ISSN 2237-258X

INVESTIGAÇÕES MATEMÁTICAS COM NÚMEROS: EXPERIÊNCIA COM ALUNOS DO 2.º ANO DO ENSINO BÁSICO

Mathematical investigations with numbers: experience with students of the 2nd year of Basic Education

Investigaciones matemáticas con números: experiencia con alumnos del 2º año de la Primera Infancia

Cidália Patrícia Freitas Silva[1]
Maria Helena Martinho[2]

Resumo
Este artigo é baseado num estudo cujo objetivo consistiu em descrever e compreender os processos vividos por 20 alunos de uma turma do 2.º ano de uma escola do 1.º ciclo de Lisboa, quando colocados perante tarefas de investigação que pretendiam desenvolver nos alunos o sentido de número. Para este artigo foram selecionadas duas tarefas relacionadas com a procura de regularidades na tabela do cem e em pirâmides. Tendo em conta o objetivo do estudo recorreu-se a uma metodologia de investigação qualitativa. A introdução de tarefas de carácter investigativo implicou que fossem mobilizados conceitos fora do cenário habitual e permitiu aos alunos ampliar as suas competências e aplicá-las a novas situações.

PALAVRAS-CHAVE: 1.º ciclo. Tarefas de investigação. Sentido de número. Relações numéricas. Adição e subtração.

Abstract
This article is based on a master's study aimed to describe and understand the processes experienced by 20 students in a second grade class of an elementary school in Lisbon. They were asked to perform investigative tasks regarding the development of number sense From that research, two tasks related to the search of regularities in the one hundred table and in pyramids were selected for the present article. Taking the goals and formulated survey questions into account, a qualitative research methodology was chosen. The introduction of investigative tasks meant that concepts were deployed in a different way from the usual methodologies and it allowed students to expand their skills and apply them to new situations.

KEYWORDS: Elementary grade. Research tasks. Number sense. Numerical relationships. Addition and subtraction

Resumen
Este artículo se basa en un estudio de máster que tuvo por objetivo describir y comprender los procesos experimentados por 20 estudiantes de una clase de segundo curso de una escuela de enseñanza primaria de Lisboa, cuando puestos ante tareas de investigación de todo el desarrollo del sentido numérico. De este estudio se seleccionaron dos de estas tareas relacionadas con la búsqueda

[1]Professora Coordenadora do Programa TEIP (Território Educativo e Intervenção Prioritária) no Agrupamento de Escolas do Vale de S. Torcato, Guimarães, Portugal. Email: cidaliapatricia@gmail.com.
[2] Professora Auxiliar do Departamento de Estudos Integrados de Literacia Didática e Supervisão do Instituto de Educação da Universidade do Minho Centro de Investigação em Educação - Grupo de Investigação Educação em Ciências e para a Sustentabilidade. Diretora do Mestrado em Ensino de Matemática no 3.º Ciclo do Ensino Básico e no Ensino Secundário. Sócia da Associação de Professores de Matemática Domain of specialization Mathematics Education Didactics of Mathematics. E-mail: mhm@ie.uminho.pt

de regularidades en la mesa 100 y pirámides. Teniendo en cuenta los objetivos y temas formulados del estudio, se optó por una metodología de investigación cualitativa. La introducción de tareas de carácter investigativo implicó que los conceptos estuvieran fuera del escenario habitual y permitió a los estudiantes que ampliaran sus conocimientos y los aplicaran en nuevas situaciones.

PALABRAS CLAVE: Enseñanza primaria. Tareas de investigación. Número de orden. Relaciones numéricas. Suma y resta.

INTRODUÇÃO

É do senso comum que o cidadão atual enfrenta enormes desafios e cabe à escola preparar os alunos para os enfrentar. A rápida e permanente evolução ao nível do contexto social, económico, político, cultural, científico e tecnológico conduzem a uma também célere alteração das organizações e do mundo em que vivemos. O aluno de hoje necessita de um conhecimento alargado de números e operações. Este é um saber essencial na formação do cidadão matematicamente letrado. Mas esse conhecimento tem de abranger uma compreensão global dos números e operações, que se expande com a sua utilização em contextos diversos, reais e significativos e tem de conter a competência de usar esta compreensão para fazer julgamentos matemáticos e para efetuar estratégias flexíveis de cálculo. Neste contexto, da emergência do sentido de número, surge a questão de que práticas podem ser implementadas dentro da sala de aula que conduzam a uma aprendizagem significativa do número e das operações.

É nesta perspetiva que se construíram e implementaram na sala de aula tarefas de investigação no sentido de desenvolver estas competências nos alunos de uma forma significativa e motivadora. Procurou-se compreender as transformações que ocorrem na aprendizagem dos alunos em contexto de sala de aula durante a realização de tarefas de investigação propostas aos alunos do 2.º ano do ensino básico. Estas tarefas não são mais que propostas de trabalho, em que os alunos exploram uma situação aberta, procuram regularidades, formulam problemas, criam conjeturas, argumentam e comunicam oralmente e por escrito as suas conclusões. Emerge como questão basilar desta investigação:

- Que influência exercem as tarefas de investigação na aprendizagem dos números e operações dos alunos de uma turma do 2.º ano do 1.º ciclo?

Este estudo foi direcionado para a prática da professora-investigadora, primeira autora deste artigo. Através da análise e reflexão sobre a própria prática num contexto de aulas investigativas, pretende-se compreender a contribuição dessas práticas para o desenvolvimento do sentido de número e de operação dos alunos. O foco desta investigação foi colocado no aluno, nas suas aprendizagens e mudanças ao longo da experiência.

