ISSN 2237-258X

ÁLGEBRA NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL: PRIMEIRAS REFLEXÕES À LUZ DE UMA REVISÃO DE LITERATURA

Early years' algebra: reflections on a literature review

Álgebra en los primeros años de primara: algunas reflexiones basadas en la literatura

Miriam Criez Nóbrega Ferreira [*]
Alessandro Jacques Ribeiro [**]
Carlos Miguel Ribeiro[***]

Resumo

Este artigo teórico discute o que se entende por Álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental, tanto na literatura nacional e internacional quanto nos documentos curriculares nacionais. Tal discussão se justifica na medida em que, nas propostas mais recentes sobre a organização curricular, a Álgebra – para os anos iniciais do Ensino Fundamental – tem surgido como um tema da Matemática, ao lado dos eixos comumente trabalhados como Números e Operações, Geometria, Grandezas e Medidas, Estatística e Probabilidade. Discorre-se aqui sobre uma possível distinção entre Aritmética e Álgebra e sobre as diferentes compreensões do que se entende por pensamento algébrico como forma de interligar os campos anteriores. Dentre os principais resultados que emergem da revisão e da análise da literatura, destaca-se a existência de pesquisas (nacionais e internacionais) que demonstram que os alunos, desde pequenos, têm já condições e habilidades para pensar algebricamente, mesmo não sendo detentores de um conhecimento algébrico formal. Constata-se ainda uma preocupação com um ensino que possibilite aos alunos dar um maior significado à sua aprendizagem aritmética e algébrica.

PALAVRAS-CHAVE: Álgebra nos anos iniciais. Pensamento algébrico. Early Algebra.

Abstract

In this theoretical paper we discuss the understanding of Early Algebra at national and international literature as well as at the Brazilian official documents. The need for such discussion emerges from the new Curricular Organization proposal, which considers Algebra (since early years) as one more mathematical topic – with the same level of importance as Numbers and Operations; Geometry; Measurement or Statistics. With such changes in the official documents, a possible distinction between Algebra, Arithmetic and different understandings of what comprise algebraic thinking as a way of intertwining the two previously mentioned areas is crucial. The main results of our literature review pinpoint the fact that national and international research reveals that early years' students' already have the knowledge, awareness and skills for thinking algebraically – although

[*] Bolsista do Programa Observatório da Educação (OBEDUC/Capes) no âmbito do projeto "Conhecimento Matemático para o Ensino de Álgebra: uma abordagem baseada em perfis conceituais", na Universidade Federal do ABC (UFABC). Mestranda do Programa de Pós-Graduação em História e Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal do ABC (UFABC). E-mail: cirezmiriam@gmail.com .

[**] Professor adjunto na Universidade Federal do ABC (UFABC), vinculado ao Centro de Matemática, Computação e Cognição (CMCC). E-mail: alessandro.ribeiro@ufabc.edu.br

[***] Professor na Faculdade de Educação da UNICAMP. Doutor em Didática da Matemática pela Universidad de Huelva E-mail: cmribas78@gmail.com

they do not have, obviously, a formal algebraic knowledge. Such researches also enhance the need for a concern for promoting a teaching that would allow students to understand (and give meaning to) algebra and arithmetic.

KEYWORDS: Algebra in early years. Algebraic thinking. Early Algebra.

Resumen

Este es un artículo teórico donde se discute lo que se entiende por Álgebra en primaria, tanto en la literatura nacional como internacional cuanto en los documentos curriculares nacionales. Tal discusión se justifica en la medida que, en las más recientes propuestas de la organización curricular, al Álgebra – para primaria – surge como un tema de la Matemática al mismo nivel que los ejes comúnmente trabajados como sean los Números y Operaciones, Geometría, Grandezas y Medidas, estadística y Probabilidades. Se discute una posible distinción entre Aritmética y Álgebra e sobre los diferentes entendimientos de lo que se entiende por Pensamiento Algébrico como forma de conectar los campos anteriores. De entre los principales resultados de la revisión de la literatura se destaca la existencia de investigaciones (nacionales e internacionales) que muestran que los alumnos, desde los años iniciales, tienen ya condiciones e habilidades para pensar algebraicamente, mismo que non sean detentores de un conocimiento algébrico formal. Constata-se aun una preocupación con una enseñanza que posibilite a los alumnos atribuir un más amplio significado a su aprendizaje aritmética e algébrica.

PALABRAS CLAVE: Álgebra en primaria. Pensamiento algébrico. *Early Algebra*.

