ISSN 2237-258X

A MOBILIZAÇÃO DE CONHECIMENTO EM SITUAÇÃO DE ENSINO DE FRAÇÕES: UM ESTUDO ENVOLVENDO TRÊS PROFESSORAS DOS ANOS INICIAIS

Knowledge mobilization in fraction teaching: a study with three teachers working in early education levels

La mobilización del conocimiento en la enseñanza de fracciones: un estudio involucrando a tres profesoras de los años iniciales

Angelica da Fontoura Garcia Silva[*]

Ruy Cesar Pietropolo[**]

Maria Gracilene de Carvalho Pinheiro[***]

Resumo

Neste artigo apresentamos uma discussão a respeito de parte de um questionário realizado com o objetivo de investigar os conhecimentos de professoras que lecionam Matemática para os Anos Iniciais do Ensino Fundamental acerca da introdução do conceito de fração. As professoras participaram de um curso de formação vincunlado a um Projeto desenvolvido por pesquisadores em Educação Matemática no âmbito do Observatório da Educação. A coleta dos dados aqui apresentada foi realizada no início do processo e o instrumento analisado serviu de base para o planejamento e desenvolvimento da formação. À luz da Teoria do Conhecimento para o Ensino (Ball, Thames e Phelps) foram observadas evidências de que o ensino desenvolvido, pelas docentes investigadas, sobre o tema em questão, era limitado a dois tipos de situação: parte-todo e operador. Percebeu-se também evidências de que elas não tinham consciência de tal fato, visto que em momentos posteriores afirmaram desconhecer os significados de fração propostos nas orientações curriculares. Tais informações motivaram, ao longo da formação, discussões acerca dos processos de ensino e de aprendizagem desse conceito por meio da apresentação de situações envolvendo diferentes significados.

PALAVRAS CHAVE: Educação Matemática. Conhecimento Profissional Docente. Conceito de fração.

Abstract

This article discusses a section of one questionnaire, which was applied to investigate the knowledge that math teachers - working in the early years of elementary school - had regarding the introduction of fractions. The selected teachers were attending a teacher development course linked to a research project developed by mathematical education researchers within the Education Observatory project. Data collection presented in this article was made at the beginning of the process and the analyzed tool served as a basis for the planning and development of the training

[*] Doutorado em Educação Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (2007). Atualmente é pesquisadora da Universidade Anhanguera de São Paulo- UNIAN. E-mail: angelicafontoura@gmail.com

[**] Doutorado em Educação Matemática pela PUC/SP. Docente do corpo permanente e coordenador do programa de Pós-graduação em Educação Matemática, stricto sensu, da Universidade Anhanguera de São Paulo. E-mail: rpietropaolo@gmail.com

[***] Mestre em Educação Matemática. Doutoranda do Programa de Pós-graduação em Educação Matemática, integrante da linha de pesquisa Formação de Professores que ensinam Matemática; e do Grupo de Pesquisa Observatório da Educação da Universidade Anhanguera de São Paulo - UNIAN-SP. E-mail: gracilenepinheiro@gmail.com

course. Based on the *Content Knowledge for Teaching* theory (Ball, Thames & Phelps), we observed evidences that the teaching of fractions developed by the subject teachers was limited to two types of situation: parts-and-whole and operation. Also, other evidence was found that the teachers were not aware of such fact, as they later stated that they did not know about the meanings of fraction proposed in the curricular guidelines. These results promoted discussions throughout the development course about the teaching-learning processes of fractions by presenting situations that involved different meanings.

KEYWORDS: Mathematical Education. Teacher Professional Knowledge. Fractions concept.

Resumen

En este artículo presentamos el debate sobre un cuestionario aplicado con el objetivo de estudiar los conocimientos de las profesoras de Matemáticas -de los primeros años de la enseñanza Primaria- a respecto de la introducción del concepto de fracción. Las profesoras participaron en un curso de formación vinculado a un proyecto desarrollado por investigadores en educación matemática perteneciente al Observatorio de la Educación. Hicimos la recopilación de los datos presentados en el artículo al inicio del proceso, y el instrumento analizado fue la base para la planificación y desarrollo del curso de formación. Con base en la *Teoría del Conocimiento para la Enseñanza* (Ball, Thames y Phelps), observamos evidencias de que la enseñanza de fracciones desarrollada por las docentes estudiadas se limitaba a dos tipos de situación: parte-todo y operador. Observamos también evidencias de que ellas no estaban conscientes de eso puesto que, posteriormente, ellas afirmaron que no conocían los significados de fracción propuestos en las guías curriculares. Esa información promovió el debate durante el curso de formación a respecto de los procesos de enseñanza y del aprendizaje del concepto de fracción, por medio de la presentación de situaciones involucrando diferentes significados.

PALABRAS CLAVE: Educación matemática. Conocimiento profesional docente. Concepto de fracción.

INTRODUÇÃO

Encontramos diversas pesquisas, anteriores à nossa que já vinham discutindo questões relacionadas tanto à formação de professores quanto aos processos de ensino e de aprendizagem das frações[1] e em todas elas são apontadas dificuldades de professores e alunos em relação à compreensão desse conceito.

Para este artigo referenciamos estudos de um grupo que investiga essa temática desde a década de 90 o qual desenvolveu, até o ano de 2013, um projeto de cooperação entre Inglaterra e Brasil sob a coordenação de Tânia Campos e Teresinha Nunes. Esse grupo buscou realizar estudos em sala de aula, com a partcipação de professores, de modo a analisar tanto o nível de compreensão dos alunos como a atuação de professores do ensino fundamental ao considerar problemas de frações. Dessas, selecionamos investigações internacionais, como as de Nunes e Bryant (2009), Cardoso e Mamede (2009) e nacionais, como as de Rodrigues (2005), Garcia Silva (2007), Campos (2011) e Canova (2013) por utilizarem o mesmo referencial teórico desta pesquisa.