Contextualização do estudo

Nos dias de hoje é urgente trabalhar o sentido de número e das operações introduzindo estratégias de cálculo mental, tendo por base a composição e decomposição

dos números. Evidencia-se um processo de ensino-aprendizagem dos números e das operações que tem como objetivo uma compreensão global dos números, das operações e das suas relações. Para que esta compreensão se dê é necessária a aquisição de outras competências, como o cálculo e o sentido do número. Estas competências desenvolvem-se através de uma diversidade de estratégias e atividades manipulativas com números e operações, antes de qualquer procedimento de cálculo formal. Por exemplo, o cálculo mental, o envolvimento efetivo em problemas com contextos reais bem como na exploração e investigação de regularidades numéricas, estimação de cálculos, assim como numa análise da razoabilidade dos resultados obtidos são exemplos de estratégias que devem anteceder a aprendizagem dos algoritmos das operações. Estas competências são essenciais e devem ser desenvolvidos desde cedo. O desenvolvimento do sentido do número passa pela compreensão do que é o número, a sua grandeza e as relações entre números, bem como pela compreensão do efeito das operações sobre os números, os contextos em que podem ser usados e os diferentes significados que podem tomar nesses contextos. O National Council of Teachers of Mathematics (NCTM, 2007) defende que os alunos devem ser capazes de:

> (i) compreender números, formas de representar números, relações entre números e sistemas numéricos; (ii) compreender significados de operações e como elas se relacionam umas com as outras; e (iii) calcular fluentemente e fazer estimativas razoáveis. (p.32)

Um fator muito importante a ter em conta prende-se com as tarefas e materiais que se coloca à disposição dos alunos para utilizar na aula que devem ser potenciadores de aprendizagens significativas. Assim, importa que sejam adequados aos conteúdos matemáticos e às características dos alunos a quem se destinam. particularmente, às suas formas e ritmos de aprendizagem. Não nos podemos esquecer que a aprendizagem efetiva de cada aluno resulta do seu envolvimento na atividade.

Um tema importante e potenciador para realizar tarefas de investigação com os alunos é a exploração de padrões e regularidades (por exemplo, em famílias de números, na adição, na subtração, na multiplicação ou na divisão). Estes conteúdos constituem bons contextos para investigação e, por isso, devem ser trabalhados ao longo do programa do 1.º ciclo. Por sua vez, as destrezas adquirem-se com treino e com prática, e, como tal, não podem ser desvalorizadas, pois a resolução de exercícios ajuda a consolidar ferramentas e a ganhar automatismos indispensáveis para se poder avançar no desenvolvimento do conhecimento matemático (SERRAZINA, 1999). Reconhece-se que aquilo que os alunos aprendem relaciona-se diretamente com a forma como aprendem. A compreensão da Matemática é fundamental na aprendizagem e pode ser alcançada se o aluno se envolver ativamente nas tarefas. Durante esta aprendizagem é importante valorizar as interações entre os alunos assumindo estes o papel principal.

Jesus e Serrazina (2005) consideram as tarefas investigativas como uma "experiência de aprendizagem que permite (…) considerar estratégias alternativas, discutir com o par, testar e verificar as suas ideias, e expressar as suas conclusões aos colegas e ao professor" (p. 6). É essencial para os alunos que lhes sejam colocadas questões produtivas, e que lhes sejam dadas oportunidades de formular e testar as suas conjeturas (PONTE et al, 1999). Inicialmente, os alunos consideram frustrante e desmotivador trabalhar em investigações porque nas suas experiências anteriores estão habituados a que as

recompensas lhes sejam dadas frequente e rapidamente. Nesse sentido, diversos autores apontam como essencial quando os alunos estão a realizar uma investigação, mantê-los motivados e não os deixar desistir perante o desafio.

Vários autores como Anghileri (2006), Brunheira (2000), Oliveira (1998), Ponte et al. (1999) e Segurado (2002), referem que o envolvimento dos alunos em atividades de investigação num ambiente desafiante, com um debate significativo e a exploração de pensamento e raciocínio, constitui o melhor caminho para desenvolverem o sentido de número.

A realização de uma atividade de investigação na sala de aula envolve em geral três momentos distintos: a introdução da tarefa, o desenvolvimento do trabalho e a discussão final (CANAVARRO, 2011; GUERREIRO et al., 2015). A apresentação da tarefa pode ser feita dando mais ou menos informação e pode assumir a forma escrita, oral ou mista. No 1.º ciclo esta apresentação poderá incluir uma leitura para toda a turma, acompanhada por algum comentário que o professor julgue importante ou por questões que ajudem a verificar se os alunos estão ou não a entender a atividade proposta. O professor não se pode esquecer do risco de dar demasiada informação, conduzindo os alunos num determinado sentido; por outro lado, dando pouca informação, corre o risco da tarefa não ficar suficientemente clara para os alunos, o que pode comprometer desde logo o trabalho a realizar. O trabalho em pequenos grupos permite a exploração de ideias matemáticas num ambiente em que os alunos se sentem mais à vontade para comunicar as suas ideias (MARTINHO, 2013). No entanto, é o aluno que irá definir como a aula se desenrolará, pois dependerá da sua atividade todo o processo de discussão que ocorre posteriormente. Assim sendo, a aprendizagem é vista como um processo interativo onde todos os alunos devem sentir-se confiantes, partilhar pensamentos, trocar opiniões, justificar e defender as suas ideias, assim como, é aconselhada a utilização de material manipulável sempre que o aluno sinta necessidade. A discussão final assume-se como uma etapa fundamental neste tipo de aulas de carácter construtivista viradas para a construção de uma Matemática com sentido, onde o professor assume a postura de mediador da discussão (ERNEST, 1991; GUERREIRO et al. 2015; JESUS E SERRAZINA, 2005; MARTINHO, 2013; OLIVEIRA, 1998; PONTE, 2003; STEIN & SMITH, 1998).

