A organização da discussão nas aulas de matemática na Prática de Ensino Supervisionada: Um estudo no 1.º ano de escolaridade

The organization of the discussion in mathematics classroom in Supervised Teaching Practice: A study in 1st Grade

La organización de la discusión en las clases de matemáticas en la Práctica Docente Supervisada: Un estudio en el primer año

Raquel Alexandra Pereira da Silva [*]

Margarida Maria Amaro Teixeira Rodrigues [**]

Resumo

Este artigo apresenta um estudo realizado no âmbito da Unidade Curricular de Prática de Ensino Supervisionada do último ano do Mestrado em Ensino do 1.º e do 2.º Ciclo. A investigação centra-se na fase de discussão das aulas de ensino exploratório da matemática, e teve como objetivo analisar o modo mais proveitoso de selecionar e sequenciar as apresentações dos alunos e conhecer o impacto desta fase no desenvolvimento da capacidade de resolução de problemas dos alunos. O artigo foca-se na análise da forma como a professora estagiária selecionou e sequenciou as resoluções dos alunos de uma tarefa envolvendo a subtração com o suporte da reta numérica. Foi adotada uma metodologia de natureza qualitativa, tendo sido usadas a observação participante e a análise documental como técnicas de recolha de dados. A investigação permitiu concluir que (i) as discussões no ensino exploratório da matemática foram cuidadosa e intencionalmente orientadas pela professora estagiária, a qual selecionou as resoluções que permitissem esclarecer ideias matemáticas importantes e sequenciou-as de modo a permitir que todos compreendessem o que era discutido, e (ii) essa fase conduziu à sistematização das ideias, conceitos ou procedimentos visados nos objetivos da aula. Por sua vez, os alunos foram levados a esclarecer continuamente os seus conhecimentos intuitivos e a contribuir para a clarificação das ideias dos pares, refletindo.

PALAVRAS-CHAVE: Ensino exploratório da matemática. Discussão matemática. Subtração na reta numérica.

Abstract

This article presents a study carried out under the Supervised Teaching Practice of the last year of the Master in Teaching in the 1st and 2nd Cycles of Basic Education. The research focuses on the discussion phase of the exploratory teaching classes in mathematics, and aimed to analyze the most profitable way to select and sequence the students' presentations and know the impact of this phase in the development of students' problem-solving ability. The article focuses on the analysis of how the trainee teacher selected and sequenced the

[*] Mestre em Ensino do 1.º e do 2.º Ciclo do Ensino Básico, pela Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Lisboa. E-mail: p.raquel_silva@outlook.pt.

[**] Doutora em Educação, especialidade de Didáctica da Matemática, pela Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa. Professora Coordenadora da Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Lisboa. E-mail: margaridar@eselx.ipl.pt.

resolutions of students in a task involving subtraction with the number line support. It was adopted a qualitative methodology and the data collection techniques were participant observation and document analysis. We concluded that (i) the discussions in exploratory teaching mathematics were carefully and deliberately targeted by the trainee teacher, which selected the resolutions to clarify important mathematical ideas and sequenced them in order to allow everyone understand what was discussed and (ii) this phase led to the systematization of ideas, concepts or procedures referred to in the lesson objectives. In turn, the students were taken to continually clarify their intuitive knowledge and to contribute to the clarification of ideas of their classmates, reflecting.

KEYWORDS: Mathematics history. History in comics. Curriculum Theories.

Resumen

En este artículo se presenta un estudio llevado a cabo en el curso de la práctica docente supervisada del último año de la Maestría en Enseñanza 1 y 2 ciclo. La investigación se centra en la fase de discusión de las clases de enseñanza exploratorias en las matemáticas, y tuvo como objetivo analizar la forma más rentable para seleccionar y secuenciar las presentaciones de los estudiantes y conocer el impacto de esta fase en el desarrollo de la capacidad de resolución de problemas de los estudiantes. El artículo se centra en el análisis de la forma en que el profesor en formación seleccionado y secuenciado las resoluciones de los estudiantes en una tarea que implica la resta con el apoyo de la línea numérica. Fue utilizada una metodología cualitativa y las técnicas de recolección de datos fueron la observación participante y análisis de documentos. Concluimos que (i) las discusiones en la enseñanza exploratoria de matemáticas fueron cuidadosa y deliberadamente dirigidos por el profesor en formación, que seleccionado las resoluciones lo que permitió aclarar importantes ideas matemáticas y les secuenció con el fin de permitir que cada uno entiende lo que se discutió y (ii) esta fase llevó a la sistematización de ideas, conceptos o procedimientos contemplados en los objetivos de la lección. A su vez, se tomaron los estudiantes para aclarar continuamente su conocimiento intuitivo y contribuir a la clarificación de los pares de las ideas, lo que refleja.

PALABRAS CLAVE: Educación matemática exploratoria. Discusión matemática. Resta en la línea numérica.

INTRODUÇÃO

A investigação inseriu-se na Unidade Curricular de Prática de Ensino Supervisionada do segundo ano do Mestrado em Ensino do 1.º e do 2.º Ciclo do Ensino Básico. Esta Unidade Curricular consistia na prática pedagógica, por um par de professoras estagiárias, no seio de uma turma do 1.º Ciclo do Ensino Básico com a supervisão de professores da Escola Superior de Educação de Lisboa e a orientação da professora titular da turma na qual tinha lugar o estágio. Ao longo do estágio, todas as atividades foram dinamizadas individualmente, isto é, apenas por uma das estagiárias, mas o par de professoras estagiárias trabalhou sempre em parceria. Deste modo, foram contempladas na investigação todas as atividades realizadas no

âmbito da matemática, uma vez que todas foram organizadas de acordo com a metodologia de ensino exploratório da matemática.

A abordagem exploratória fundamenta-se na conceção de que os alunos constroem o seu conhecimento matemático com base nos seus conhecimentos intuitivos desenvolvidos através de atividades desafiantes que são discutidas com colegas e professor (cf. BISHOP & GOFFREE, 1986; NCTM, 2008; PONTE, 2010). De forma a favorecer a aplicação de conhecimentos prévios dos alunos e a reflexão sobre estes mesmos conhecimentos, o professor deve planear cuidadosamente as atividades, escolhendo com intencionalidade as tarefas a propor e o modo como vai promover e organizar a partilha e discussão das ideias matemáticas dos alunos (CANAVARRO, 2011; PONTE, 2005; STEIN, ENGLE, SMITH & HUGHES, 2008).