Dentre os que discutem essa problemática, os pesquisadores Nunes e Bryant (2009), por exemplo, chamam a atenção para a forte tendência de professores britânicos em trabalhar o conceito de fração utilizando, principalmente o significado parte-todo.

[1] O termo fração neste artigo é utilizado para designar os números racionais na representação fracionária.

Nesse sentido, argumentam sobre a existência da relação entre as dificuldades encontradas pelos estudantes e a maneira como o ensino é desenvolvido, com ênfase apenas nesse significado. Da mesma forma, Campos (2011) vem afirmar que no Brasil, os obstáculos enfrentados por professores e alunos se iniciam logo nos primeiros anos em que esse tema é abordado: 4° ano do Ensino Fundamental.

Quanto a formação continuada, Garcia Silva (2007) numa investigação desenvolvida num contexto de formação continuada sobre o ensino de frações, percebeu a relação entre o domínio do conteúdo e a prática pedagógica dos sujeitos de pesquisa, participantes da formação, e conclui que o conhecimento profissional docente constitui-se um dos fatores que exerce influência no processo de desenvolvimento profissional dos professsores, visto que

> [...] as limitações nos procedimentos de ensino foram acarretadas pelo fato de as docentes terem um domínio não suficiente do conteúdo a ser ensinado. Este fato pode ter impedido que os professores percebessem a possibilidade de variações da metodologia utilizada (GARCIA SILVA, 2007, p. 272).

Tais pesquisas colocam, a nosso ver, em evidência a relevância de investigar o conhecimento e sua relação com a prática de professores acerca de diferentes situações que dão sentido ao conceito de frações. No intuito de ampliar essas discussões, no presente artigo descrevemos um estudo realizado com professoras da Rede Estadual de Ensino de São Paulo, que lecionam Matemática para os Anos Iniciais do Ensino Fundamental, participantes de um curso de formação continuada[2], desenvolvido no contexto do Observatório da Educação[3], cujo objetivo era o de investigar quais conhecimentos essas professoras possuíam acerca da introdução do conceito de fração. Nessa perspectiva, pretendemos apresentar a análise das situações elaboradas por três das professoras investigadas – Professora *Marcela Faria, Renata Pereira e Ana Ribeiro*[4] –, antes de participarem do processo de formação. Além disso, discutiremos também as resoluções por elas apresentadas[5] e alguns depoimentos delas durante e após o processo formativo.

Marco Teórico

Para fundamentar nossas análises tomamos como base as teorias desenvolvidas por Ball, Thames e Phelps. (2008); Vergnaud (1990). Em Ball et. al. (2008) buscamos as

[2] Trata-se de um curso de formação realizado no decorrer de uma pesquisa de Mestrado em Educação Matemática, desenvolvida por Pinheiro, 2014 sob o título: Formação de Professores dos Anos Iniciais: conhecimento Profissional Docente ao explorar a introdução do conceito de fração,desenvolvido no Projeto Observatório da Educação – Protocolo de Aprovação do Comitê de Ética nº 20101056.

[3] Projeto Observatório da Educação Auxílio número 99 2010: Educação Continuada e Resultados de Pesquisa em Educação Matemática: uma investigação sobre as transformações das práticas de professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental, financiado pela CAPES e coordenado na Universidade Anhanguera de São Paulo pela Professor Dra. Tânia Maria Mendonça Campos.

[4] *No intuito de garantir o anonimato dos sujeitos de pesquisa, os nomes aqui apresentados são fictícios.*

5 Ressalte-se que essas questões fazem parte de um questionário inicial que constitui-se como instrumento para planejamento e desenvolvimento de um processo formativo que se propôs a refletir sobre o ensino e a aprendizagem de frações por meio de situações parte-todo e quociente. Ressalte-se, ainda, que neste artigo não faremos referência às conclusões relativas à formação.

ideias que discutem os conhecimentos necessários para a ação pedagógica da Matemática: Conhecimento do Conteúdo – Comum e Especializado – e Conhecimento Pedagógico do Conteúdo – do Ensino e dos Estudantes. Para este estudo analisaremos o conhecimento do Conteúdo e do Ensino. Segundo os autores essa categoria relaciona-se ao repertório do professor utilizado no planejamento do ensino: suas escolhas a respeito de como introduzir uma temática, a sequência adequada para desenvolver sua compreensão, a metologia e as representações.

Já em Vergnaud (1990) buscamos os aspectos que ajudam a compreender como um conceito é construído a partir de três conjunto: das situações, dos invariantes e das representações. Para o autor, um campo conceitual é definido por meio de um conjunto de situações que ao ser tratado exige conexões entre uma variedade de conceitos, de esquemas e de representações simbólica. Para este estudo, buscaremos referência nessa teoria por considerarmos um conhecimento necessário ao professor apresentar aos seus alunos diferentes categorias de situações.

A investigação

Metodologicamente este estudo envolveu uma pesquisa qualitativa da qual participaram três professoras que lecionam Matemática para os anos iniciais na rede pública estadual de São Paulo. Para colher informações para a investigação utilizamos protocolos de um questionamento que solicitava às participantes a elaboração individual e sem material de apoio de situações envolvendo frações.

Esse instrumento de coleta constituiu-se de uma das fases que antecedeu um curso de formação continuada realizado, no âmbito do Projeto Observatório da Educação. O instrumento – questionário – era constituído de duas partes. Ressalta-se que para este artigo apresentaremos a análise da primeira parte, a qual será descrita a seguir.

Para coleta de informações solicitamos às docentes a elaboração e resolução de 05 situações que elas utilizariam para introduzir as frações para alunos de 9 ou 10 anos. Dessa forma, pretendíamos investigar os Conhecimentos do Conteúdo e do Ensino da fração descritos por Ball et. al. (2008) explicitados pelas professoras ao criarem as situações. Para os autores esse é o conhecimento o qual articula o conhecimento do conteúdo matemático com os princípios pedagógicos para o ensino de cada tópico. Vale destacar que o desenvolvimento dessa atividade foi realizada de maneira individual. Além disso, cada participante resolveu às situações por ela elaborada. Apresentamos também neste estudo alguns depoimentos coletados durante e depois do processo formativo.