Metodologia

Neste estudo, a vertente selecionada na investigação qualitativa foi a da investigação-ação. Um dos aspetos fundamentais da investigação-ação, reside na reflexão, que deve ocorrer durante todo o processo (MCINTOSH, 2010). Pela dificuldade em explicitar aqui as diferentes fases do processo de investigação-ação, será apresentado apenas a aplicação de duas tarefas de investigação, que consistiam na procura de regularidades na *tabela dos 100* e numa *pirâmide*.

O estudo decorreu numa escola do 1.º ciclo do ensino básico, situada num bairro carenciado da zona de Lisboa, fazendo parte das escolas TEIP (Território Educativo de Intervenção Prioritária), numa turma do 2.º ano de escolaridade, constituída por 20 crianças, 5 rapazes e 15 raparigas, entre os 7 anos e os 11 anos. No que concerne à aprendizagem escolar, os alunos da turma, encontram-se em níveis muito diversos, o que dificulta toda a planificação e execução das tarefas propostas, mas que foi ao mesmo

tempo o ponto de partida para a formação de grupos de trabalho. A recolha de dados envolveu todos os alunos da turma, durante um período alargado de tempo.

A professora da turma foi a investigadora responsável pela recolha de dados, sendo esta dualidade de papéis um obstáculo à validade e viabilidade dos dados recolhidos quando falamos de investigação-ação. No entanto, para atenuar este obstáculo, a análise dos dados iniciais foi feita na terceira pessoa, recorrendo a gravações vídeo e áudio das aulas para criar algum distanciamento. A professora-investigadora primou numa observação honesta e no rigor do relato das informações recolhidas. Uma das estratégias utilizadas, para alcançar o rigor na descrição e recolha dos dados foi a triangulação dos dados que ajudou a reduzir os enviesamentos. Nesta investigação houve a triangulação entre os dados das entrevistas realizadas aos alunos, das observações das aulas (sujeitas a gravações vídeo e áudio) e dos registos da professora. Este artigo recorre a elementos das aulas e das produções dos alunos. As planificações, reflexões escritas antes e após a visualização do vídeo das aulas foram também uma fonte de recolha de dados importante. A *análise de dados* iniciou-se ainda durante a recolha de dados tendo tido influência na planificação de tarefas a propor posteriormente aos alunos.

Tarefa 1: regularidades na tabela do 100

Esta tarefa consistia em proporcionar aos alunos um primeiro contacto com a tabela do 100 e ao mesmo tempo despertá-los para a investigação de regularidades nessa mesma tabela, conceito para eles desconhecido, o conceito de regularidade.

No decorrer da tarefa o grupo constituído por Dorinda, Filipa, Tamara e Augusto foi o primeiro a mostrar sinais de entender o que era pedido, pois apercebem-se que ao deslocarem para baixo, dentro de qualquer coluna, andam sempre de 10 em 10. Passados alguns instantes de discussão entre eles, chamam pela professora e Dorinda visivelmente entusiasmada, explica que a coluna anda de 10 em 10. Apesar de compreenderem a regularidade, revela dificuldade em traduzi-la por escrito, como ela própria reconhece quando explica para o seu próprio grupo (Episódio A).

> *Episódio A*
> Dorinda: Se a gente fizer assim (aponta a coluna) vê 10, 20, 30, 40, … Não sei explicar.
> Tamara: 10+10 = 20; 20+10 = 30; …
> Dorinda: É isso, é sempre 10 em 10.

Na figura 1 é visível que o grupo percebeu que ao deslocar-se, dentro da mesma coluna, uma linha para baixo, o número aumenta 10 unidades, no entanto ao traduzir esta ideia para o papel sentem dificuldades e limitações ao tentarem ser precisos. O mesmo acontece quando realizam o movimento contrário (Figura 2).

ISSN 2237-258X

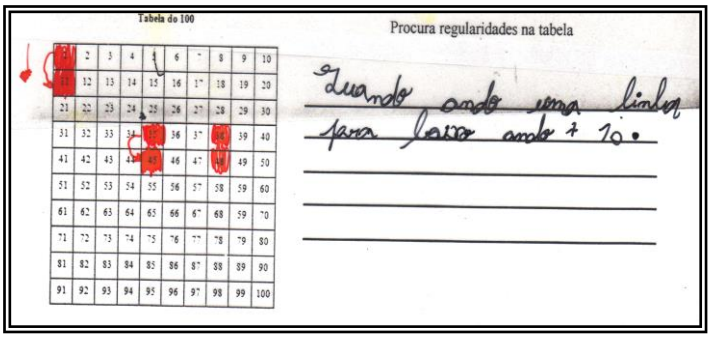

Figura 1: Regularidade descendente na coluna

Aquando da primeira apresentação, a professora aproveitou não só para que a explicação dada por cada grupo fosse compreendida por toda a turma, como também criou condições para que comparassem as diferentes formas de enunciar a mesma regularidade.