Assim, é possível distinguir quatro fases nas aulas de ensino exploratório da matemática: (i) introdução da tarefa; (ii) realização da tarefa (geralmente em grupo); (iii) discussão, em que alguns alunos apresentam os seus resultados da realização da tarefa, explicando e argumentando, após seleção e sequenciação pelo professor das resoluções efetuadas; e (iv) sistematização das aprendizagens pelo professor com a contribuição dos alunos (CANAVARRO, 2011; CANAVARRO, OLIVEIRA e MENEZES, 2012; OLIVEIRA, MENEZES e CANAVARRO, 2013).

Tendo em consideração a importância que o diálogo, quer entre pares, quer com o professor, tem no âmbito do ensino exploratório da matemática, considerou-se pertinente investigar os benefícios da fase da discussão do ensino exploratório no desenvolvimento da capacidade de resolução de problemas dos estudantes e ainda a relevância da estruturação desta fase pelo professor.

Assim, a investigação foi desencadeada pelo problema *De que forma as discussões matemáticas, devidamente estruturadas, influenciam as capacidades matemáticas dos alunos?*, visando "conhecimento . . . directamente aplicável na prática pedagógica" (SOUSA, 2005, p. 30). Para estudar este problema, definiu-se como objetivo da investigação *Compreender como se organizam as discussões, no âmbito do ensino exploratório da matemática, e qual o seu impacto na capacidade de resolução de problemas dos alunos*. Para concretizar este objetivo, foram definidas duas questões: (1) *Como são selecionadas e sequenciadas as apresentações dos alunos?*, e (2) *Que influência têm as discussões no desenvolvimento da capacidade de resolução de problemas dos alunos*? O artigo foca a primeira questão através da análise de uma tarefa envolvendo a subtração na reta numérica.

Ensino exploratório da matemática

A abordagem do ensino exploratório da Matemática fundamenta-se na conceção de que a Matemática é uma atividade enquanto conhecimento em construção e não um conhecimento acumulado aditivamente como se fosse um corpo inerte e acabado de saber (cf. PONTE, 2010). Assim, dá-se maior relevo à exploração e investigação de situações como potenciadoras da construção de conhecimento matemático (PONTE, 2010), pressupondo que aprender matemática é sobretudo fazer matemática (NCTM, 2008).

Partindo do princípio que a aprendizagem se realiza a partir da atividade desenvolvida pelos alunos e da reflexão sobre essa atividade (BISHOP & GOFFREE, 1986), o ensino exploratório da matemática baseia-se na evidência de que os alunos aprendem a partir da resolução de tarefas desafiantes que fazem emergir, de forma significativa, as ideias, os conceitos e procedimentos matemáticos, os quais são depois discutidos, clarificados e sistematizados coletivamente (CANAVARRO, 2011; PONTE, 2005; STEIN, ENGLE, SMITH & HUGHES, 2008). Simultaneamente, ao realizar as tarefas, os alunos desenvolvem capacidades matemáticas como a resolução de problemas, uma vez que não dispõem, à partida, de um método de resolução dessas tarefas, e também o raciocínio matemático e a comunicação matemática (cf. CANAVARRO, 2011; STEIN & SMITH, 1998). Assim, os alunos interpretam a situação e adotam estratégias que lhes permitem chegar à resposta enquanto constroem ou aprofundam ideias matemáticas (PONTE, 2010).

Numa abordagem exploratória, os tipos de questões formuladas pelo professor que surgem tendencialmente na aula são de focalização e de inquirição. As perguntas de focalização têm como propósito ajudar o aluno a organizar o seu raciocínio, orientando-o sem lhe fornecer a resposta (ANGHILERI, 2006; PONTE & SERRAZINA, 2000). Por seu lado, as perguntas de inquirição visam compreender o raciocínio dos alunos ou conhecer o seu ponto de vista, isto é, têm como objetivo obter uma informação desconhecida (PONTE & SERRAZINA, 2000).

De acordo com diversos autores (CANAVARRO, 2011; CANAVARRO, OLIVEIRA & MENEZES, 2012; OLIVEIRA et al., 2013), as aulas de ensino exploratório são estruturadas em quatro fases, sendo estas a i) Introdução da tarefa, ii) Realização da tarefa, iii) Discussão da tarefa, e iv) Sistematização das aprendizagens. Importa referir que, em todas as fases da aula, as ações do professor têm essencialmente duas intenções: (1) promover as aprendizagens matemáticas e (2) gerir o funcionamento da aula e o grupo de alunos (OLIVEIRA et al., 2013).

Na primeira fase, na qual tem lugar a leitura e interpretação do enunciado da tarefa, o professor deve ser claro para garantir que os discentes se apropriam da tarefa, compreendendo o

que é pedido e de que meios dispõem para realizar o trabalho (CANAVARRO, 2011; CANAVARRO et al., 2012; OLIVEIRA et al., 2013; PONTE, 2005, 2010). Para este fim, é importante dar exemplos e colocar questões de focalização e de inquirição que permitam auxiliar e verificar a apropriação da tarefa (CANAVARRO, 2011; CANAVARRO et al., 2012), assim como negociar significados (PONTE, 2010), levando os alunos a interpretar o enunciado, sem reduzir o seu nível cognitivo ou uniformizar as suas estratégias (ANGHILERI, 2006; PONTE, QUARESMA e BRANCO, 2012; STEIN & SMITH, 1998).

Para além disso, o docente deve assegurar que os alunos se sintam desafiados e, por conseguinte, motivados para realizar a tarefa (CANAVARRO, 2011; OLIVEIRA et al., 2013; PONTE et al., 2012; RONIS, 2008). No plano da gestão da aula, o professor deve informar os alunos de como vai decorrer a sessão, dos tempos e modos de trabalho, bem como organizar o espaço e materiais do modo que lhe parecer mais proveitoso para alcançar os seus propósitos (ANGHILERI, 2006; CANAVARRO, 2011; SILVESTRE & PONTE, 2012).