Discussão e análise dos resultados

Para coletar as informações para esta investigação pedimos, às professoras, que na elaboração das situações elas levassem em consideração os tipos de problemas que acreditassem ser adequados para introduzir o ensino de frações, de modo a favorecer a compreensão dos alunos relativa a esse tema. Ao propor essa atividade, pretendíamos olhar para os significados explorados nas situações, os tipos de representações abordadas e por fim, se nelas eram explorados os invariantes da fração – ordem, equivalência e conservação da unidade de referência.

Quanto aos significados das situações elaboradas

Ao olhar para as situações que as professoras elaboraram, percebemos que elas estavam relacionadas ao significado parte-todo, 10 (dez) e ao significado operador, 5 (cinco) – Tabela 1. Tal fato parece confirmar pesquisas (Garcia Silva (2007); Cardoso e Mamede (2010); Garcia Silva e Canova (2006) que indicaram haver uma forte tendência por parte das professoras em trabalhar o conceito de fração utilizando o significado parte-todo seguido do significado operador.

Tabela 1 - Significados de fração explorados nas situações elaboradas pelas professoras

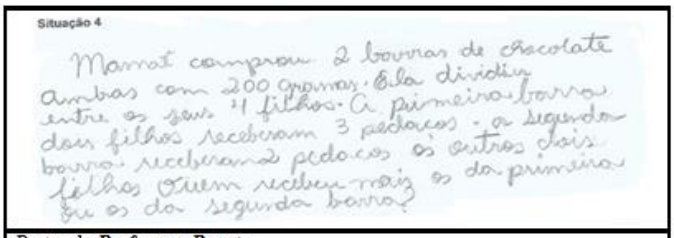
Professoras	Parte-todo	Operador multiplicativo
Renata	4	1
Ana	3	2
Marcela	3	2
Total	10	5

De maneira geral, a análise dos protocolos revelou haver restrições na seleção, organização e na proposição de atividades, por parte das professoras, sobretudo porque não utilizaram das situações quociente. Cabe ressaltar que essa situação é apontada por pesquisadores como Nunes, Bryant, Pretzlik, Bell, Evans e Wade (2007); Mamede (2007) e Campos (2011), dentre outros como facilitadora da construção e compreensão do conceito de fração na medida em que o professor a utiliza quando introduz o tema.

Nesse sentido, tais indícios nos permitiram verificar haver a necessidade de aprofundar as reflexões sobre este tipo de situação apresentada e discutida em cursos de formação, inicial e continuada de professores. Salientamos que o fato de nenhuma das professoras investigadas, assim como as demais participantes do processo formativo, ter elaborado situação com o significado quociente é um dado que julgamos importante, especialmente, se considerarmos os documentos oficiais brasileiros que propõem que o significado quociente seja também trabalhado com alunos dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.

A importância desse dado se justifica também pelo fato de que autores como Campos, Nunes, Lobo da Costa e Ceragioli (2012) têm chamado a atenção a não existência de "transferência clara do conhecimento de notação aprendido em situações parte-todo para situações quociente em séries próximas ao ensino desta notação" (CAMPOS et. al. 2012, p. 371), o que nos leva a inferir sobre a necessidade de o professor dos Anos Iniciais proporcinar, ao aluno, vivências utilizando também o quociente. Isso nos preocupa mais ainda, pois nem todas as situações envolvendo o significado parte-todo foram consideradas como consistentes. Chamou-nos a atenção o fato de que em muitas situações mesmo estando presente a ideia desse significado nem sempre eram feitas referência, no enunciado da situação, à divisão em partes iguais. A exemplo disso, uma das situações elaborada pela Professora Renata – Figura 1.

Figura 1 - Situação elaborada pela Professora Renata


Situação 4

Mamãe comprou 2 barras de chocolate ambas com 200 gramas. Ela dividiu entre os seus 4 filhos. A primeira barra dois filhos receberam 3 pedaços. A segunda barra receberam 2 pedaços os outros dois filhos quem recebeu mais os da primeira ou os da segunda barra?

Protocolo ***Professora Renata***

Ainda em relação à elaboração, é importante ressaltar que do ponto de vista do que aponta o Currículo do estado de São Paulo, esses dados são significativos, visto que dos três significados apresentados para introduzir frações para alunos do 5º Ano – parte-todo, razão e quociente –, as professoras elaboraram situações somente com o primeiro tipo. O significado operador não é indicado por esse documento, mas acreditamos ser muito presente no repertório das professoras talvez, pelo fato de ser esse um tipo de situação muito trabalhado na escola nos Anos Finais do Ensino Fundamental. Consideramos que isso possa ser decorrência da própria formação das participantes uma vez que, em entrevistas concedidas elas nos afirmaram que estas eram as situações vivenciadas por elas durante sua escolarização. Resultados como os nossos a respeito da relação entre o Conhecimento do conteúdo e prática pedagógica do professor foram também observados por Garcia Silva (2007) por exemplo.

Ao analisarmos do ponto de vista da teoria do Conhecimento para o Ensino de Matemática (MTK) descrito por Ball et al (2008), a qual prevê que alguns domínios são necessários para o ensino de Matemática e, dentre eles, o Conhecimento Curricular, observamos não haver, por parte das professoras investigadas a familiaridade necessária ao ensino, no que diz respeito ao currículo. Há de se notar que para introduzir e desenvolver o ensino das frações, da mesma forma que para explorar materiais curriculares, ou propor estratégias de intervenção que se fizerem necessárias, o conhecimento acerca das orientações curriculares seria bastante importante.