Introdução

Várias são as pesquisas que evidenciam a dificuldade dos alunos na aprendizagem da Matemática (FREIRE, 2011; LINS; GIMENEZ, 2001; MESTRE, 2014). Dentre as justificativas para tais dificuldades podem-se aventar, por um lado, o nível elevado de abstração que é próprio do raciocínio matemático, mas, por outro, também a forma com que a Matemática é tratada no processo de ensino, com implicações nos resultados não satisfatórios da aprendizagem (KIERAN, 2004; MESTRE; OLIVEIRA, 2011).

Nesse sentido, a forma como os professores vêm ensinando Matemática, sedimentada na utilização de livros didáticos, tomando o ritual da explicação seguida de exercícios, ainda que com a introdução de jogos e brincadeiras, mas muitas vezes sem o aprofundamento conceitual necessário (AMARAL; RIBEIRO; GODOY, 2014), pode contribuir para uma aprendizagem com pouco significado.

Em nossa pesquisa, ao nos aprofundarmos na possibilidade do ensino da álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental, nos detemos em algumas perguntas que têm

norteado o desenvolvimento do presente trabalho: *"A atividade algébrica pode acontecer conjuntamente com a aritmética, ainda que a linguagem simbólica algébrica não esteja presente?"*, *"Como diferentes autores compreendem o pensamento algébrico?"*, *"Como fazer a disposição da álgebra e da aritmética no currículo?"* e *"O que significa trabalhar álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental?"*.

Importante assinalar que nos dias atuais está em curso a discussão da Base Nacional Comum Curricular (BNCC)[2], que apresenta, em seus documentos preliminares, "Álgebra e Funções" como um dos eixos de trabalho da Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.

A partir dessas questões, o presente artigo – de caráter teórico – traz resultados preliminares de uma pesquisa de mestrado e tem por objetivo apresentar elementos que possam contribuir para a discussão sobre o ensino da matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental, notadamente no que se refere à álgebra e ao desenvolvimento do pensamento algébrico.

Para tanto, iniciamos com a apresentação das diferenças e das semelhanças entre Álgebra e Aritmética e as decorrentes implicações no desenvolvimento do pensamento algébrico. Também discorremos sobre os documentos curriculares no tocante ao trabalho com Álgebra nos anos iniciais e, a partir dos elementos apresentados, detalhamos o que significa, para nós, esse trabalho.

Aritmética e Álgebra: os limites de uma diferenciação

Com as referidas questões "em mãos", retomamos uma discussão que permanece na comunidade de educadores matemáticos há tempos: não é clara uma distinção entre aritmética e álgebra – se é que ela existe (LINS; GIMENEZ, 2001). Assim sendo, entendemos ser fundamental abordar tal discussão em nosso trabalho e agregamos mais algumas questões que vamos tentar elucidar ao longo de nossa argumentação, as quais são importantes para o entendimento da relação entre álgebra e aritmética: *Qual o motivo do ensino da álgebra vir comumente após o ensino da aritmética?*, *Qual a diferença entre álgebra e aritmética?*

[2] Este documento, em fase de elaboração, com previsão de conclusão para julho de 2016, irá definir o que é essencial para a aprendizagem dos alunos nos diferentes anos de escolaridade e nos diferentes componentes curriculares.

Com relação a esta última questão, sobre a diferenciação entre álgebra e aritmética, Lins e Gimenez (2001) consideram que não existe nada mais enraizado na comunidade de educadores matemáticos do que a noção de que aprender aritmética deve vir antes de aprender álgebra. E para incentivar a existência de mais investigações sobre o assunto, esses mesmos autores lançam o desafio: "O que precisamos fazer é entender de que modo álgebra e aritmética se ligam, o que elas têm em comum. Feito isso, teremos encontrado uma verdadeira raiz, o que nos permitirá repensar a educação aritmética e algébrica de forma única" (LINS; GIMENEZ, 2001, p. 113).

Um problema de pesquisa que se assemelha a esse colocado por Lins e Gimenez é sugerido por Russell, Schifter e Bastable (2011, p. 43): "Quais são as formas de pensamento, os modos de raciocínio, as compreensões essenciais que estão na raiz da aritmética e são essenciais para a álgebra? O que está na base da conexão entre álgebra e aritmética?".