Na fase de realização da tarefa, os alunos trabalham autonomamente, geralmente em grupos ou a pares, devendo discutir e partilhar ideias para chegar a um consenso, e ainda registar os seus procedimentos e conclusões (PONTE, 2010; SILVESTRE & PONTE, 2012). O professor deve certificar-se de que todos os alunos estão a participar de forma produtiva na tarefa e, progressivamente, interagir com eles, colocando questões de inquirição e de focalização que lhes possibilitem rever ou aprofundar os seus pensamentos e ideias (CANAVARRO, 2011; CANAVARRO et al., 2012; OLIVEIRA et al., 2013). Também neste momento é essencial que o professor mantenha a exigência cognitiva da tarefa (STEIN & SMITH, 1998), recorrendo ao questionamento ao invés de validar os raciocínios e conclusões dos alunos, sob pena de anular os benefícios da tarefa para a aprendizagem dos estudantes (ANGHILERI, 2006; CANAVARRO et al., 2012; OLIVEIRA et al., 2013; PONTE, 2010). Simultaneamente, deve averiguar se todos os grupos estão a efetuar registos que apoiem a sua apresentação (CANAVARRO, 2011; CANAVARRO et al., 2012; OLIVEIRA et al., 2013; STEIN et al., 2008).

Na fase de discussão da tarefa, o principal objetivo é comparar e confrontar estratégias e ideias matemáticas dos alunos (CANAVARRO, 2011; CANAVARRO et al., 2012; PONTE, 2010). Este trabalho decorre em grande grupo, de forma a favorecer a discussão das resoluções (selecionadas e sequenciadas previamente pelo professor de acordo com a sua ordem de complexidade, o tipo de representação usada ou a proximidade à ideia/procedimento a sistematizar, por exemplo) (CANAVARRO, 2011; CANAVARRO et al., 2012; OLIVEIRA et al., 2013).

O professor desempenha um importante papel nesta discussão, ainda que não seja o protagonista, gerindo as intervenções dos alunos e promovendo a sua qualidade matemática (cf.

CANAVARRO et al., 2012). Deve ainda incentivar a discussão acerca da eficácia matemática das estratégias usadas, com base na sua comparação e através da inquirição de todos os alunos (cf. OLIVEIRA et al., 2013). Deste modo, o docente tem de orientar a turma para que emerjam e sejam clarificadas as ideias matemáticas subjacentes à tarefa (cf. ANGHILERI, 2006; NATHAN & KNUTH, 2003; OLIVEIRA et al., 2013). De acordo com PONTE, MATA-PEREIRA e QUARESMA (2013), o professor pode fazer quatro ações distintas relacionadas com os tópicos e processos matemáticos, durante a discussão coletiva, em situações diversas: (i) convidar, (ii) apoiar ou guiar, (iii) informar ou sugerir, e (iv) desafiar. Convidar é a ação em que o professor proporciona o envolvimento inicial dos alunos numa parte da discussão. Quando apoia ou guia os alunos, o professor promove a continuação da sua participação, através do questionamento ou de outro tipo de intervenção. Na ação de informar ou sugerir, o professor fornece informações ou argumentos, podendo incluir a validação das respostas dos alunos. Em desafiar, o professor incentiva os alunos a serem eles os protagonistas da argumentação ou da validação de resultados matemáticos. Relativamente às ações relacionadas com a gestão da situação de aprendizagem, é importante que o professor regule as relações entre os alunos, e garanta a existência de um ambiente positivo e de verdadeiro interesse na discussão, procurando que todos os alunos participem (OLIVEIRA et al., 2013).

Por último, a fase de sistematização das aprendizagens matemáticas corresponde ao momento de institucionalização da(s) aprendizagem(ns) matemática(s) visada(s) pelo professor, pelo que depende muito do trabalho desenvolvido na realização da tarefa e na discussão (CANAVARRO, 2011; CANAVARRO et al., 2012; PONTE, 2010). Assim sendo, constitui uma "importante oportunidade de aprendizagem matemática para todos os alunos em sala de aula" (CANAVARRO et al., 2012, p. 261). Atendendo ao propósito desta fase da aula, é possível concluir que o ensino exploratório se adequa tanto ao desenvolvimento das capacidades matemáticas, como à aprendizagem significativa de conceitos e procedimentos novos (CANAVARRO, 2011; STEIN et al., 2008). É na fase de sistematização que o professor assume um papel mais diretivo para clarificar e institucionalizar as principais aprendizagens decorrentes do trabalho desenvolvido e estabelecer conexões com conhecimentos e procedimentos já estudados (CANAVARRO, 2011; CANAVARRO et al., 2012; OLIVEIRA et al., 2013).

Tendo em conta a complexidade do ensino exploratório, designadamente no que toca à orquestração das discussões (cf. NATHAN & KNUTH, 2003), STEIN et al. (2008) apontam cinco práticas para uma boa preparação e condução da aula: *antecipar*, *monitorizar*, *selecionar*, *sequenciar* e *estabelecer conexões*.

Antecipar é uma prática essencial, anterior à aula (CANAVARRO, 2011; OLIVEIRA et al., 2013), presente na planificação da mesma. O professor deve explorar e conhecer bem a tarefa para prever as estratégias corretas e incorretas que os alunos podem utilizar (CANAVARRO, 2011; STEIN et al., 2008). Com base nessa previsão, pode preparar um sistema para tomar notas das resoluções dos grupos e um conjunto de questões que pode colocar aos alunos no acompanhamento do trabalho autónomo, bem como tomar decisões quanto à melhor sequência para as apresentações (CANAVARRO, 2011).

Monitorizar beneficia da antecipação efetuada, ocorrendo na realização da tarefa. O docente deve analisar e tomar nota das ideias e resoluções dos discentes, para preparar a discussão. Deve, ainda, enquanto circula pela sala, promover o desenvolvimento, ou mesmo o surgimento de ideias matemáticas dos alunos (CANAVARRO, 2011; STEIN et al., 2008).