Interpretando as informações coletadas observamos que ao responder esse questionário as professoras demonstraram ter um repertório de situações insuficiente para a tarefa de introduzir as primeiras noções a respeito desses números aos estudantes dos anos iniciais. Nesse sentido, podemos inferir, a partir das situações elaboradas pelas professoras, possivelmente, haver lacunas nos processos de ensino e aprendizagem quando se trata de promover a introdução do conceito de fração. Consideramos assim como Santos (2005, p.140) que "é provável que a concepção do professor, sobre o conceito de fração, está bem próxima daquela construída, como aluno da Educação Básica". Nosso estudo também se aproximou dos resultados de Canova (2006). Entretanto, um aspecto positivo é que no nosso estudo diferentemente de Lima (1996), os participantes relacionavam o conceito de fração com o cotidiano. Nesse sentido, esses resultados se aproximaram de Canova (2006).

Quanto as representações e invariantes identificados nas situações

Outra característica observada nos enunciados das situações elaboradas foi quanto ao questionamento da representação: elas indagam a representação ou de uma situação

dada ou da composição de frações[6]. Analisando esses dois tipos de situação encontramos as seguintes representações: a fracionária, o número natural, ícone e linguagem natural, como podemos observar a seguir – Tabela 2 –.

Tabela 2 – Quantidade de representações solicitado por tipo de situações (PT e O)

Significado	Representação							T
	Situação dada				*Composição de frações*			
	Fração	*Número natural*	*Icone*	*Linguagem natural*	*Fração*	*Número natural*	*Linguagem natural*	
Parte-todo			2	1	5		2	10
Operador		2				3		5
TOTAL								15

Analisando as informações apresentadas nessa tabela podemos observar que nenhuma das três professoras elaborou situações na qual se apresentava a imagem do todo e de uma parte destacada para que seus alunos determinasse a fração. Acreditamos que as professoras investigadas, procuraram, mesmo não conhecendo mais significados da fração, variar quanto a solicitação de representação. Sobre isso, em entrevista a Professora *Marcela Faria* afirma: "No primeiro dia, quando escrevi os problemas, pensei em diversificar o máximo e não só colocar tantas questões bobinhas como do chocolate dividido em partes iguais, mas não tinha a noção dos significados, representações e invariantes" (FARIA, São Paulo, 2012).

Quanto ao nível de dificuldade, observamos que ele não foi o mesmo em todas as elaborações. Das 15 situações elaboradas, 5 (cinco) eram mais imediatos. Dessas 3 (três) envolviam o significado parte-todo e 2 (duas), operador. A seguir apresentamos as situações que envolviam o significado parte-todo – Quadro 1 –.

Quadro 1- Exemplos das 3 Situações elaboradas pelas participantes (PT)

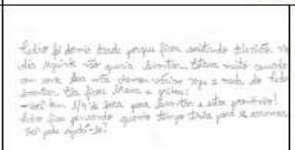
Professora	Tipo de representação	Situação Parte-todo	
Marcela	Fracionária		*Se Paulo dividiu em partes iguais, uma jarra de 1000ml de água em quatro vasilhas quanto ele terá em cada uma. Represente com a fração correspondente.*
Renata	Icônica		*Maria e Marcos compraram uma pizza. Juntos comeram 5 oitavos. Pinte a quantidade que comeram.*
Ana	Linguagem Natural		*Camila estava ajudando sua mãe á fazer um bolo. Camila lia a receita enquanto a mãe preparava a massa. Na receita Camila viu um número diferente: $\frac{1}{2}$. Você sabe o que siginifica? Por que ele é escrito dessa maneira?*

Observemos que nas situações apresentadas por Renata e Ana não está evidente que ao elaborar a situação a intenção das professoras era que a resposta fosse apresentada

[6] Apoiados em Vergnaud (2009) consideramos composição de frações como o resultado de uma adição de frações (soma ou total) ou de uma de suas parcelas.

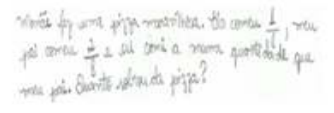
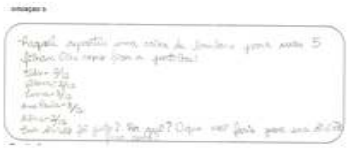
utilizando a perspectiva parte-todo, todavia durante o processo formativo elas informaram que era essa a intenção: na situação elaborada por Renata, ela esperava que os estudantes desenhassem a pizza, a dividisse em partes iguais e indicasse a fração "cinco oitavos". Da mesma forma, a Professora Ana também esperava que o aluno descrevesse que "meio" era um inteiro divido em duas partes das quais uma seria utilizada. Quanto a situação operador, encontramos 02 (duas) situações – Quadro 2 –.

Quadro 2 - Exemplos das 2 Situações elaboradas pelas participantes (O)

Professora	Tipo de representação	Situação Operador	
Ana	Número Natural		*Pedro foi dormir tarde porque ficou assistindo televisão. No dia seguinte não queria levantar. Estava muito cansado e com nono. Sua mãe vhamou várias vezes e nada do Pedro levantar. Ela ficou brava e gritou:* - *Você tem* $\frac{1}{4}$ *de hora para levantar e estar prontinho! Pedro ficou pensando quanto tempo tinha para se arrumar. Você pode ajudá-lo?*
Marcela	Número Natural		*Carlos percorreu* $\frac{1}{5}$ *do caminho que faz até a escola. Sabendo que o percurso tem aproximadamente 1500 metros. Quantos metros ele já percorreu?*

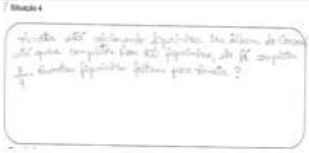
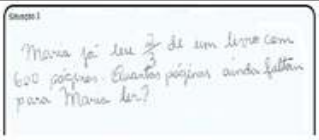
Analisando essas duas situações observamos que bastava calcular a fração do inteiro para resolver as duas questões e a resposta seria dada como um número natural. Outras 10 (dez), apresentaram nível de dificuldade maior, uma vez que envolviam a ideia de composição. Dessas, 5 (cinco) solicitavam a representação fracionária do total da composição ou de uma de suas partes, e 5 (cinco) questionavam a quantidade (número natural) que representava a composição descrita. Dessa categoria, foram elaboradas 7 (sete) situações envolvendo o significado parte-todo e 3 (três) envolvendo operador. Das situações que envolviam a ideia de composição em situação parte-todo, observamos que em 7 (sete) delas solicitavam a representação ou do total ou das partes por meio de uma fração, e 3 (três) indagavam a representação da quantidade (número natural), conforme Quadro 3.