Colaborando com as reflexões sobre essa (possível) diferenciação, Carraher, Schliemann, Brizuela e Earnest (2006) referem que, no âmbito da História da Matemática, ficou evidenciada uma clara demarcação, resultando em uma tensão entre essas duas áreas. Enquanto a Aritmética trata das operações que envolvem números particulares (quantidades predeterminadas), a Álgebra envolve operações com números generalizados (variáveis – quantidades que não estão, de começo, determinadas). Assim, enquanto nos anos iniciais se trabalha com fatos numéricos, fluência no cálculo e problemas envolvendo valores particulares, mais tarde, símbolos não numéricos (frequentemente, letras) são usados para significar qualquer quantidade (número ou conjunto de números).

Carraher et al. (2006), ao desenvolverem um trabalho que buscava entender melhor o porquê da existente separação entre álgebra e aritmética, apresentam duas justificativas para que o início do ensino dessa última seja anterior ao da primeira. Uma dessas justificativas associa-se à natureza do próprio conteúdo matemático, e a outra está relacionada às restrições do desenvolvimento cognitivo do aluno.

Com relação à natureza da matemática, os autores fazem referência à história, uma vez que, ao longo do desenvolvimento da matemática, a Álgebra surge historicamente após a Aritmética, e pode-se abstrair que essa última precederia o ensino da Álgebra, à semelhança do processo histórico. Segundo os autores, "o fato da álgebra emergir historicamente após a aritmética e como uma generalização desta, sugere para muitas

pessoas que a álgebra deve vir em seguida da aritmética no currículo" (CARRAHER et al., 2006, p. 89).

No que diz respeito ao desenvolvimento cognitivo do aluno, Freire (2011) aponta que a hierarquização dos conteúdos ao longo da escolaridade, que prevê o ensino da aritmética antecedendo o da álgebra, está (ainda) ligada aos estudos de Piaget e Inhelder: "... no qual as crianças que estão no estágio das operações concretas são capazes somente de operar concretamente sobre as situações aritméticas, geralmente vistas como as mais fáceis, porque enfatiza o trabalho com números, as quatro operações e tabuada" (FREIRE, 2011, p. 36).

Em outras palavras, a associação da primazia da aritmética à álgebra ocorre por, supostamente, o trabalho com quantidades concretas/fixas ser considerado mais fácil para os alunos do que aquele que envolve quantidades variáveis, incógnitas e um pensamento mais abstrato. Tomar como verdadeira essa assunção implicaria, portanto, afirmar que a Álgebra deveria ser apenas trabalhada com os alunos em anos avançados, pois, naquele momento, tais alunos teriam, *a priori*, condições cognitivas para tanto.

Filloy e Rojano (1989) referem que o pensamento aritmético evolui muito lentamente para o pensamento algébrico – partindo do concreto para o abstrato. Os autores consideram que existe um ponto de corte, separando um tipo de pensamento do outro, e referem-se a esse corte como uma quebra no desenvolvimento das operações.

No mesmo sentido, Linchevski e Herscovics (1996) sugerem a existência de uma lacuna entre a álgebra e a aritmética, caracterizada como uma inabilidade dos alunos para operar espontaneamente com ou sobre quantidades não predeterminadas (incógnitas). Apesar de reconhecerem que as crianças pequenas rotineiramente resolvem problemas que contêm termos desconhecidos (por exemplo, do tipo 5 + ? = 8), por outro lado, esses autores argumentam que os alunos resolvem tais problemas sem ter que representar ou operar sobre as incógnitas. Ao contrário disso, eles argumentam que os alunos estão simplesmente usando procedimentos de contagem ou a operação inversa para chegar aos resultados. Embora alguns tenham considerado o uso das operações inversas como evidência do pensamento algébrico, outros têm tomado esses procedimentos como pré-algébricos.

Contudo, a partir de nossos estudos, pudemos verificar que a existência de uma lacuna, sugerida por Linchevski e Herscovics (1996), e o ponto de corte, segundo Filloy e Rojano (1989), não condizem com as recentes pesquisas que demonstram serem os alunos

capazes de, a partir do trabalho com a aritmética, elaborar generalizações das ideias matemáticas desde os anos iniciais (BLANTON; KAPUT, 2005; CANAVARRO, 2007)..

É nesse sentido que Blanton e Kaput (2005) apontam a Aritmética como uma das formas do pensamento algébrico, pois esse expressa e formaliza as generalizações daquela e possibilita o raciocínio sobre as operações e as propriedades associadas aos números (aritmética generalizada).