A partir da monitorização, o docente *seleciona* as resoluções que têm mais pertinência para a discussão, com base nos objetivos da aula e no trabalho desenvolvido pelos alunos (CANAVARRO, 2011; STEIN et al., 2008). A seleção exige que se conheçam as resoluções e argumentações dos alunos e, podendo privilegiar diversos aspetos, deve ter em conta a necessidade de envolver todos os estudantes e de promover a clarificação de ideias matemáticas, através da discussão (cf. CANAVARRO, 2011; STEIN et al., 2008). Assim sendo, as resoluções escolhidas devem ser passíveis de serem entendidas pela generalidade da turma. Por outro lado, devem colocar questões aos alunos que não as utilizaram ou permitir a colocação de questões que causem reflexão e discussão (cf. CANAVARRO, 2011; STEIN et al., 2008).

Quase em simultâneo, o docente estabelece a *sequência* das apresentações, para assegurar uma discussão rica e conducente ao desenvolvimento do conhecimento e capacidades matemáticos dos alunos (cf. CANAVARRO, 2011; CENGIZ et al., 2011; STEIN et al., 2008). A sequência estabelecida deve favorecer a compreensão, pelos discentes, da sistematização (cf. CANAVARRO, 2011). Neste sentido, será proveitoso que o professor parta de resoluções menos potentes ou complexas para, progressivamente, esclarecer as ideias matemáticas dos alunos (cf. STEIN et al., 2008). Além disso, podem ser particularmente interessantes as discussões em que a sequência faz surgir questões que permitam clarificar progressivamente as ideias matemáticas visadas, possibilitando que a discussão não se esgote numa explicação.

Por fim, o *estabelecimento de conexões* entre as ideias matemáticas e estratégias dos alunos e entre estas e outras ideias e conteúdos matemáticos emerge da seleção e sequência efetuadas e é condicionado pelo propósito matemático da aula, possibilitando o enriquecimento do trabalho realizado e o apoio da compreensão matemática (CANAVARRO, 2011; STEIN et al., 2008).

Metodologia

Revelou-se pertinente utilizar uma metodologia qualitativa, centrada "na compreensão dos problemas, analisando os comportamentos" dos alunos (SOUSA & BAPTISTA, 2011, p. 56) bem como a própria prática da professora estagiária, primeira autora deste artigo, e enquadrada num paradigma interpretativo (ERICKSON, 1986). Através desta metodologia, procurou compreender-se os sujeitos de investigação – os alunos e a própria professora estagiária (realizando o papel de investigadora em simultâneo) – atribuindo significado aos acontecimentos (BOGDAN & BIKLEN, 1994; DENZIN & LINCOLN, 1994; FIRESTONE, 1987; MERRIAM, 1991; SOUSA & BAPTISTA, 2011). De acordo com ERICKSON (1986), a investigação interpretativa é especialmente adequada ao estudo de fenómenos educativos, nomeadamente em contexto de sala de aula, ao permitir aceder à natureza e ao conteúdo das perspetivas e dos significados do professor e dos alunos como intrínsecos ao processo educacional.

A amostra é constituída por 23 alunos, com idades compreendidas entre os seis e os sete anos, dos quais dez são do sexo feminino e treze são do sexo masculino. Fazem parte desta amostra todos os alunos da turma do 1.º ano. A escola na qual se inseriam os alunos integra a rede de ensino público e situa-se em Lisboa.

A recolha de dados teve lugar no decorrer da Prática de Ensino Supervisionada, no ano letivo de 2013-14, cujo período de intervenção (de 21 de abril a 30 de maio) correspondeu a seis semanas de prática pedagógica, durante as quais decorreu igualmente a investigação. Foram usadas as seguintes técnicas de recolha de dados: observação participante e análise documental (SOUSA & BAPTISTA, 2011).

Na observação participante, o investigador assume um papel de participante nas atividades dos elementos da comunidade alvo da observação. Sendo uma técnica adequada à compreensão das perspetivas das pessoas envolvidas na situação a observar (ERICKSON, 1986), a observação participante permite obter mais informação acerca dos eventos sociais do que qualquer outro método (PATTON, 2002). Dado o duplo papel de investigadora e professora estagiária, a observação participante foi a técnica de recolha de dados mais usada. Tendo sido favorecida pelo diálogo entre alunos e professora estagiária, permitiu dar conta dos comportamentos dos discentes, "no seu contexto próprio e sem alterar a sua espontaneidade" (SOUSA, 2005, p. 109), e recolher informação relativamente aos seus conhecimentos, competências e capacidades. Foram elaboradas notas de campo que consistiram no registo das intervenções dos alunos e da professora estagiária que estivesse a dinamizar as atividades (quer fosse ou não a investigadora). Assim, não

constituem transcrições exatas do discurso dos participantes, mas sim reproduções do conteúdo semântico das intervenções dos mesmos.

A análise documental, a qual consiste na observação de documentos e atribuição de sentido às informações retiradas dos mesmos, incidiu nas produções dos alunos, com vista a complementar os dados obtidos através das observações.

Por fim, foi necessário rever, organizar e selecionar os dados obtidos, tendo sido analisados com o objetivo de encontrar padrões que permitissem tirar conclusões relativamente aos objetivos da investigação. O processo de análise de dados constitui um processo complexo caracterizado pelo movimento contínuo e interativo entre a descrição e a interpretação (MERRIAM, 1991). Foram usadas as seguintes categorias analíticas no que diz respeito ao foco do presente artigo: critérios de seleção das apresentações, critérios de sequenciação das apresentações, contribuição dos alunos para a discussão matemática, ideias matemáticas envolvidas na discussão.

É de referir que se procurou manter, durante todo o processo em análise, uma conduta ética adequada à situação (cf. ANDERSON, 1990; SOUSA, 2005; SOUSA & BAPTISTA, 2011). Neste contexto, importa salientar que o processo de aprendizagem dos alunos não foi colocado em causa. As técnicas de recolha de dados incidiram sobre as experiências e produções dos alunos no decurso normal das aulas. Para além disso, os dados pessoais dos discentes não foram usados para os identificar, e os seus nomes foram substituídos por letras, mantendo a confidencialidade e o anonimato (ANDERSON, 1990).