Quadro 3 - Exemplos das 3 Situações elaboradas pelas participantes - ideia de composição (PT)

Composição em situação parte-todo			
Professora	**Representação**	**Situação**	
Ana	Fracionária de uma das partes da Composição		*Mamãe fez uma pizza maravilhoza. Ela comeu* $\frac{1}{8}$*, meu pai comeu* $\frac{2}{8}$ *e eu comi a mesma quantidade que meu pai. Quanto sobrou da pizza?*
Renata	Fracionária do total da Composição		*Maria comeu* $\frac{2}{6}$ *de um chocolate e Pedro comeu* $\frac{3}{6}$*. Quantos os dois comeram juntos?*
Ana	Linguagem Natural da Composição		*Raquel repartiu uma caixa de bombons para suas 5 filha. Olhe como ficou a partilha: Elia* $\frac{2}{12}$*; Diana* $\frac{2}{12}$*; Luana* $\frac{3}{12}$*; Ana Paula* $\frac{3}{12}$ *e Aline* $\frac{2}{12}$*. Essa divisão foi justa? Por quê? O que você faria para essa divisão ficar certa.*

Em relação a situação operador como era de se esperar, diferentemente do que ocorreu com as elaboradas envolvendo a ideia de parte-todo, todas elas esperavam como resposta um Número Natural. Dessas 3 (três) estavam relacionadas à ideia de identificar as partes de uma composição – Quadro 4 –.

Quadro 4 - Exemplos de 3 Situações elaboradas pelas participantes - ideia de composição (OP)

Composição em situação operador			
Prof.	**representação**	**Situação**	
Ana	N° Natural (quantidade de figurinhas) de uma das partes da Composição (total de figurinhas do album)		*Renata está colecionando figurinhas. Seu album do Carrossel está quase completo. Das 100 figurinhas, ela já completou* $\frac{3}{4}$. *Quantas figurinhas faltam para Renata*
Renata	N° Natural (quantidade de páginas) de uma das partes de uma composição (total de páginas do livro)		*Maria já leu* $\frac{2}{3}$ *de um livro com 600 páginas. Quantas páginas ainda faltam para Maria ler?*
Marcela	N° Natural (quantidade de meninas) de uma das partes de uma composição (alunos da escola)		*Numa escola estudam 1200 crianças. Sabendo que* $\frac{2}{4}$ *são meninos e o restante são meninas. Quantas meninas estudam na escola?*

Analisando as produções observamos também que todas as situações com o significado operador, as quais solicitava a representação da quantidade, buscavam a quantidade de uma das partes da composição. Notamos também que nas situações propostas a maioria procurava indagar a representação da fração, sem contudo preocupar-se em explorar as relações de ordem, equivalência e/ou a conservação da unidade de referência – invariantes importantes na construção e compreensão das frações.

O invariante ordem foi explorado em apenas 1 (uma) das situações, ela foi elaborada pela Professora Renata apresentada na Figura 1. A equivalência de frações foi utilizada em duas situações elaboradas por Ana (Quadro 3), entretanto, tal ideia serviria somente como dado do problema, mas não foi o questionamento principal. Isso evidencia haver por parte das participantes preocupação maior com a elaboração de situações que envolvem a representação em detrimento de situações utilizando as ideias de ordem, equivalência e unidade de referência.

À luz da Teoria dos Campos Conceituais, Vergnaud (1990), defende que na construção de um conceito matemático é necessário considerar um conjunto de situações que dará significado a esse conceito, um conjunto de invariantes operatórios no qual objetos, propriedades estão inter-relacionados e um conjunto de representações que podem ser utilizadas para representar as situações. Nesse sentido, os dados aqui apresentados serviram de objeto de discussão das professoras durante o processo formativo. Ao refletir sobre o ocorrido o grupo considerou que apesar de haver certa diversidade, a aprendizagem do conceito de fração poderia dar-se de forma comprometida, dado que as professoras investigadas não tinham consciência da necessidade de propor situações que levassem os estudantes a vivenciar propostas utilizando diferentes situações, representações e invariantes. Nos pareceu que houve preocupação em apresentar uma variedade maior de representações.

Além disso, mesmo quando percebíamos que as situações elaboradas envolviam significados diferenciados ou questionavam diferentes representações ou necessitavam buscar propriedades de invariantes operatórios, não tivemos confirmação que a elaboração foi realizada de forma consciente.

Vale destacar haver ainda, a forte tendência de se elaborar preponderantemente situações parte-todo, o que pode ser considerado como um dificultador da aprendizagem. Sobre essa temática já na década de 90, pesquisadores como Nunes e Bryant (1997), por exemplo, chamam a atenção da comunidade acadêmica. Seus estudos consideram a possibilidade de: "[...] que esta lacuna seja uma consequência da aprendizagem do aluno de linguagem fracional na escola simplesmente através do procedimento de dupla contagem". (NUNES E BRYANT 1997, p. 212-213.). Dessa forma, essas informações nos levam a inferir sobre a relevância da proposição de cursos de formação de professores, tanto inicial quanto continuado, que discutam os diferentes significados da fração bem como os invariantes operatórios, fundamentais à formação do conceito de fração.