Segundo Canavarro (2007, p. 89), existe uma relação intrínseca entre álgebra e aritmética:

> É a partir da estrutura da Aritmética que se podem construir os aspectos sintáticos da Álgebra, o que implica analisar as expressões aritméticas não em termos do valor numérico obtido através do cálculo, mas em termos da sua forma (por exemplo, concluir que 33 + 8 = 8 + 33 não porque ambos constituem 41, mas porque na adição a ordem das parcelas é indiferente).

Existem, portanto, conceituações diferenciadas para a separação entre a aritmética e a álgebra. Porém, fundamentados nas pesquisas de Blanton e Kaput (2005), Canavarro (2007), Carraher et al. (2006), Kieran (2004), Mestre e Oliveira (2011), Russell, Schifter e Bastable (2011), Schliemann, Carraher e Brizuela (2007), entre outras, podemos sinalizar para uma associação dessas duas áreas da matemática– uma integração que pode colaborar para uma maior compreensão, por parte do aluno e do professor, da estrutura que sustenta o saber matemático.

Procurando ir além da "simples" diferenciação entre Álgebra e Aritmética, ancorados também nas ideias de Lins e Gimenez (2011) de que essa diferenciação não é ainda clara, passamos a buscar, e discutir, um entendimento mais amplo sobre a possibilidade de existência de aspetos comuns entre elas. Para isso, trazemos para nossas discussões o que podemos entender por pensamento algébrico – o "elemento" comum entre aritmética e álgebra. Dessa forma, deitam por terra os argumentos relativos à concepção da existência de uma ordem para abordar esses dois domínios da matemática e os resultados dos estudos piagetianos que consideram etapas estanques do desenvolvimento cognitivo para a aprendizagem.

O pensamento algébrico e o pensar algebricamente

Após levantarmos algumas reflexões acerca "do que é Aritmética" e "do que é Álgebra", entendemos ser essencial nos debruçarmos em torno de outra questão bastante controversa, mas importante na e para a aprendizagem dos alunos: o pensamento algébrico, que se configura como elemento essencial e central do conhecimento do professor, já que o

seu conhecimento é o fator que maior impacto produz nos resultados e na aprendizagem dos alunos (NYE; KONSTANTOPOULOS; HEDGES, 2004).

Ao analisar diferentes estudos que tematizam a problemática aqui abordada, a revisão de literatura efetuada revelou, tal como em muitas outras áreas, uma diversidade de visões na comunidade de educadores matemáticos, no que se refere ao que se entende por pensamento algébrico – também denominado "pensar algebricamente".

Fiorentini, Miorim e Miguel (1993), em um estudo histórico sobre o que se entende por álgebra elementar, explicitam que a tendência é encarar a educação algébrica como uma educação para o desenvolvimento de uma linguagem focada na manipulação sintática. No entanto, para esses autores, a linguagem é fruto de um determinado pensamento e, entre linguagem e pensamento, a relação deve ser dialógica, e não de subordinação.

Ao pensar como se desenvolve o pensamento algébrico dos alunos nos anos iniciais de escolaridade, Blanton e Kaput (2005, p. 413) o definem como "... um processo no qual os alunos generalizam ideias matemáticas de um conjunto particular de exemplos, estabelecem generalizações por meio do discurso de argumentação, e expressam-nas, cada vez mais, em caminhos formais e apropriados à sua idade" (BLANTON; KAPUT, 2005, p. 413).

Os autores ainda categorizam o pensamento algébrico de quatro formas, sendo as duas primeiras (aritmética generalizada e pensamento funcional) as mais comuns no pensamento algébrico nos anos iniciais:

> ... o uso da aritmética como o domínio da expressão e formalização da generalização (aritmética generalizada); a generalização de padrões numéricos para descrever as relações funcionais (pensamento funcional); a modelação como um domínio para a expressão e formalização das generalizações; e a generalização sobre sistemas matemáticos abstratos do cálculo e das relações. (BLANTON; KAPUT, 2005, p. 413)

Semelhante a essa forma de conceituação do aspecto da generalização, Cyrino e Oliveira (2011, p. 103) definem o pensamento algébrico como: "... um modo de descrever significados atribuídos aos objetos da álgebra, às relações existentes entre eles, à modelação, e à resolução de problemas no contexto de generalização destes objetos".

Carraher e Schliemann (2014) consideram uma outra perspectiva de pensamento algébrico, compreendido como a combinação entre a operação com incógnitas, o pensamento com variáveis e suas relações, e as estruturas algébricas. Ressaltam que os alunos podem pensar algebricamente, mesmo sem usar a notação algébrica.