Resultados

Logo na primeira aula, propôs-se uma tarefa que desencadeou inúmeras dificuldades para os alunos, tanto nos aspetos matemáticos, como na organização do trabalho. Os alunos não foram capazes de interpretar o enunciado, e a introdução da tarefa também se revelou insuficiente, pois, embora longa, não estabeleceu uma base que permitisse aos alunos mobilizar conhecimentos prévios e encarar o problema com confiança (RONIS, 2008). Na realização da tarefa, os estudantes mostraram dificuldades em refletir acerca do problema, e ainda em trabalhar com o par. A maioria dos pares não era capaz de explicar a sua resolução, o que condicionou grandemente a discussão e, por conseguinte, o sucesso da atividade.

Deste modo, procedeu-se a ajustes nas tarefas seguintes para que os alunos pudessem habituar-se à nova metodologia. As duas tarefas subsequentes foram dinamizadas, ora em grande grupo, ora individualmente, para ajudar os alunos a pensar sobre as suas ideias e tentar explicá-

las, para dar a conhecer à turma que a discussão era proveitosa e que o ambiente era seguro, e ainda para promover o desenvolvimento das ideias matemáticas dos alunos.

Simultaneamente, adequou-se a fase de introdução das tarefas às dificuldades manifestadas pela turma, acrescentando exemplificações e registos no quadro, de modo a facilitar a apropriação e adesão à tarefa, mas evitando reduzir o nível cognitivo da tarefa (ANGHILERI, 2006). Procurou-se, assim, criar as condições necessárias para que os alunos conseguissem trabalhar, colocando em prática estratégias que fizessem sentido para eles, as quais seriam, depois, discutidas.

Posteriormente, foi proposta aos alunos a tarefa apresentada na Figura 1, cuja planificação (excerto) surge no Apêndice 1. Esta tarefa estava definida num contexto meramente matemático, que consistia em fazer cálculos utilizando a reta numérica. Por iniciativa própria, os alunos raramente recorriam à reta numérica e, quando o faziam, marcavam todos os números, começando nos números zero ou um. Por esse motivo, esta proposta constituiu um problema para os estudantes, visto que não estavam familiarizados com o uso da reta numérica (cf. PONTE, 2005). Escolhemos esta tarefa para analisar as ações da professora estagiária relativamente à seleção e sequenciação das apresentações.

Aquando da antecipação da tarefa, considerou-se que, dadas as dificuldades anteriormente demonstradas pelos alunos, a diversidade de estratégias seria reduzida. Durante a realização da tarefa, procurou incentivar-se os discentes a escolher um processo que não exigisse a marcação de todos os números, de forma a estruturar o cálculo assim como as operações, potenciando o cálculo mental e a compreensão do sentido do número e das operações. Neste sentido, colocaram-se questões de focalização, de modo a levá-los a pensar sobre o problema. Desse modo, acabaram por surgir resoluções diferentes das previstas na planificação, conforme se pode observar pela grelha de registo usada na monitorização da tarefa – Apêndice 2 –, as quais potenciaram a discussão que seguiu, assim, um rumo diferente daquele que havia sido planeado. É de notar que a ordem das "estratégias/produções esperadas" apresentada na planificação pretendia já ser uma base de apoio para as decisões a tomar relativamente à seleção e sequenciação a efetuar na aula.

Selecionaram-se, então, quatro alunos para apresentar, tendo em conta a interpretação diferente que fizeram do problema e porque se considerou que as suas apresentações permitiriam institucionalizar aprendizagens importantes relativamente à reta numérica e, portanto, ao cálculo, bem como relembrar a relação entre adição e subtração. A sequência estabelecida teve por base, por um lado, relembrar a relação entre adição e subtração e, por outro, incentivar os alunos a compreenderem melhor o significado da subtração. Para além disso, pretendia explicitar-se, na sistematização, duas estratégias de cálculo, na reta numérica.

Assim sendo, estabeleceu-se que a discussão se iniciaria por duas resoluções em que o resultado se obteve pela distância na reta entre o aditivo e o subtrativo e culminaria com duas resoluções em que o subtrativo foi retirado, na reta, ao aditivo. Cada um destes tipos de resoluções foi ordenado de acordo com um grau crescente de familiaridade para os alunos, isto é, nas primeiras duas começou-se por aquela em que se andou "para trás" por ser o procedimento que, em geral, os alunos associavam à subtração, seguindo-se uma em que se andou "para a frente". Já nas duas últimas, foi apresentada em primeiro lugar aquela em que os "saltos" na reta foram num único sentido, ficando para último aquela em que foram efetuados movimentos em dois sentidos.

Considerando apenas a operação "25 – 8", começou por apresentar um aluno que "saltou" do 25 para o 8 (Figura 1).

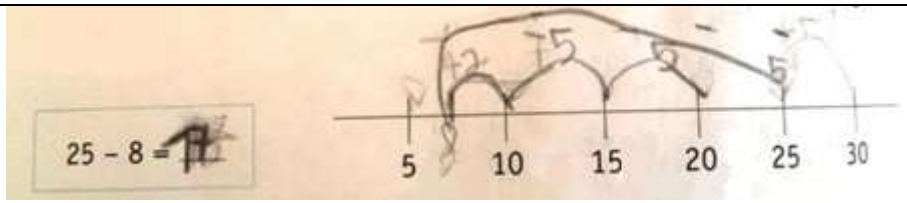

Figura 1 – Primeira resolução apresentada no dia 16 de maio.

Este aluno efetuou "saltos" para trás de 5 em 5 na reta numérica, partindo do número 25 e assumindo o sentido regressivo associado à subtração. Apoiou-se nos números marcados no enunciado, e depois adicionou o total dos saltos efetuados para determinar a diferença entre 25 e 8.

Os colegas afirmaram que a estratégia fazia sentido, embora ninguém tenha feito perguntas ou tentado clarificar. De seguida, apresentou um aluno que "saltou" do 8 para o 25 (Figura 2), tendo "saltado" primeiro para o 10 e depois de 5 em 5, aproveitando os números marcados na reta.