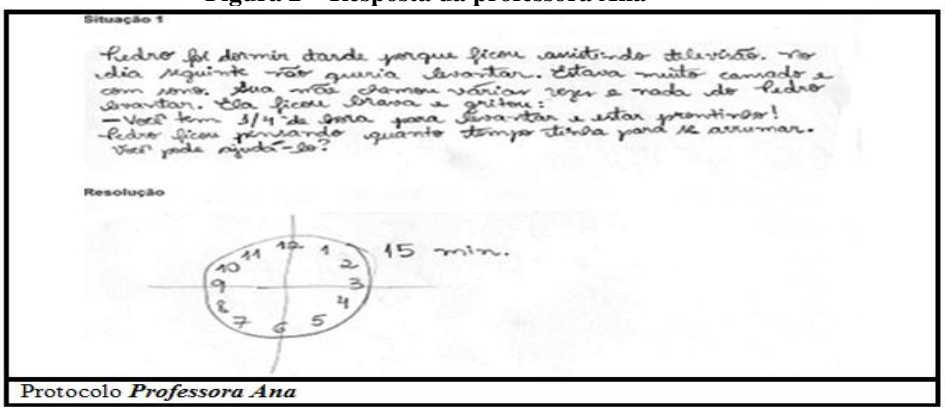
Nessa mesma direção, descrevemos as nossas conclusões acerca do que observamos das respostas apresentadas pelas professoras às situações por elas elaboradas. Com isso acreditamos ser possível verificar se os esquemas por elas utilizados nos dão mais indícios acerca de seu domínio de representações e invariantes operatórios não identificados na elaboração. A partir das resposta registradas nos protocolos elaboramos a síntese da análise realizada – Tabela 3 –. Percebemos, de maneira geral, que as professoras investigadas fizeram uso da estratégia do cálculo de algoritmos e da ideia de partição no qual considera que em *n* partes iguais, cada parte pode ser representada como $\frac{1}{n}$.

Tabela 3 - Número de respostas em que as professoras fizeram por estratégia

Análise dos Protocolos Analisados	
Fizeram uso da estratégia do cálculo de algoritmos	**Utilizaram da estratégia de Partição**
05	10

As respostas nos revelam inicialmente que, independente do tipo de situação proposta, ao resolverem, as professoras utilizaram-se principalmente da ideia de partição – Figura 2 –, por exemplo. O que é mais um indício de que, possivelmente, elas promovem o ensino utilizando, sobretudo, do significado parte-todo.

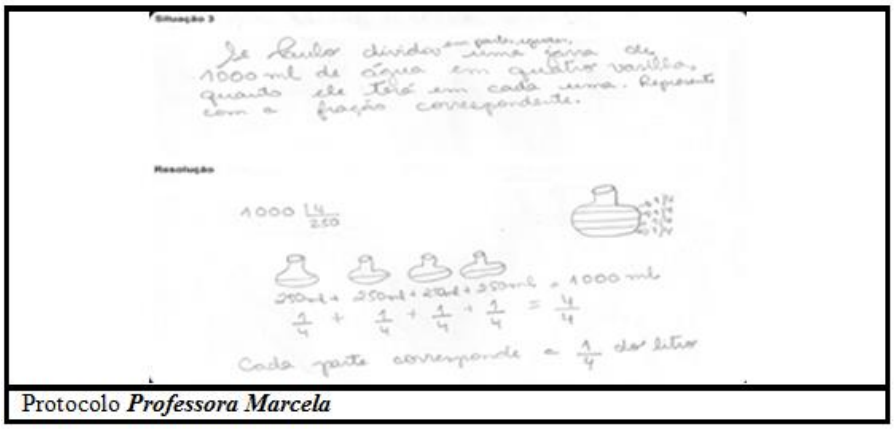
Figura 2 – Resposta da professora Ana



Protocolo ***Professora Ana***

Dentre os esquemas utilizados na resolução das situações, houve predominância do procedimento com uso de desenhos e/ou operações – Figura 3 –, por exemplo.

Figura 3 - Resposta da Professora Marcela à situação por ela elaborada

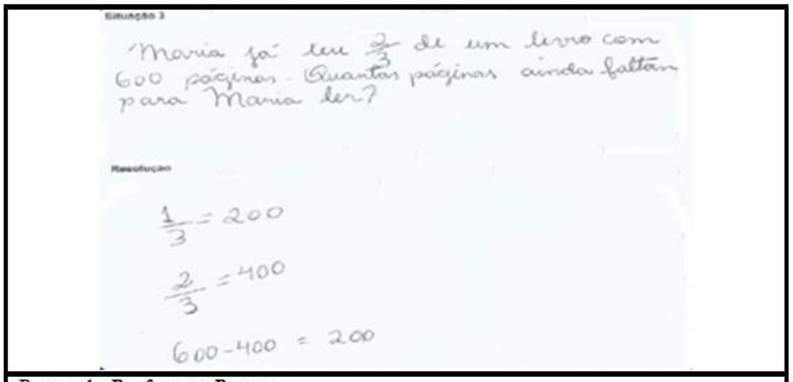


Protocolo ***Professora Marcela***

Analisando a proposta e a resolução apresentada pela Professora Marcela, observamos que o problema elaborado solicitava apenas a fração que correspondia à situação descrita por meio da ideia de parte-todo, uma vez que envolvia o volume de 1000 ml que seria "dividido em partes iguais" (4) e questionou-se a fração que representaria cada uma dessas partes. Entretanto, ao resolvê-la a professora valeu-se tanto da ideia de operador como de partição, visto que representou a partição, as quatro frações e a quantidade, em ml, que continha cada jarra.

Além disso, acreditamos ser conveniente também chamar a atenção para outra característica interessante observada nas situações elaboradas pelas professoras: a preocupação em apresentar um contexto próximo ao das crianças – Figuras 4, 5 e 6.