Fiorentini, Fernandes e Cristovão (2005), considerando a relação entre pensamento e linguagem, defendem que o desenvolvimento do pensamento algébrico ocorre desde os anos iniciais do Ensino Fundamental, mesmo sem a estruturação de uma linguagem algébrica simbólica, e o pensamento pode ser considerado algébrico, quando o aluno

> ...estabelece relações/comparações entre expressões numéricas ou padrões geométricos; percebe e tenta expressar as estruturas aritméticas de uma situação-problema; produz mais de um modelo aritmético para uma mesma situação-problema; ou, reciprocamente, produz vários significados para uma mesma expressão numérica; interpreta uma igualdade como equivalência entre duas grandezas ou entre duas expressões numéricas; transforma uma expressão aritmética em outra mais simples; desenvolve algum tipo de processo de generalização; percebe e tenta expressar regularidades ou invarianças; desenvolve/cria uma linguagem mais concisa ou sincopada ao expressar-se matematicamente...(FIORENTINI; FERNANDES; CRISTOVÃO, 2005, p. 5)

Diante de todas essas discussões, reflexões e caracterizações, podemos verificar que, para além das diferenças entre álgebra e aritmética, existem também semelhanças, e, entre elas, está o entendimento do pensamento algébrico como uma forma de estruturação do pensamento, que pressupõe a generalização de situações particulares a ideias gerais e, portanto, passível de ser desenvolvido desde a Educação Infantil, percorrendo toda a escolaridade. Em síntese, ratificando a nossa própria compreensão, podemos dizer que "a generalização está no coração do pensamento algébrico" (SCHLIEMANN; CARRAHER; BRIZUELA, 2007, p.12).

Álgebra nos documentos curriculares dos anos iniciais

Quando analisamos os documentos oficiais curriculares brasileiros (BRASIL, 1997, 2012, 2013), constatamos que a álgebra e, essencialmente, o pensamento algébrico se apresentam apenas nos documentos mais recentes.

O documento intitulado *Parâmetros Curriculares Nacionais* (PCN), embora seja uma publicação de 1997, ainda é tido como referência para a construção de novas propostas de ensino e é a proposta oficial vigente em nosso país. Nesse documento, em específico, não existem referências explícitas ao ensino da Álgebra nos primeiros anos do Ensino Fundamental, porém o documento faz menção à "pré-álgebra", no sentido de que esta pode ser desenvolvida nos anos iniciais, com incidência principal nos anos finais:

> Embora nas séries iniciais já se possa desenvolver uma pré álgebra, é especialmente nas séries finais do ensino fundamental que os trabalhos algébricos serão ampliados; trabalhando com situações-problema, o aluno reconhecerá diferentes funções da álgebra (como modelizar, resolver problemas

> aritmeticamente insolúveis, demonstrar), representando problemas por meio de equações (identificando parâmetros, variáveis e relações e tomando contato com fórmulas, equações, variáveis e incógnitas) e conhecendo a "sintaxe" (regras para resolução) de uma equação. (BRASIL, 1997, p.39)

Também localizamos nos documentos do Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa (PNAIC) e na primeira proposta da BNCC, a referência ao trabalho com os eixos Pensamento Algébrico e Álgebra e Funções, respectivamente, colocados ao lado dos conteúdos comumente trabalhados: Números e Operações, Geometria, Grandezas e Medidas, Estatística e Probabilidade.

A despeito de apenas mais recentemente terem surgido referências ao pensamento algébrico para o ensino nos anos iniciais no currículo oficial brasileiro, alguns estudos nacionais, e muitos internacionais, já há bastante tempo, trazem elementos que embasam a real possibilidade de iniciar o trabalho com o pensamento algébrico com os alunos dos anos iniciais (BLANTON; KAPUT, 2005; BRIZUELA, 2007; CANAVARRO, 2007; CARRAHER et al., 2006; CYRINO; OLIVEIRA, 2011; FIORENTINI; MIORIM; MIGUEL, 1993; FREIRE, 2011; RUSSELL; SCHIFTER; BASTABLE, 2011; SCHLIEMANN, A. D.; CARRAHER, D. W.; BRIZUELA, B. M., 2007 e SILVA, D. P.; SAVIOLI, A. M. P. D. 2012).