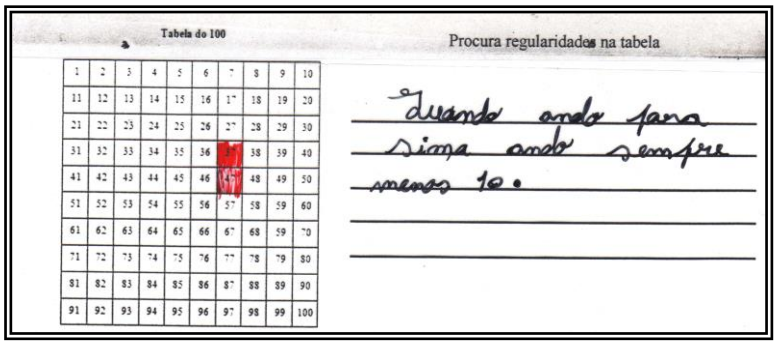

Figura 2: Regularidade ascendente na coluna

Esta relação da mesma ideia por palavras diferentes (para a esquerda/para trás/menos um) parece evidente, mas a verdade é que basta isso para que muitos dos alunos não consigam compreender, pois esta "igualdade" não é clara para todos. Foi possível constatar que alguns trocavam e diziam mais um quando era menos um e vice-versa (Figura 3).

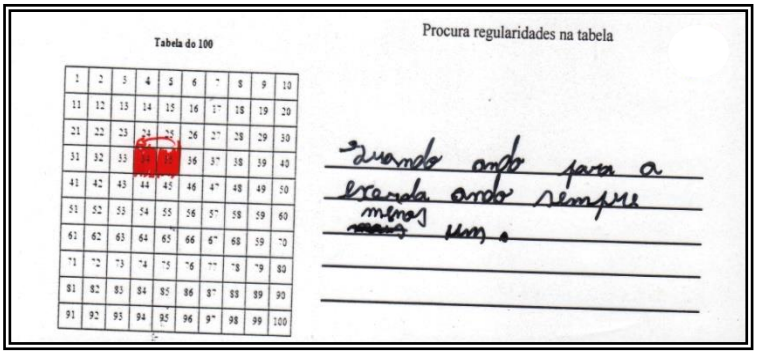

Figura 3: Regularidade na linha

Nas apresentações seguintes foi necessário acalmar os alunos, pois alguns já se mostravam irrequietos revelando falta de atenção no que se refere a ouvir os colegas.

Nesta atividade foi possível perceber que alguns alunos sentiram dificuldade em compreender "o que é isso de procurar regularidades?", aspeto considerado à partida na planificação. Por outro lado, quase todos os alunos induzidos possivelmente pela introdução da tarefa, em que a professora exemplificou a regularidade de andar para a direita ser mais um, começaram por olhar para as mudanças (de aumento e diminuição do valor) dos números e só depois para as regularidades na escrita desses mesmos números. Nota-se maiores dificuldades quando trabalham o sentido decrescente, o movimento em diagonal e quando explicam os raciocínios.

O grupo composto por Lucas, Elisa e Liana é o primeiro a encarar a regularidade na escrita trabalhando o algarismo das unidades e dezenas em separado dentro da mesma coluna (Figura 4).

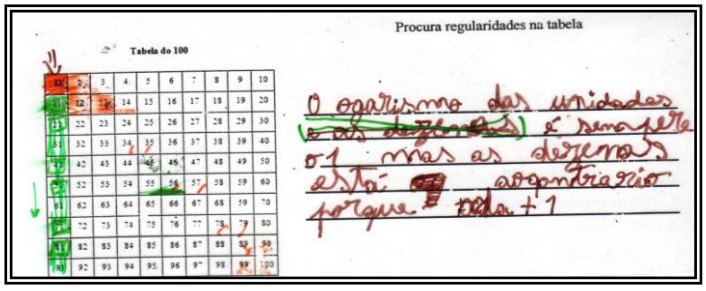

Figura 4: Exemplo de uma regularidade encontrada pelos alunos

Também aqui Lucas sente dificuldade na escrita do seu raciocínio como se pode verificar no diálogo com a professora (Episódio B) que deu origem ao resultado da escrita (Figura 4).

Episódio B
Professora: O que é que queres escrever?
Lucas: ...mas o das dezenas está ao contrário.
Professora: Ao contrário como?
Lucas: Sim.
Professora: Mas quando tu dizes que o número das dezenas está ao contrário. Está ao contrário como?
Lucas: Porque o algarismo das dezenas fica 1, 2, 3…
Professora: Então quando anda 1, 2, 3, … anda sempre mais quantos?
Lucas: Mais um.
Professora: Então podes acrescentar isso.

Uma dúvida comum a muitos alunos consiste em distinguir número de algarismo, identificar o algarismo das unidades e das dezenas, e conseguir abstrair-se da quantidade que implica o número e centrar-se só no valor relativo do algarismo, todas estas questões surgem na apresentação que visualizamos na figura 5.