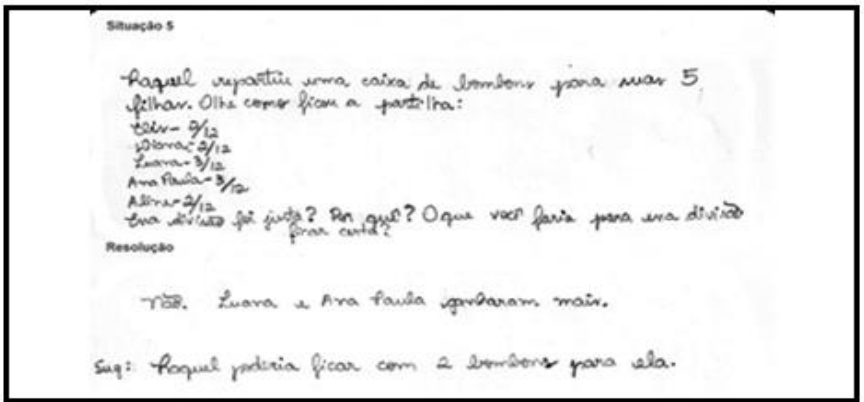
Figura 4 - Situação elaborada pela Professora Renata e sua resposta à mesma



Protocolo ***Professora Renata***

Quanto à resposta, essa análise nos permite afirmar que a professora se utilizou da ideia de operador para descobrir um terço das páginas do livro; fez uso também da ideia de proporcionalidade para calcular dois terços do mesmo livro e ao final achou a diferença entre o total de página e dois terços delas. Entretanto, vale ressaltar que a Professora Renata demonstrou uma preocupação em apresentar seus dados de forma rigorosa, uma vez que indicou $\frac{1}{3} = 200$ para $\frac{1}{3}.600 = 200$. Também, na situação a seguir apresentada pela *Professora Ana* – Figura 5 – houve preocupação em elaborar uma situação próxima ao cotidiano da criança. Na resolução ela demonstrou preocupar-se em apresentar uma partilha equitativa. Consideramos que, possivelmente, ao elaborar o problema ela pensou em uma caixa com 12 bombons, todavia não indicou esse dado na situação.

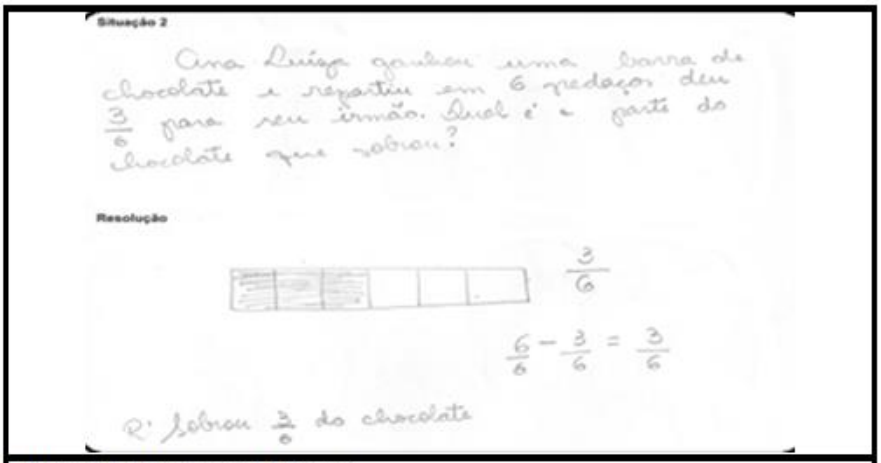
Figura 5 - Situação elaborada pela Professora Ana e sua resposta à mesma



Protocolo ***Professora Ana***

A Professora Marcela também partiu de uma situação do cotidiano e fez uso da partição e utilizou também procedimentos de cálculo – Figura 6 –.

Figura 6 - Situação elaborada pela Professora Marcela e sua resposta à mesma



Protocolo ***Professora Marcela***

Ressaltamos que ao solicitar a elaboração das situações procuramos investigar os Conhecimentos do Conteúdo e do Ensino das professoras sobre os significados de fração, que, na perspectiva de Ball et al (2008), pressupõe a criação e escolha de exemplos e ilustrações que poderiam propiciar a compreensão do conceito de fração, por alunos dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.

Assim, pelo exposto, as análises que fizemos desse instrumento indicaram lacunas nos conhecimentos das professoras, sobretudo em relação ao conhecimento do significado quociente e ao seu ensino.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

À luz do nosso referecial teórico, ao consideramos uma das vertentes do Conhecimento Pedagógico do Conteúdo Matemático: conhecimento do currículo (Ball et al, 2008), podemos concluir, quanto aos domínios necessários ao ensino de Matemática, em relação à introdução do conceito de frações, que esses se encontravam ainda fragilizados. Tal conclusão fica evidenciada nas situações elaboradas pelas professoras, visto que limitou-se aos significados parte-todo e operador e também em seus depoimentos, uma vez que elas afirmaram que desconheciam os significados da fração que eram propostos nas orientações curriculares: "É! Eu não sabia esse negócio de razão, parte-todo [...] Eu não sabia. Estou aprendendo agora" *(PEREIRA, São Paulo, 2012).* Todavia, observamos haver preocupação em desenvolver situações envolvendo composição.