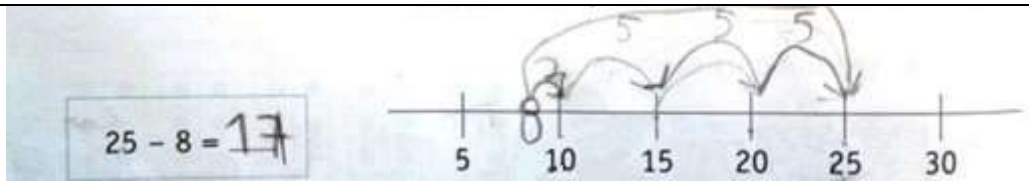

Figura 2 – Segunda resolução apresentada no dia 16 de maio.

Segue-se o extrato deste segmento da discussão:

Ga: Não pode andar para a frente… É de menos!
MF: Eu afinal não percebo! Se é 25 menos 8, porque é que eles andam entre o 25 e o 8?
Prof.: Expliquem como é que pensaram.
H: Então é 25 – 8, então é o 8 e o 25…
Prof.: Mas os teus colegas estão a perguntar porque é que é assim… Eles não fizeram assim, tens de tentar explicar melhor.
H: Então,… é o espaço entre o 25 e o 8…
Prof.: E quanto a ter de se andar para trás?
An: É igual.
X: Tanto faz para a frente ou para trás, tem de ser é 25 e 8. (16-05-2014 – Notas de campo)

Neste momento, vários alunos colocaram em causa ambas as estratégias, essencialmente por a subtração ter sido modelada pela distância na reta entre aditivo e subtrativo. Questionaram também o facto de na segunda resolução se ter partido do número menor avançando até ao maior pois até esta aula, a grande maioria dos alunos associava a subtração a "andar para trás" na reta, e a adição a "andar para a frente". Estas duas resoluções tinham por base o foco na diferença entre dois números, isto é, os alunos "mediram" a distância que separa os dois números em causa. Assim, foram marcados na reta os números envolvidos na subtração e a diferença entre eles foi determinada pela soma dos saltos para trás ou para a frente.

Foi, depois, apresentada e explicada mais uma resolução, em que, a partir do número 25, se "saltava", para trás, 5 e depois 3 (Figura 3).

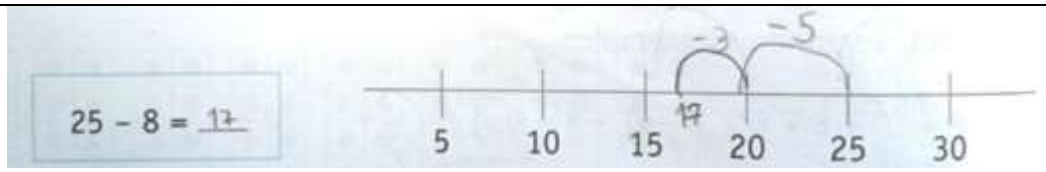

Figura 3 – Terceira resolução apresentada no dia 16 de maio.

Alguns alunos disseram que fazia mais sentido, porque se "saltava" 8 para trás a partir do 25. Este comentário decorre do sentido comum da subtração associado a retirar. Assim, com o suporte da reta, os saltos para trás de 5 e 3 correspondem a retirar 8 de 25. Então, a discussão direcionou-se para a razão pela qual se obtinha o mesmo resultado.

H: Eu acho que tem a ver com o 8 e o 25…
Lu: Sim, é que 25 – 8 é 17…
X: Sim, 25 – 8 é 17…
MF: Mas as outras não parecia bem 25 – 8… É isso é que confunde…
An: Esperem! E 17 + 8 é 25!
R: 25 – 8 é 17 e 25 – 17 é 8. Por isso é que também 8 + 17 é 25.
Lu: Dá para "dividir" o 25 em 8 + 17. (16-05-2014 – Notas de campo (com supressões)

Saliente-se, neste momento da discussão, o modo como os alunos, apoiados pelas intervenções dos pares, conseguiram explicitar a relação entre adição e subtração, aprofundando a compreensão acerca dos números envolvidos através do estabelecimento de diversas relações.

Finalmente, apresentou uma aluna que "saltou" 10 para trás a partir do número 25, e depois "saltou" 2 para a frente, recorrendo a uma estratégia de compensação (Figura 4).

(Alguns alunos dizem que não estão a perceber porque é que ela andou para trás e para a frente)
MF: Andei para trás para depois andar para a frente.
H: Mas porquê?
MF: Eu andei 10 primeiro porque é mais fácil, mas é mais do que 8, então andei 2 para frente para ser como ter andado 8. (16-05-2014 – Notas de campo)

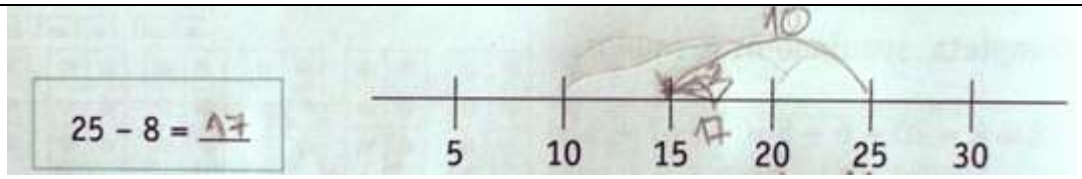

Figura 4 – Quarta resolução apresentada no dia 16 de maio de 2014.

Relativamente a esta resolução, deve referir-se o modo como a aluna demonstrou ser capaz de efetuar o "salto" de dez unidades, subtraindo-as a 25, número diferente dos múltiplos de 10. Para além disso, foi capaz de explicar que, embora mais fácil, o "salto" de dez unidades era maior do que o necessário, pelo que teve de compensar o número de unidades que andou a mais.

Nestas duas últimas apresentações, as alunas encontraram o número 17 na reta numérica, tendo entendido o subtrativo como o número a retirar ao aditivo, e portanto "andaram" para trás oito unidades a partir do número 25. Pelo contrário, nas duas primeiras resoluções, os alunos encontraram o número 17 pela soma dos "saltos" que separavam o aditivo do subtrativo. Assim sendo, o conteúdo desta fase da aula permitiu aos alunos aprofundar, como já foi referido, a relação entre a adição e a subtração, mas também a sua competência no cálculo, especificamente apoiado pela reta numérica, e ainda permitiu reconhecer diferentes sentidos para a operação subtração.