Como exemplo, ao analisar o currículo de Portugal, buscando referências ao ensino da álgebra, Canavarro (2007) revela que, nos programas do início dos anos 1990, não existe qualquer indicação que se refira ao pensamento algébrico. No entanto, em documentos mais recentes (2007), no Programa de Matemática do Ensino Básico, já surgem referências que consideram a álgebra como uma forma de pensamento matemático, desde os primeiros anos. Esse tipo de pensamento permite estabelecer relações entre números e entre números e as operações, investigando sequências numéricas e padrões geométricos, evidenciando "que existe uma assinalável evolução dos programas portugueses no que diz respeito ao pensamento algébrico" (CANAVARRO, 2007, p. 96).

Também nesse sentido, o National Council of Teachers of Mathematics (NCTM, 2000), organização de referência mundial da Educação Matemática, dá à Álgebra o status de tema transversal, que, além de fazer relação com os outros eixos da matemática, considera a álgebra com um fio condutor curricular desde os primeiros anos de escolaridade.

Se relacionarmos o currículo de nosso país com o de outros países (aqui representados por Portugal e Estados Unidos), vemos que, enquanto esses últimos já há

alguns anos estabeleceram em seus currículos o trabalho com a Álgebra nos anos iniciais, em nosso país sua abordagem como um dos eixos de trabalho da matemática está em fase embrionária e, por essa razão, muitos desafios ainda temos que enfrentar. De um deles iremos tratar em seguida: o que significa esse trabalho com os alunos menores.

O que significa trabalhar álgebra nos anos iniciais

Expressas as discussões acerca da relação entre aritmética e álgebra e a importância do trabalho com o pensamento algébrico nos anos iniciais, é importante também relatar que os documentos mais recentes (BRASIL, 2012, 2013) apontam que o pensamento algébrico já está previsto como um aspecto a ser trabalhado dentro da matemática. Isso posto, precisamos, ainda que de forma sucinta, discutir e aclarar o que significa, para nós, trabalhar álgebra nos anos iniciais, dentro da perspectiva do desenvolvimento do pensamento algébrico.

Longe de definir e de esgotar as discussões, importa, primeiramente, esclarecer que, quando falamos de desenvolvimento do pensamento algébrico nos anos iniciais, não nos referimos ao acréscimo de conteúdos ao currículo, mas, sim, a uma reformulação – associada tanto a uma complementação como a uma mudança de objetivos – da prática já existente.

Significa, assim, agregar ao trabalho já realizado com a aritmética outras dimensões, como, por exemplo, o trabalho envolvendo oportunidades de construção de padrões, generalizações e justificativas matemáticas (CANAVARRO, 2007; MESTRE; OLIVEIRA, 2011; MOLINA, 2009). Complementarmente, a mudança de objetivos associa-se à perseguição de objetivos a médio e longo prazo, e não apenas imediatos (mas também esses), o que implica possibilitar (e potenciar) a porta aberta para novas aprendizagens. Isso viabiliza uma perspectiva de integrar o pensamento algébrico aos objetivos perseguidos nas aulas, indo além do trabalho com os algoritmos. Essa perspectiva parte do pressuposto de trabalhar a aritmética de forma algébrica, ao que Kaput (2000) dá o nome de "algebrização do currículo".

Blanton e Kaput (2005) – como exemplificou a epígrafe em página anterior –, ao definirem as categorias do pensamento algébrico, consideram que as duas mais comuns e possíveis de desenvolver o pensamento algébrico nos anos iniciais são a aritmética generalizada, que se traduz no domínio da expressão e na formalização da generalização; e

o pensamento funcional, que é caracterizado como a generalização de padrões numéricos para descrever as relações funcionais. A Aritmética generalizada inclui

• Explorar propriedades e relações de números inteiros.

• Explorar propriedades das operações com números inteiros.

• Explorar a igualdade como expressão de uma relação entre quantidades.

• Tratar o número como número generalizado, enfatizando a estrutura do número e não o seu valor.

• Resolver expressões numéricas com número desconhecido em falta (sentido de incógnita).

O pensamento funcional, outro tipo de pensamento algébrico possível de ser trabalhado nos anos iniciais, implica, entre outras coisas, a concepção das letras como variáveis e não apenas como incógnitas, posição essa mais frequente no trabalho desenvolvido com a aritmética (BLANTON; KAPUT, 2005).

Incluídas no pensamento funcional, Blanton e Kaput (2005) apresentam cinco categorias:

• Simbolizar quantidades e operar com as expressões simbólicas.

• Representar dados graficamente.

• Descobrir relações funcionais.