Dessa maneira, pudemos concluir ainda haver lacunas quanto aos Conhecimentos de Conteúdo e do Ensino (Ball et al, 2008). Fato evidenciado também nas estratégias de resolução, uma vez que estas eram baseadas em técnicas de partição e/ou cálculo de algoritmos, o que nos fez acreditar que o ensino que elas realizavam era apenas procedimental. Tal fato confirma o que já havia sido constatado por outras pesquisas, como por exemplo, a desenvolvida por Costa (2011) em que ele concluiu que as frações eram tratadas pelos seus sujeitos de pesquisa apenas do ponto de vista do algoritmo. Quanto à exploração das ideias contidas nos invariantes, relação de ordem, de equivalência e de conservação da unidade de referência, concluimos, com base na ausência de tais ideias, na

proposição das situações, que as professoras investigadas, de maneira geral, apresentam pouca compreensão e que, provavelmente, essas são ideias que passam despercebidas quando ensinam fração. Finalmente, é importante destacar que os resultados aqui apresentados refletem o domínio das professoras sobre as frações, no início do processo formativo. Entretanto, ao final da investigação, se observou haver superação de algumas das limitações aqui destacadas. Acreditamos ser isso fruto dos estudos e do trabalho colaborativo desenvolvido durante o processo de formação continuada.

REFERÊNCIAS

BALL, D. L., , THAMES, M.H.; PHELPS, G. Content knowledge for teaching: what makes it special? In: Journal of Teacher Education, November/December 2008, vol. 59. P.403, 2008.

CAMPOS, T. M. M. *Sobre o ensino e aprendizagem de frações*. In: XIII Conferencia Interamericana de Educación Matemática, 2011, Recife. Anais XIII Conferencia Interamericana de Educación Matemática, 2011. Disponível em: <http://www.cimm.ucr.ac.cr/ocs/index.php/xiii_ciaem/xiii_ciaem/paper/viewFile/2896/1194>Acesso em: 25 março. 2013, às 20:02h.

CAMPOS, T. M. M.; NUNES, T.; LOBO COSTA, N. M.; CERAGIOLI, L. *A Representação de Quantidades Menores do que uma Unidade.* Representing Quantities Smaller than the Unit. Acta Scientiae, v. 14, n. 3, p. 363-373, 2012. Disponível em: http://www.periodicos.ulbra.br/index.php/acta/article/viewFile/388/314. Acesso em: 15 dezembro. 2015, às 20:02h.

CANOVA, R. F. *Crença, concepção e competência dos professores do 1º e 2º ciclos do Ensino Fundamental com relação à fração*. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Pontifícia Católica de São Paulo - PUC, São Paulo, 2006.

CARAÇA, B. J. *Conceitos fundamentais da Matemática* – Tipografia Matemática, Lisboa,1952.

CARDOSO, P.; MAMEDE, E. *Considerações sobre o Ensino-aprendizagem do Conceito de Fracção à Luz de um Estudo com Alunos do 6º ano do Ensino Básico.* In: Actas do X Congresso Internacional Galego-Português de Psicopedagogia. Braga: Universidade do Minho, 2009. ISBN- 978-972-8746-71-1.

COSTA, F. M. *Concepções e Competências de Professores Especialistas em Matemática em relação ao conceito de Fração em seus diferentes significados.* Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) – PUC/SP, São Paulo, 2011.

FARIA, M. *Reflexão sobre o processo formativo*. 2012. Entrevista concedida a M.G.C., Pinheiro. São Paulo, novembro.2012.

GARCIA SILVA, A. F. *O desafio do desenvolvimento profissional docente: Análise da formação continuada de um grupo de professores das séries iniciais do Ensino Fundamental, tendo como objeto de discussão o processo do ensino e aprendizagem de frações*. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – PUC/SP, São Paulo, 2007.

GARCIA SILVA, A. F.; CANOVA, R. F. *O conceito de fração em livros didáticos brasileiros nos anos iniciais.* Relatório de pesquisa não publicado. Pós graduação em Educação Matemática. UNIBAN/SP, São Paulo. 2011.

LIMA, V. S. *Mapeamento Cognitivo: Um estudo do conceito de frações em estudantes de magistério e professores do primeiro grau (1ª a 4ª séries).* Dissertação de Mestrado, Grupo de pesquisa em Psicologia da Educação Matemática (PSIEM), UNICAMP, 1996.

MAMEDE, E. *The Effects of situations on Children's Understanding of Fractions*. 2007. Tese de PhD (não publicada), Oxford Brookes University. Oxford: OBU. 2007.

NUNES, T.; BRYANT, P. *Crianças fazendo matemática.* Porto Alegre: Artes Médicas. 1997.

_____. Key understandings in Mathematics learning, Paper 3: Understanding rational numbers and intensive quantities. Nuffield Foundation. 2009. Disponível em: <nuffield foundation.org/reports >. Acesso em 15 junho. 2013.

NUNES, T.;;; BRYANT, P.; PRETZLIK, U.; BELL, D.; EVANS, D.; & WADE, J. *La compréhension des fractions chez les enfants.* In M. Merri (Ed.), *Activité humaine et conceptualisation* (pp. 255-262). Toulouse: Presses Universitaires du Mirail. 2007.

PEREIRA, R. *Depoimento coletado durante o processo formativo*. 2012. Entrevista concedida a M.G.C., Pinheiro. São Paulo. Novembro. 2012.

PINHEIRO, M. G. C. *Formação de Professores dos Anos Iniciais: conhecimento profissional docente ao explorar a introdução do conceito de fração.* Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Universidade Anhanguera de São Paulo – UNIAN-SP, São Paulo, 2014.

RODRIGUES, W. R. *Números Racionais: um estudo das concepções dos alunos após o estudo formal*. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – PUC/SP. São Paulo. 2005.

SANTOS, A. *O conceito de fração em seus diferentes significados: um estudo diagnóstico junto a professores que atuam no Ensino Fundamental*. Dissertação de Mestrado. São Paulo: PUC-SP, 2005.

VERGNAUD, G. *La théorie des champs conceptuels.* Recherches en Didactique des Mathématiques, 10 (23), p. 133-170. 1990.

_____. *A contribuição da psicologia nas pesquisas sobre a educação científica, tecnológica e profissional do cidadão.* In: Fávero, M. H.; Cunha, C. da (Orgs.). Psicologia do conhecimento: o diálogo entre as ciências e a cidadania. 2009.

Recebido em: 20-02-2017

Aprovado em: 10-04-2017