ISSN 2237-258X

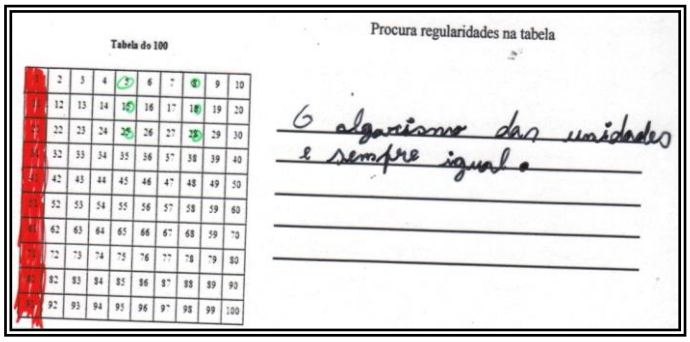

Figura 5: Regularidade encontrada exibindo uma generalização às colunas

Nesta situação chamou-se a atenção dos alunos para a generalização que este grupo fez (sempre igual) ao contrário dos outros grupos que atribuíram o valor do algarismo das unidades, sendo apenas adequado à coluna em questão e não a qualquer coluna da tabela. O mesmo procedimento, já não conseguiram adotar para as linhas, possivelmente porque lhes confundia o facto de na última coluna da linha o algarismo das dezenas ser diferente (Figura 6).

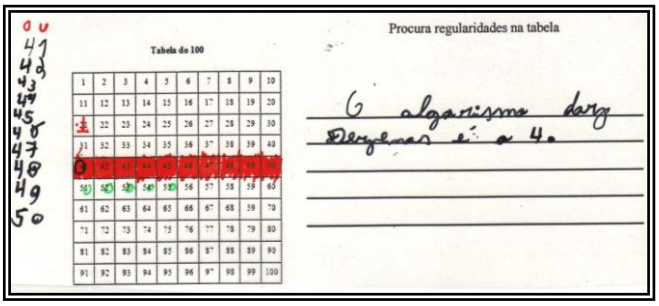

Figura 6: Tentativa de generalizar a regularidade na linha

Este processo de generalização verificado no comportamento das colunas constituiu um passo importante na discussão.

Tarefa 2: regularidades numa pirâmide

Nesta tarefa os alunos trabalharam novamente em grupos de quatro. Tinham de investigar regularidades, na pirâmide que lhes foi fornecida (Figura 7) durante a primeira parte da aula. Após a apresentação e discussão das regularidades encontradas, na segunda parte da aula, foi-lhes pedido que ampliassem a pirâmide quer para os lados quer para cima. Para realizarem esta tarefa precisaram não só de olhar mais atentamente para os números como também de elaborar cálculos mentais, utilizando principalmente a decomposição de números.

Na exploração da pirâmide, a maioria dos grupos começa a encontrar regularidades. A primeira que mencionam é que os números de baixo são sempre mais pequenos, ou seja, que os números são colocados do mais pequeno para o maior. Após alguns minutos, os alunos mais atentos mencionam que o número que está em cima obtém-se adicionando os dois números que estão imediatamente por baixo. Em certos grupos, apesar da focalização inicial por parte da professora para olharem para determinada parte da pirâmide, a

dificuldade consistiu em explicar por escrito as conclusões, como é possível verificar na figura 8.

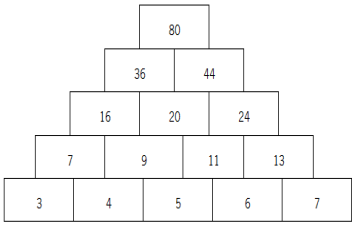

Figura 7: Pirâmide inicial

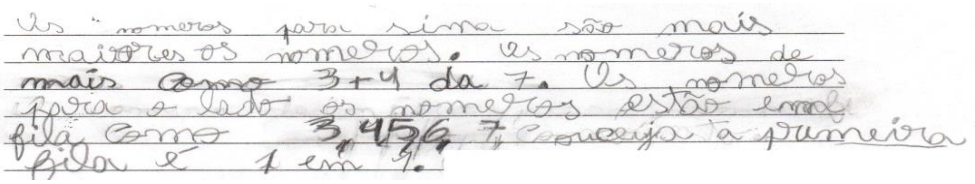

Figura 8: Escrita das regularidades encontradas na pirâmide

Neste grupo, para além da discussão do comportamento vertical, procuram iniciar também o horizontal. Os alunos exploravam já as sequências horizontais da pirâmide em cada linha (fig.9).

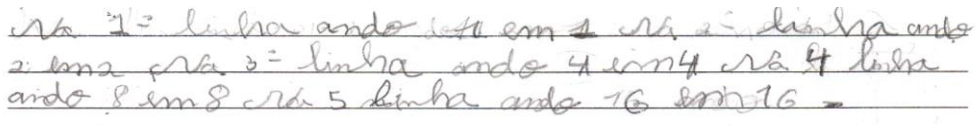

Figura 9: Regularidades na pirâmide de outro grupo

Ao contrário do que a professora previa na planificação, foram muitos os alunos que começaram por estudar as linhas e só depois é que estudaram a verticalidade. No grupo de Dorinda foram um pouco mais além, estabelecendo relações entre as próprias regularidades das linhas. Dorinda consegue visualizar que sempre que subimos um degrau na tabela este é o dobro do anterior (figura10 e episódio C).