• Prever resultados desconhecidos usando dados conhecidos.

• Identificar e descrever padrões numéricos e geométricos.

Considerando os aspectos acima apontados e a título de síntese do que significa trabalhar álgebra nos anos iniciais, temos a defender que o trabalho com o pensamento algébrico envolve a abordagem aprofundada da aritmética; ou, ainda, "é uma parte essencial de um bom ensino da própria aritmética" (RUSSELL; SCHIFTER; BASTABLE, 2011, p. 67).

Considerações finais

Este texto teve por objetivo apresentar alguns elementos advindos da revisão de literatura sobre a pertinência do trabalho com o desenvolvimento do pensamento algébrico nos anos iniciais. A título de considerações finais, entendemos que três são importantes.

A primeira delas é que, sustentados na literatura, também estamos considerando que a Álgebra e o desenvolvimento do pensamento algébrico podem e devem estar presentes nas salas aulas dos anos iniciais, uma vez que, como argumentado ao longo de

nosso estudo, os alunos demonstram condições/habilidades de pensar algebricamente (BLANTON; KAPUT, 2005; CANAVARRO, 2007; CARRAHER et al., 2006; CYRINO; OLIVEIRA, 2011; RUSSELL; SCHIFTER; BASTABLE, 2011; SILVA; SAVIOLI, 2012), e os documentos curriculares internacionais e mais recentemente os nacionais apontam nessa direção.

Desta feita, contrariamente ao que referem Luna e Souza (2013), não consideramos que o ensino de álgebra dê continuidade ao da aritmética, mas entendemos, sim, ser esta uma questão integracional, em que os elementos algébricos podem (devem) ser trabalhados conjuntamente aos elementos aritméticos, ou seja, integrando a Álgebra à já trabalhada Aritmética.

Por fim, considerando a pertinência e a necessidade do trabalho com o desenvolvimento do pensamento algébrico e a indicação curricular para tal abordagem, desafios deverão ser enfrentados para que os alunos possam desenvolver o pensamento algébrico. Entre tais desafios está a formação de professores que possibilite a construção de um repertório de conhecimentos para preparar e implementar tarefas matematicamente desafiadoras. Essa importância do professor e de seus conhecimentos específicos para uma prática docente que contribua para o desenvolvimento do pensamento algébrico dos alunos parece-nos fundamental, já que o conhecimento do professor é um dos fatores essenciais nas, e para as, aprendizagens dos alunos.

Em outras palavras, finalizamos nosso artigo, conclamando a comunidade de educadores matemáticos para a necessidade de propiciar aos professores situações de construção de conhecimentos sustentados na prática, os quais possibilitem a seus alunos desenvolver o pensamento algébrico já nas salas de aula dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Entendemos que, sem saber sobre a necessidade e a importância desse trabalho, e sobre a forma de desenvolvê-lo nas escolas, provavelmente os professores não propiciarão situações matemáticas que favoreçam o pensamento algébrico desde cedo, nas aulas de matemática.

Referências

AMARAL, R. B.; RIBEIRO, C. M.; GODOY J. S. Choosing textbooks without looking at the textbooks – the role of the other's interpretations. In: **INTERNATIONAL CONFERENCE ON MATHEMATICS TEXTBOOK RESEARCH AND DEVELOPMENT (ICMT)**, July 2014, University of Southampton, UK. p. 29-31.

BLANTON, M.; KAPUT, J. Characterizing a classroom practice that promotes algebraic reasoning. **Journal for Research in Mathematics Education**, Boston, v. 36, n. 5, p. 412–446, 2005.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática.** Brasília: MEC/SEF, 1997.

_____. Secretaria de Educação Fundamental. **Elementos conceituais e metodológicos para a definição dos direitos de aprendizagem e desenvolvimento do ciclo de alfabetização (1º,2ºe3ºanos) do Ensino Fundamental.** Brasília: MEC/SEF, 2012.

_____. Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Básica. PNAIC: Pacto Nacional Pela Alfabetização na Idade Certa. **Cadernos de Formação.** Brasília: MEC/SEF, 2013.

CANAVARRO, A. P. O pensamento algébrico na aprendizagem da Matemática nos primeiros anos. **Quadrante,** Lisboa-PT, v. 16, n. 2, p. 81-118, 2007.

CARRAHER, D. W. ; SCHLIEMANN, A. D.; BRIZUELA, B. M.; EARNEST, D. Arithmetic and algebra in early Mathematics Education. **Journal for Research in Mathematics Education**, v. 2, n. 37, p. 87-115, mar. 2006.