É de registar a qualidade da discussão, especialmente tendo em consideração o ano de escolaridade da turma, da qual emergiu uma aprofundada reflexão que permitiu aos alunos desenvolver a sua compreensão acerca da reta numérica e, dessa forma, sobre os números e as operações, sendo de registar a atenção e o envolvimento dos alunos.

Saliente-se que, posteriormente, vários alunos começaram a usar a reta numérica, muitas vezes vazia, para apoiar cálculos e resolver problemas, por iniciativa própria.

CONCLUSÃO

Para a dinamização da discussão, foi fundamental a planificação que, além de incluir a previsão de possíveis estratégias dos alunos, incluiu também uma possível sequenciação das estratégias antecipadas, bem como questões a colocar pela professora estagiária. Uma vez que a colocação de questões muito diretas condiciona as produções dos estudantes e reduz o seu nível de reflexão sobre o seu trabalho, foi importante antecipar algumas das questões que poderiam auxiliar os alunos, diminuindo a necessidade de improvisação de questões (cf. STEIN et al., 2008). A antecipação atempada e refletida permitiu tomar decisões, durante o decurso da aula, de uma forma mais sustentada, facilitando a sequenciação de estratégias não previstas através de um processo de análise necessariamente célere (CANAVARRO, 2011). Para a professora estagiária, um dos

principais desafios consistiu em implementar a abordagem de ensino exploratório, pautando-se pela intencionalidade das decisões, tanto antes da aula, como no decorrer da aplicação da tarefa. A atenção à gestão da aula e, em simultâneo, à promoção das aprendizagens matemáticas pretendidas (MENEZES, OLIVEIRA & CANAVARRO, 2013), implicou um esforço adicional de antecipação, na tentativa de prever e incluir na planificação todos os aspetos que pudessem facilitar a condução da aula (STEIN et al., 2008).

Na seleção das resoluções a serem apresentadas, utilizaram-se os critérios de escolher aquelas que (i) eram diferentes, (ii) sugeriam potencial de promoção e de enriquecimento da discussão, e (iii) se encontravam enquadradas no objetivo da aula (CANAVARRO, 2011), assim como no rumo que se pretendia dar à discussão.

Na planificação, as resoluções antecipadas foram sequenciadas usando o critério de começar pelas abordagens mais informais até progressivamente as mais formais e sofisticadas matematicamente (STEIN et al., 2008). No entanto, no decurso da aula, foram tomadas decisões diferentes e que tiveram por base as resoluções surgidas e não previstas na planificação. Assim, embora a sequência dada às apresentações, na tarefa alusiva à reta numérica, pudesse ter sido quase a inversa, começando pelo tipo de resolução que muitos alunos consideraram mais acessível (cf. CANAVARRO, 2011; STEIN et al., 2008), designadamente as últimas duas, em que a subtração foi resolvida ao retirar ao aditivo o número de unidades correspondente ao subtrativo, entendeu-se que, ao confrontá-los de imediato com estratégias que levantariam questões, os estudantes desenvolveriam uma flexibilidade de pensamento relativamente ao problema colocado e, em particular, à utilização da reta numérica e ao significado da subtração, que enriqueceria a discussão e a conduziria mais eficazmente para a sistematização que se pretendia fazer. Essa flexibilidade de pensamento permitir-lhes-ia, igualmente, observar e analisar de forma diferente as duas últimas resoluções.

Durante a discussão, os alunos tiveram a oportunidade de apresentar as suas próprias estratégias e também de conhecer outras, construindo e aprofundando os seus conhecimentos matemáticos (cf. PONTE, 2010). O confronto das diferentes resoluções e, particularmente, as questões que os alunos colocavam uns aos outros, permitiu clarificar ideias matemáticas. Devem salientar-se, particularmente, as comunicações aluno-aluno que frequentemente emergiam no seio da discussão moderada pela professora estagiária, nas quais os alunos chegavam a explicitar raciocínios e/ou questões levantados por colegas. Ao serem incentivados, os alunos começaram a tornar-se mais capazes de explicar a sua linha de raciocínio.

Salienta-se, também, a responsabilidade da professora estagiária em levar os alunos a clarificar os seus conhecimentos intuitivos, de forma ativa e significativa, refletindo sobre eles. Este é um dos motivos por que conduzir aulas de ensino exploratório da matemática, e especificamente as discussões, é tão complexo e exigente (CANAVARRO, 2011; STEIN et al., 2008).

REFERÊNCIAS

ANDERSON, G. *Fundamentals of educational research.* London: The Falmer Press, 1990.

ANGHILERI, J. Scaffolding practices that enhance mathematics learning. *Journal of Mathematics Teacher Education*, n. 9, p. 33-52.

BISHOP, A.; GOFFREE, F. Classroom organization and dynamics. In: CHRISTIANSEN, B.; Howson, A. G.; Otte, M. (Eds.). *Perspectives on mathematics education.* Dordrecht: D. Reidel, 1986. p. 309-365.

BOGDAN, R.; BIKLEN, S. *Investigação qualitativa em educação: Uma introdução à teoria e aos métodos.* Porto: Porto Editora, 1994.

CANAVARRO, A. P. Ensino exploratório da matemática: Práticas e desafios. *Educação e Matemática*, n. 115, p. 11-17, 2011.

CANAVARRO, A. P.; OLIVEIRA, H.; MENEZES, L. Práticas de ensino exploratório da matemática: O caso de Célia. In: CANAVARRO, P., SANTOS, L., BOAVIDA, A., OLIVEIRA, H., MENEZES, L., & CARREIRA, S. (Orgs.), *Actas do Encontro de Investigação em Educação Matemática 2012: Práticas de Ensino da Matemática*. Portalegre: Sociedade Portuguesa de Investigação em Educação Matemática, 2012. p. 255-266

CENGIZ, N.; KLINE, K.; GRANT, T. Extending students' mathematical thinking during whole-group discussions. *Journal of Mathematics Teacher Education*, n. 14, p. 355–374, 2011.