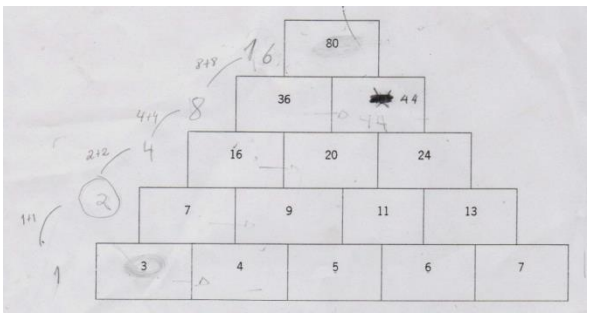

Figura 10: Esquema elaborado por um grupo

Episódio C
Dorinda: Já vimos que cada um anda de um em um, dois em dois, 3 em 3, …
Professora: Espera, disseste que este vai de 1 em 1, este de 2 em 2, e este de 3 em 3? Mas olha para lá, quanto é que vai do 16 ao 20?
Filipa: 4.
Professora: E de 20 para 24?
Filipa e Dorinda: 4
Professora: Então nesta linha andamos de quanto em quanto?
Filipa: 4 em 4.
Professora: Então vamos ver, nesta linha andamos de 1 em 1, nesta de 2 em 2, nesta de 4 em 4, e nesta?
Dorinda: (Enquanto conta com os dedos) aqui vai ser de 8 em 8.
Professora: Já descobriram que aqui é de 8 em 8. Agora vamos pensar, se quiséssemos subir na tabela de quanto seria a última? Olhem para a pirâmide e pensem.

Mais tarde na discussão com a turma, a professora procura que a mesma discussão ressurja. O grupo da Dorinda construiu a figura no quadro (Figura11) e o diálogo foi reacendido, como se pode ver no episódio D.

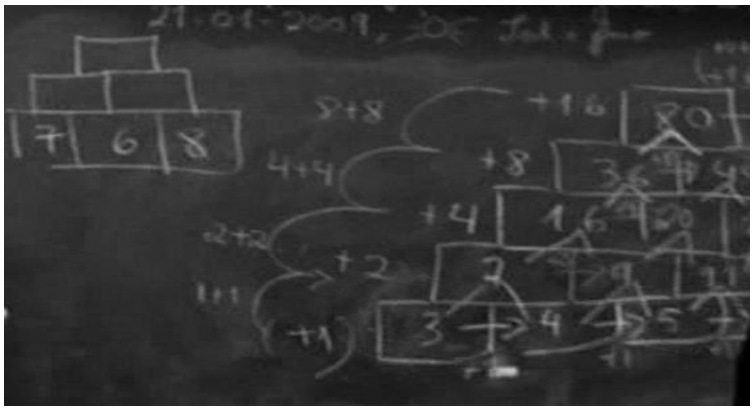

Figura 11. Explicação do grupo no quadro

Episódio D
Professora: Agora digam-me uma coisa, se quisesse descobrir quanto é que ando aqui para o lado (fez uma seta do 80 para o lado), o que me diziam?
Filipa: 16.
Professora: Escrevo 16 ou andava 16?
Filipa: Andava 16.
Professora: E porquê?
Dorinda: Porque se é 2 em 2, 4 em 4, 8 em 8, depois é 16 em 16?
Professora: Porquê? O que acontece com esses números, 1, 2, 4, 8, 16?
Filipa: É tipo contas.

> Dorinda: Para ter 2 fiz 1+1, depois fiz 2+2 e ficou 4, depois com o 4 fiz 4+4 e deu 8, e depois 8+8 deu 16 (ver esquema do grupo, na fig.10 e da discussão no quadro fig.11).
> Professora: Então se quisesse andar para cima que número punha aqui?
> Dorinda: 96.
> Vários alunos: Não! (gritam em coro)
> Dorinda: Dá porque 80+10 dá 90, ponho mais 6 e dá 96.

O grupo consegue perceber que se tivesse de andar na última linha andaria de 16 em 16, ao longo das explorações da pirâmide antes mesmo que isso lhes tivesse sido pedido.

Posteriormente, na segunda parte da aula, foi pedido aos alunos que ampliassem a pirâmide para os dois lados e para cima. Algumas dificuldades foram visíveis nesta parte da aula, mais precisamente no preenchimento das linhas do topo da pirâmide, dado que os alunos só tinham começado a trabalhar recentemente com número superiores a 100. Vejamos, a título de exemplo, a resolução de um dos grupos que revela uma grande atividade de apaga e escreve até conseguirem estar satisfeitos com a resolução (Figura 12).

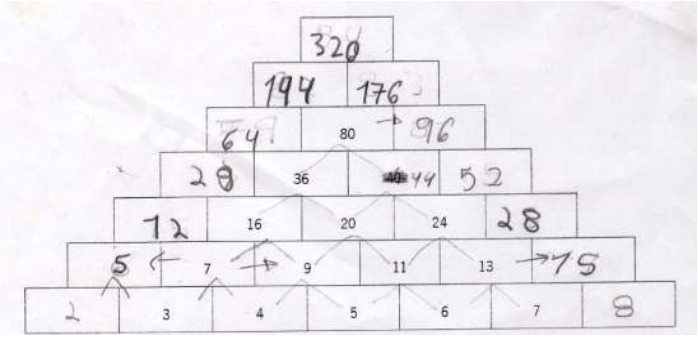

Figura 12: Preenchimento da pirâmide por um aluno

Para a exploração no quadro, optou-se não só por trabalhar com a decomposição do número efetuando também contagens de 10 em 10, por vezes recorrendo aos dedos das mãos. Para a última linha, utilizou-se o material multibásico, para os alunos visualizarem as centenas e as dezenas (Figura 13).

