(x)>0 e para x=-2, f(x)=0 e a inequação em estudo requer determinar valores (números) x que satisfaça a desigualdade, tais valores x são todos os números reais maiores que -2 e também igual a -2. Ou seja, o conjunto solução da inequação em estudo é $S = \{x \in \Re / x \geq -2\}$ ou $x \in [-2, +\infty[$;

Para a inequação $x+2 \leq 0$, como no estudo dos sinais da função f(x)=x+2, para x<-2, f(x)<0 e para x=-2, f(x)=0. e a inequação em estudo requer determinar valores (números) x que satisfaça a desigualdade, tais valores x são todos os números reais menores que -2 e também igual a -2. Ou seja, o conjunto solução da inequação em estudo é $S = \{x \in \Re / x \leq -2\}$ ou $x \in]-\infty, -2]$;

Para a inequação $x+2 > 0$, como no estudo dos sinais da função f(x)=x+2, para x>-2, f(x)>0 e a inequação em estudo requer determinar valores (números) x que satisfaça a desigualdade, tais valores x são todos os números reais maiores que -2. Ou seja, o conjunto solução da inequação em estudo é $S = \{x \in \Re / s > -2\}$ ou $x \in]-2, +\infty[$;

Para a inequação $x+2<0$, como no estudo dos sinais da função f(x)=x+2, para x<-2, f(x)<0 e a inequação em estudo requer determinar valores (números) x que satisfaça a desigualdade, tais valores x são todos os números reais menores que -2. Ou seja, o conjunto solução da inequação em estudo é $S=\{x\in\Re / x<-2\}$ ou $x\in\left]-\infty,-2\right[$.

Para as inequações, $-x+3\geq 0$, e $-x+3\leq 0$, seguindo as orientações apresentadas, considerar –x+3 uma função g, ou seja, g(x)=-x+3 A função g(x) é decrescente, pois a sua representação gráfica é uma reta que se projeta passando pelo ponto (3,0) em direção ao ponto (0,3) inclinada à esquerda no sistema de eixos cartesiano x0y. Estudando os sinais da função g(x), para x>3, f(x)<0, para x<3, f(x)>0 e para x=3, f(x)=0.

Qual conjunto de valores (números) x satisfaz as inequações?

Para a inequação $-x+3\geq 0$, como no estudo dos sinais da função g(x)=-x+3, para x<3, g(x)>0 e para x=3, g(x)=0 e a inequação em estudo requer determinar valores (números) x que satisfaça a desigualdade, tais valores x são todos os números reais menores que 3 e também iguais a 3. Ou seja, o conjunto solução da inequação em estudo é $S=\{x\in\Re / x\leq 3\}$ ou $x\in\left]-\infty,3\right]$;

Para a inequação $-x+3\leq 0$, como no estudo dos sinais da função g(x)=-x+3, para x>3, g(x)<0 e para x=3, g(x)=0 e a inequação em estudo requer determinar valores (números) x que satisfaça a desigualdade, tais valores x são todos os números reais maiores que 3 e também iguais a 3. Ou seja, o conjunto solução da inequação em estudo é $S=\{x\in\Re / x\geq 3\}$ ou $x\in\left[3,+\infty\right[$.

Como exemplo, determinemos o conjunto solução das inequações $(x-1)(x+2)>0$, $(x-1)(x+2)<0$, $\frac{x-1}{x+2}\geq 0$ e $\frac{x+2}{x-1}\leq 0$. Consideremos (x-1) uma função f, ou seja, f(x)=x-1 e (x+2) uma função g, ou seja, g(x)=x+2. Analisando os sinais das funções f e g organizados em um quadro de sinais, para x>1 ou para x<-2, o sinal do produto e do quociente das duas funções f e g é positivo, ou seja, f(x).g(x)>0 e f(x)/g(x)>0 enquanto que para -2<x<1, o sinal do produto e do quociente das duas funções f e g é negativo, ou seja, f(x).g(x)<0 e f(x)/g(x)<0.