DENZIN, N.; LINCOLN, Y. Introduction: Entering the field of qualitative research. In: DENZIN, N.; LINCOLN, Y. (Eds.). *Handbook of qualitative research.* Newburry Park: Sage, 1994. p. 1-17.

ERICKSON, F. Qualitative methods in research on teaching. In: WITTROCK, M. C. (Ed.). *Handbook of research on teaching*. New York: Macmillan, 1986.

FIRESTONE, W. A. Meaning in method: The rhetoric of quantitative and qualitative research. *Educational Researcher,* n. 16, p. 16-21, 1987.

MENEZES, L.; OLIVEIRA, H.; CANAVARRO, A. P. Descrevendo as práticas de ensino exploratório da matemática: o caso da professora Fernanda. In: *Atas do VII Congresso Ibero Americano de Educação Matemática*. Montevideu: CIBEM, 2013. p. 5795-5803.

MERRIAM, S. *Case study research in education: A qualitative approach*. São Francisco: Jossey-Bass Publishers, 1991.

NATHAN, M. J.; KNUTH, E. J. A study of whole classroom mathematical discourse and teacher change. *Cognition and Instruction*, n. 21, p. 175-207, 2003.

NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS. *Princípios e normas para a Matemática escolar*. Lisboa: Associação de Professores de Matemática, 2007.

OLIVEIRA, H.; MENEZES, L.; CANAVARRO, A. P. Conceptualizando o ensino exploratório da matemática: Contributos da prática de uma professora do 3.º ciclo para a elaboração de um quadro de referência. *Quadrante*, n. XXII, p. 29-53, 2013.

PATTON, M. *Qualitative research & evaluation methods.* Thousand Oaks: Sage, 2002.

PONTE, J. P. Gestão curricular em Matemática. In: GRUPO DE TRABALHO SOBRE INVESTIGAÇÃO (Ed.). *O professor e o desenvolvimento curricular.* Lisboa: Associação de Professores de Matemática, 2005. p. 11-34.

PONTE, J. P. Explorar e investigar em Matemática: Uma actividade fundamental no ensino e na aprendizagem. *Unión – Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, n. 21, p. 13-30, 2010.

PONTE; J.P.; MATA-PEREIRA, J.; QUARESMA, M. Ações do professor na condução de discussões matemáticas. *Quadrante*, n. 22, 55-82, 2013.

PONTE, J. P.; QUARESMA, M.; BRANCO, N. Práticas profissionais dos professores de Matemática. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, n. 1, p. 65-86, 2012.

PONTE, J. P.; SERRAZINA, M. L. *Didáctica da Matemática do 1.º Ciclo*. Lisboa: Universidade Aberta, 2000.

RONIS, D. L. *Problem-based learning for math & science: integrating inquiry and the Internet*. Thousand Oaks: Corwin Press, 2008.

SILVESTRE, A. I.; PONTE, J. P. Proporcionalidade directa no 6.º ano de escolaridade: Uma abordagem exploratória. *Interacções*, n. 20, p. 70-97, 2012.

SOUSA, A. B. *Investigação em educação*. Lisboa: Livros Horizonte, 2005.

SOUSA, M. J.; BAPTISTA, C. S. *Como fazer Investigação, dissertações, teses e relatórios segundo Bolonha*. Lisboa: Pactor, 2011.

STEIN, M. K.; SMITH, M. S. Mathematical tasks as a framework for reflection: From research to practice. *Mathematics Teaching in the Middle School*, n. 3, p. 268-275, 1998.

STEIN, M. K.; ENGLE, R. A.; SMITH, M. S.; HUGHES, E. K. Orchestrating productive mathematical discussions: Helping teachers learn to better incorporate student thinking. *Mathematical Thinking and Learning*, n. 10, p. 313-340, 2008.

Recebido: 31/05/2016

Aprovado: 05/08/2016

Apêndice A - Excerto da planificação da aula do dia 16 de maio.

	Atividades/Estratégias	Indicações
	- Ler a última questão. - Explicar que não precisam de andar de um em um, podem dar os saltos que lhes parecerem melhor.	*5. Efetua os cálculos, usando a reta numérica.*
Realização – 10'	- Circular para certificar que todos estão a realizar a tarefa.	Não interromper logo o trabalho.
	- Colocar questões de focalização aos alunos com maiores dificuldades.	*25 – 8 vai dar mais ou menos do que 20? E se tirares dois, vais para que número?*
	- Registar as estratégias dos alunos, selecionar os que vão apresentar e sequenciar. – TABELA DE REGISTO.	Estratégias/produções esperadas: - Saltar de um em um. - **Saltar de dois em dois.** - Saltar do 8 para o 25. - **Saltar 5 para trás e depois 3.**
Discussão – 10'	- Pedir aos alunos escolhidos que apresentem o que fizeram e como pensaram. 1 – Saltar de dois em dois. 2 – Saltar 5 para trás e depois 3. - Colocar questões que permitam aos alunos explicar melhor o seu raciocínio.	*Porque é que fizeste assim? O que é que pensaste? Andaste para trás ou para a frente? Andaste quanto?*

Apêndice B - Tabela de registo usada na monitorização da tarefa do dia 16 de maio[1]

TABELA DE REGISTO

Alunos		Am	An	B	C	D	Ga	Go	H	I	Lo	Le	Lu	MA	MF	M	MtA	MtM	Ma	P	R	RC	RS	X
P. 132 - Estratégias - Saltar de 1 em 1				X			X 8 p/trás			X 8 p/trás			X	X		X					X	X		
- Saltar de 2 em 2																								
- Do 8 para o 25											X												X (2)	
- 5 e depois 3			X																X (3)			X		X
- Outra	- Do 25 para o 8	X							X (1)															
	- 10 e compensar 2														X (4)									
- Observações				Muita dificuldade	Não conseguiu realizar		"Tenho de ir para trás, é de menos!"	Muita dificuldade							Saltou 10 e pensou que estava mal. Fiz perguntas para orientar.				Nenhuma dificuldade					Com alguma dificuldade

[1] Esta tabela é uma reprodução da tabela original, preenchida à mão no decorrer da tarefa. Por questões de legibilidade, optou-se por copiar os registos a computador. As resoluções selecionadas correspondem às cruzes circundadas na tabela.