CARRAHER, D. W.; SCHLIEMANN, A. D. In: LERMAN, S. **Encyclopedia of Mathematics Education.** New York: Springer, 2014. p. 193-196.

CYRINO, M. C. C. T.; OLIVEIRA, H. M. Pensamento algébrico ao longo do Ensino Básico em Portugal. **Bolema**, Rio Claro-SP, v. 24, n. 38, p. 97-126, 2011.

FILLOY, E.; ROJANO, T. Solving equations: The transition from Arithmetic to Algebra. **For the Learning of Mathematics**, Rotterdam, v. 9, n. 2, p. 19-25, 1989.

FIORENTINI, D.; FERNANDES, F. L. P.; CRISTOVÃO, E. M. Um estudo das potencialidades pedagógicas das investigações matemáticas no desenvolvimento do pensamento algébrico. In: **SEMINÁRIO LUSO-BRASILEIRO DE INVESTIGAÇÕES MATEMÁTICAS NO CURRÍCULO**, 2005, Portugal. Disponível em: https://scholar.google.com.br/citations?view_op=view_citation&hl=ptBR&user=W86cFn4AAAAJ&citation_for_view=W86cFn4AAAAJ:Se3iqnhoufwC Acesso em: 26 maio 2015.

FIORENTINI, D.; MIGUEL, A.; MIORIM, M. A. Contribuição para um repensar... a educação algébrica elementar. **Pro-Posições**, Campinas, v. 7, n. 1, p. 79-91, mar. 1993.

FREIRE, S. R. **Desenvolvimento de conceitos algébricos por professores dos anos iniciais do ensino fundamental.** 2011. 181 p. Tese (Doutorado em Educação Brasileira) – Faculdade de Educação, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2011.

KIERAN, C. Algebraic thinking in the early grades: What is it? **The Mathematics Educator**, Georgia, v. 8, n. 1, p. 139-151, 2004.

LINCHEVSKI, L.; HERSCOVICS, N. Crossing the cognitive gap between arithmetic and algebra: operation on the unknown in context of equations. **Educational Studies in Mathematics,** Rotterdam, n. 30, p. 39-65, 1996.

LINS, R. C.; GIMENEZ, J. **Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI**. Campinas, SP: Papirus, 2001.

LUNA, A. V. A.; SOUZA, C. C. C. F. Discussões sobre o ensino de álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental. **Educ. Matem. Pesq.,** São Paulo, v. 15, Número Especial, p.817-835, 2013.

MESTRE, C. M. M. V. **O desenvolvimento do pensamento algébrico de alunos do 4ª ano de escolaridade:** uma experiência de ensino. 2014. 357 p. Tese (Didática da Matemática) – Instituto de Educação, Universidade de Lisboa, Lisboa, 2014.

MESTRE, C. M. M. V.; OLIVEIRA, H. O pensamento algébrico e a capacidade de generalização de alunos do 3.º ano de escolaridade do ensino básico. In: GUIMARÃES, C.; REIS, P. (Org.) **Professores e infâncias: estudos e experiências.** São Paulo: Junqueira & Marin, 2011. p. 201-223.

MOLINA, M. Una propuesta de cambio curricular: integración del pensamento algebraico em educación primaria. **PNA**, Granada, v. 3, n. 3, p. 135-156, 2009.

NYE, B.; KONSTANTOPOULOS, S.; HEDGES, L. V. How large are teacher effects? **Educational Evaluation and Policy Analysis**, Chicago, v. 26, n. 3, p. 237-25. 2004.

RUSSELL, S. J.; SCHIFTER, D.; BASTABLE, V. Developing algebraic thinking in the context of arithmetic. In: CAI, J.; KNUTH, E. (Ed.). Early algebraization. Springer Berlin Heidelberg, 2011. p. 43-69. (Advances in Mathematics Education).

SCHLIEMANN, A. D.; CARRAHER, D. W.; BRIZUELA, B. M. **Bringing out the algebraic character of arithmetic:** From children's ideas to classroom practice. Mahwah, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates, 2007.

SILVA, D. P.; SAVIOLI, A. M. P. D. Caracterizações do pensamento algébrico em tarefas realizadas por estudantes do ensino fundamental I. **Revista Eletrônica de Educação** – UFSCar, São Carlos-SP, v. 6, n. 1, p.206-222, maio 2012.

Recebido: 31/05/2016

Aprovado: 05/08/2016