Para a inequação $(x-1)(x+2)>0$, como no estudo dos sinais das funções f e g, para x>1 ou para x<-2, o produto das funções é positivo e a inequação em estudo requer determinar valores (números) x que satisfaça a desigualdade, tais valores x são todos os números reais maiores que 1 ou menores que -2. Ou seja, o conjunto solução da inequação em estudo é $S = \{x \in \Re / x < -2 ou x > 1\}$;

Para a inequação $(x-1)(x+2) < 0,$ como no estudo dos sinais das funções f e g, para -2<x<1, o produto das funções é negativo e a inequação em estudo requer determinar valores (números) x que satisfaça a desigualdade, tais valores x são todos os números reais maiores que -2 e menores que 1. Ou seja, o conjunto solução da inequação em estudo é $S = \{x \in \Re / -2 < x < 1\}$ ou $x \in]-2,1[$;

Para a inequação $\frac{x-1}{x+2} \geq 0$ como no estudo dos sinais das funções f e g, para –x<-2 ou para x>1, o quociente das funções é positivo e a inequação em estudo requer determinar valores (números) x que satisfaça a desigualdade, tais valores x são todos os números reais menores que -2 ou maiores ou iguais a 1. Ou seja, o conjunto solução da inequação em estudo é $S = \{x \in \Re / x < -2 ou x \geq 1\}$;

Para a inequação $\frac{x+2}{x-1} \leq 0$ como no estudo dos sinais das funções f e g, para -2<x<1, o quociente das funções é negativo e a inequação em estudo requer determinar valores (números) x que satisfaça a desigualdade, tais valores x são todos os números reais maiores ou iguais a -2 e menores a 1. Ou seja, o conjunto solução da inequação em estudo é $S = \{x \in \Re / -2 \leq x < 1\}$.

Considerações

Considerando que conceber e ensinar inequações por meio do estudo de funções está relacionado com as concepções sobre a Matemática e sobre seu ensino. E estas, às concepções do professor, assim como suas experiências em sala de aula, que segundo Santos (2009, p.58), estão relacionadas com as influências que recebem ao longo de suas vidas, principalmente enquanto estudantes da educação básica e superior, e posteriormente, como profissional docente. Segundo Ponte (1992), tais concepções tem uma natureza cognitiva, pois são elas que dão sentido a tudo que percebemos no mundo, inclusive limitando ou potencializando pensamentos e ações. Conceber e ensinar inequações por meio do estudo de funções tem como objetivo auxiliar o professor de matemática em formação, a ter uma visão mais ampla do ensino de inequações fundamentado no estudo de funções. Neste, nos limitamos a estudar as inequações por meio do estudo de funções afins. Para tal, o estudo matemático da Função Afim em especial, o estudo dos sinais de referida função, foi fundamental ao ser apresentado como base para a determinação do conjunto solução de inequações por meio da Função Afim.

Referências

FERNANDES, D. N; GARNICA, A V M. *Concepções de Professores de Matemática:* contribuições para um referencial teórico. BOLETIM GEPEM, n. 40, pp. 11-36. GEPEM: Rio de Janeiro, Agosto de 2002.

PONTE, J. P. *Concepções dos Professores de Matemática em Processos de Formação.* Educação Matemática: Temas de investigação. Universidade de Lisboa. Lisboa: Instituto de Inovação Educacional. 1992.

SANTOS, R. S dos. *As influências dos Formadores sobre os Licenciados em Matemática do IME-UFG.* Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Goiás. Goiânia, 2009

THOMPSON, A. G. *A relação entre concepções de matemática e de ensino de matemática de professores na prática pedagógica.* Zetetiké, v.5. n.8, pp. 11-43, 1997.

Enviado: 08/09/2018
Aceito: 08/10/2018