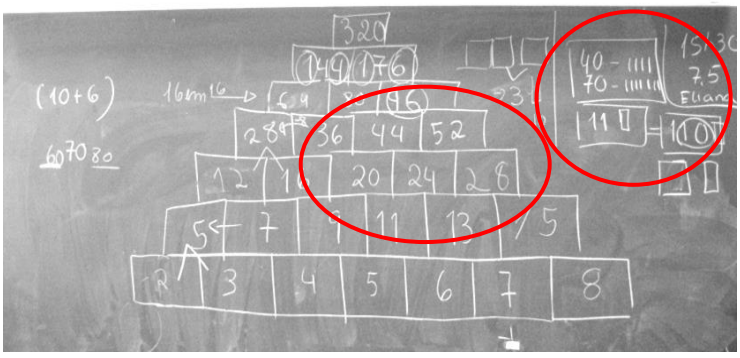

Figura 13: Imagem retirada do quadro aquando da exploração

Estes recursos foram uma preciosa ajuda na estruturação do cálculo dos alunos, facilitando num momento inicial, a decomposição e o relacionamento de quantidades. Na figura 14 é possível ver uma explicitação da forma como se trabalhou com os alunos.

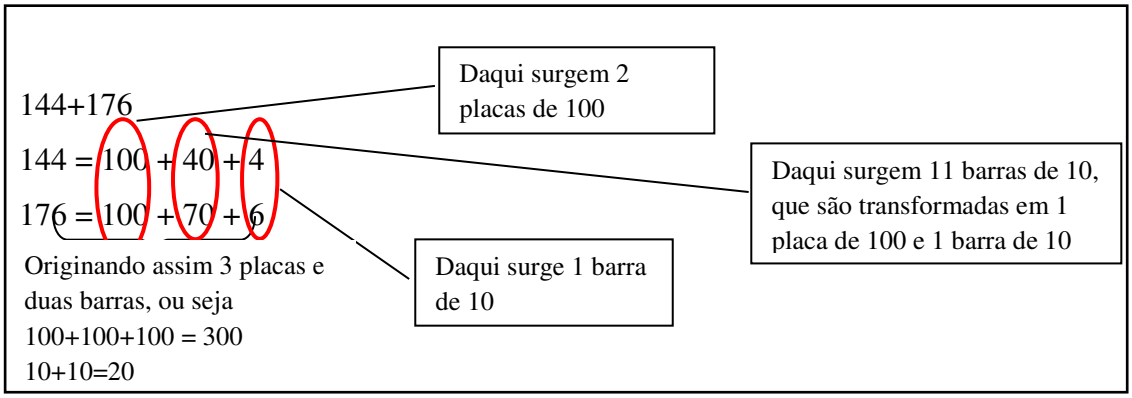

Figura 14: Exploração da adição a partir do material multibásico

Na mudança de ordem os alunos revelaram mais dificuldades. Daí que em APM (2006), é aconselhado que os alunos sejam confrontados com inúmeras atividades de mudança de ordem, para que visualizem a regularidade do nosso sistema de numeração. Este facto levou a professora a refletir que da mesma forma que os alunos sentem dificuldade na mudança da unidade passando para a dezena seguinte (69 para 79), quando trabalhamos com os números na ordem das centenas traduz-se numa mudança para a dezena seguinte. Nesta altura a professora apercebeu-se da necessidade de colmatar esta dificuldade trabalhando mais tarefas envolvendo a contagem e o cálculo com mudança de ordem para provocar também a agilidade de cálculo mental nos alunos nestas situações.

Como Gray e Tall (1994), Serrazina (2002) e Thompson (1999) referem, os alunos recorrem a estratégias de cálculo, entre as quais está a compensação dos números, elaborando composição e decomposições mais elaboradas. Como exemplo disso, temos o caso da Tamara, quando a questionei sobre 7+8, durante a tarefa das pirâmides. A aluna responde 15 porque 5+10 é 15. Demonstra nesta situação uma correta deslocação do 2 para o 8, fazendo assim uma expressão equivalente mas associada a um cálculo muito mais simples: 7+8=(7-2) +(8+2) =5+10.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

As tarefas propostas aos alunos revelaram-se importantes, não apenas pelo desafio que comportam como também pelo facto da metodologia utilizada constituir uma situação nova para os alunos. Foi evidente que a justificação dos processos de pensamento era algo a que os alunos não estavam habituados. Assim, as justificações escritas dos passos que tomavam e as generalizações revelaram-se difíceis. Os alunos revelam dificuldades na explicitação das suas descobertas, no entanto, notou-se que ao longo das tarefas esta capacidade foi melhorando. O facto dos alunos trabalharem em grupo e terem de ouvir e discutir as tarefas com os colegas contribuiu imenso para o desenvolvimento dessa capacidade e para a compreensão matemática.

Em relação à evolução sentida nos diferentes grupos de alunos caracterizados no início deste estudo, esta não foi sentida de igual forma nos diferentes alunos. Assim, Elisa por exemplo, manifestou uma evolução no sentido em que, apesar das dificuldades iniciais,

revelou nas tarefas que reconhecia números superiores a 30 e inferiores a 100, que conseguia com apoio de material de contagem efetuar cálculos que não conseguia antes. No entanto, os seus processos de raciocínio e de desenvolvimento de estratégias numéricas e de compreensão ainda se revelam muito baixo.

Os alunos Augusto, Filipa, Liana e Tamara revelaram também uma evolução positiva. No final desta sequência de tarefas, Filipa e Tamara conseguiam estabelecer com alguma facilidade estratégias de cálculo. O que não se manifestava noutros alunos como Augusto e Liana. Para estes alunos, estabelecer relações numéricas e efetuar cálculo com números acima do 20, implicava ainda um processo de contagem.

Alunos como Dorinda e Lucas foram os que mais manifestaram evolução. No entanto, foi o que partiu de um patamar também já mais elevado. Ambos são capazes de decompor números para utilizar estratégias de cálculo, chegaram mesmo a evidenciar a passagem do cálculo estruturado para o cálculo formal. Revelaram a compreensão do número em diferentes aspetos, elaboradas capacidades de contagem, bom domínio do valor de posição permitindo uma ágil decomposição dos números e, consequentemente, o cálculo mental mais expedito. A distinção e compreensão dos diversos sentidos da adição e subtração foi alcançada por estes alunos bem como a capacidade de generalização de alguns procedimentos.

Estes alunos frequentavam o 2º ano e, por isso, o trabalho com os números e as operações ainda não está completo, precisa de evoluir bastante mais até ao cálculo formal. No entanto, quanto mais tempo lhes for dado para poderem desenvolver e aperfeiçoar este tipo de conhecimentos e procedimentos de cálculo flexível, melhor será o desenvolvimento do sentido do número, o que lhes permitirá resolver diversificadas situações que surgem na vida de todos os dias.

Em suma, esta experiência contribuiu para o desenvolvimento do sentido de número nos alunos, para a compreensão e estabelecimento de relações e estratégias de cálculo que em tudo contribuem para o sentido de adição e de subtração. A vivência de tarefas variadas, pelos alunos, permitiu diversificar os saberes, desenvolvê-los e aplicá-los a diferentes contextos, alargando o sentido de número e de operação. O trabalho em grupo e a necessidade de se exprimirem quer oralmente quer por escrito exigia dos alunos um maior cuidado na linguagem. O facto das tarefas serem de investigação e abertas a diferentes abordagens, ajudou a que os alunos se entusiasmassem na procura de diferentes regularidades.

Seria pertinente estudar que repercussão tem nas aprendizagens futuras dos alunos, a ênfase no desenvolvimento de tarefas de investigação que levam a ampliar o sentido de número, estratégias de resolução mais elaboradas e de que forma, são aplicados os algoritmos.

REFERÊNCIAS

ANGHILERI, Julia. *Teaching number sense*. London: Continuum, 2006.

APM. *Desenvolvendo o sentido do número perspectivas e exigências curriculares*. Lisboa: APM, 2006.

BRUNHEIRA, Lina. *O conhecimento e as atitudes de três professores estagiários face à realização de actividades de investigação na aula de Matemática***.** (Tese de Mestrado, Universidade de Lisboa). Lisboa: APM, 2000.

CANAVARRO, Ana Paula. Ensino exploratório da Matemática: Práticas e desafios. *Educação e Matemática*, v. 115, p. 11-17, 2011.

ERNEST, Paul. *The philosophy of mathematics education*. London: Falmer, 1991.

GRAY, Eddie M.; TALL, David O. Duality, ambiguity and flexibility: A proceptual view of simple arithmetic. *Journal for Research in Mathematics Education*, v. 25, n. 2, p. 115–141, 1994.

GUERREIRO, António; TOMÁS FERREIRA, Rosa Antónia; MENEZES, Luís; MARTINHO, Maria Helena. Comunicação na sala de aula: A perspetiva do ensino exploratório da matemática. *Zetetiké*, v. 23, n. 44, p. 279-295, 2015.
JESUS, Ana Maria de, & SERRAZINA, Maria de Lurdes. Actividades de natureza investigativa nos primeiros anos de escolaridade. *Quadrante,* v. 14, n. 1, p. 3-35, 2005.

MARTINHO, Maria Helena. Comunicação nas aulas de matemática: Perspetivas de uma professora. *Educação Matemática em Foco*, v. 2, n. 1, p. 87-116, 2013.

MCINTOSH, Paul. *Action research and reflective practice: Creative and visual methods to facilitate reflection and learning*. New York: Routledge, 2010.

NCTM (2007). *Princípios e normas para a Matemática escolar*. Lisboa: APM. (Obra original em Inglês, publicado em 2000).

OLIVEIRA, Hélia (1998). *Actividades de investigação na aula de matemática: aspectos da prática dos professores*. (tese de Mestrado, Universidade de Lisboa). Lisboa: APM.
PONTE, João Pedro. Investigar, ensinar e aprender. *Actas do ProfMat 2003*. Lisboa: APM, 2003.

PONTE, João Pedro; FERREIRA, Cláudia; VARANDAS, José Manuel; BRUNHEIRA, Lina; OLIVEIRA, Hélia. *A relação professor-aluno na realização de investigações matemáticas*. Lisboa: APM, 1999.

SEGURADO, Irene. O que acontece quando os alunos realizam investigações matemáticas? In GTI (Ed.), *Reflectir e investigar sobre a prática profissional.* Lisboa: APM, 2002, p. 57-74.

SERRAZINA, Lurdes. A formação para o ensino da Matemática: Perspectivas futuras. In A Formação para o ensino da Matemática na Educação Pré-Escolar e no 1º ciclo do Ensino Básico. *Cadernos de Formação de Professores*, v. 3. Porto: Porto Editora e INAFOP, 2002, p. 9-99.

_____ Gestão flexível do currículo no 1º ciclo: Algumas reflexões. *Educação e Matemática,* v. 55, p. 39-41. Lisboa: APM, 1999.

STEIN, Mary Kay; SMITH, Margaret Schwan. Mathematical tasks as a framework for reflection. In *Mathematics Teaching in the Middle School,* v. 3, n. 4, p. 268-275, Jan. 1998.

THOMPSON, Ian. *Issues in teaching numeracy in primary schools.* Buckingham: Open University Press, 1999.

Recebido 10/08/2016

Aprovado 20/10/2016